



## الوحدة السابعة

### تقسيم الأراضي وتعديل الحدود



## الوحدة السابعة

### تقسيم الأراضي وتعديل الحدود

#### الجدارة :

التعرف على كيفية تقسيم الأراضي بأنواعها المختلفة مع كيفية تعديل الحدود في حالة تقسيم الأراضي بين عدة أشخاص في وجود منفعة كبرى للمياه وذلك بالتساوي.

#### الأهداف :

بعد الانتهاء من دراسة هذه الوحدة يكون المتدرب قادراً وبكفاءة على أن :

1. أن يستطيع حساب المساحة بواسطة الإحداثيات.
2. أن يستطيع اقتطاع مساحة.
3. أن يستطيع تعديل الحدود.

الوقت المتوقع للتدريب : 27 ساعة تدريب.

#### الوسائل المساعدة :

1. القوانين الرياضية .
2. الأمثلة المحلولة .
3. الجداول الحسائية .
4. الآلة الحاسبة .



## 7- 1 حساب المساحات بواسطة الإحداثيات:

حساب مساحة الأشكال المحددة بخطوط مستقيمة تعتبر من الأعمال المساحية الهامة سواءً تم حساب هذه المساحات من أرصاد مباشرة في الطبيعة أو من على الخريطة وهي الطريقة الأكثر شيوعاً.

وحساب مساحات الأشكال بطريقة الإحداثيات هي إحدى الطرق المستخدمة لحساب مساحة أية شكل محدد بخطوط مستقيمة مثل مضلع مغلق معلومة إحداثيات نقاطه (س، ص) ولحساب مساحة هذا المضلع يجب اتباع الآتي :

### أولاً :

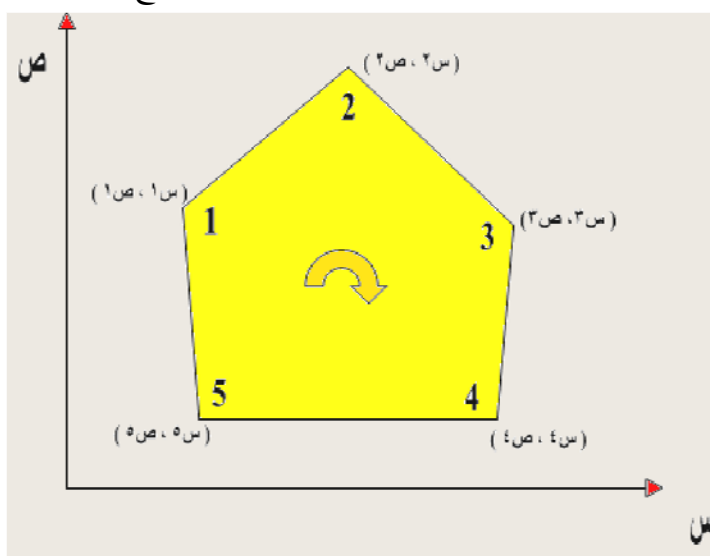
ترقيم نقاط المضلع في اتجاه دائري واحد سواءً مع عقارب الساعة أو عكس اتجاه عقارب الساعة، وتكون المساحة الواقعة داخل حدود هذا المضلع تساوي نصف مجموع حاصل ضرب الإحداثي الأفقي للنقطة في الفرق بين الإحداثيات الرأسية للنقطتين الأمامية والخلفية:

$$\text{المساحة} = \frac{1}{2} \times [ (ص_1 - ص_2) \times (ص_3 - ص_2) + (ص_2 - ص_3) \times (ص_4 - ص_3) + \dots + (ص_{ن-1} - ص_1) \times (ص_2 - ص_1) ]$$

حيث :

- ن : عدد نقاط الشكل.
- س : الإحداثي السيني للنقطة.
- ص : الإحداثي الصادي للنقطة.

ولتوضيح كيفية حساب المساحة بطريقة الإحداثيات نفرض أن لدينا مضلع مغلق مكون من خمس نقاط تم ترقيمها في اتجاه عقارب الساعة كما هو موضح على الرسم:





وبتطبيق المعادلة السابقة والتعويض عن (ن) ابتداء من واحد إلى قيمة (ن) :

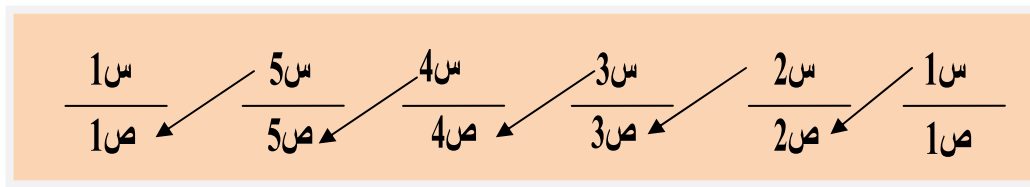
$$\begin{aligned} \text{المساحة} &= \frac{1}{2} \times [ \text{س} 1 \times (\text{ص} 2 - \text{ص} 5) + \\ &+ \text{س} 2 \times (\text{ص} 3 - \text{ص} 1) + \\ &+ \text{س} 3 \times (\text{ص} 4 - \text{ص} 2) + \\ &+ \text{س} 4 \times (\text{ص} 5 - \text{ص} 3) + \\ &+ \text{س} 5 \times (\text{ص} 1 - \text{ص} 4) ] \end{aligned}$$

### ثانياً :

يمكن إيجاد المساحة بواسطة الإحداثيات بطريقة أسهل وهي مستتبطة من المعادلة السابق ذكرها في الطريقة الأولى وهي كالتالي :

1. نضع إحداثيات كل نقطة من نقاط الشكل على هيئة بسط ومقام، نضع في البسط الإحداثي السيني للنقطة ( س ) وفي المقام الإحداثي الصادي للنقطة (ص) وتوضع بترتيب دائري واحد بحيث تنتهي بالنقطة التي بدأنا بها.

لو فرضنا أن لدينا المضلع الموضح بالشكل وبدأنا بالنقطة رقم (1) وانتهينا عندها أيضاً كالتالي :



ملحوظة : يجب وضع الإحداثيات بإشارتها الجبرية.

نضرب كل بسط في مقام الكسر التالي وتسمى هذه المجموعة الأولى .

نضرب كل مقام في بسط الكسر التالي وتسمى هذه المجموعة الثانية.

نجمع حاصل ضرب المجموعة الأولى وكذلك نجمع حاصل ضرب المجموعة الثانية .

فتكون المساحة كالتالي :

المساحة =  $\frac{1}{2} [ \text{مجموع حاصل ضرب المجموعة الأولى} - \text{مجموع حاصل ضرب المجموعة الثانية} ]$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} [ (\text{س} 1 \times \text{ص} 2 + \text{س} 2 \times \text{ص} 3 + \text{س} 3 \times \text{ص} 4 + \text{س} 4 \times \text{ص} 5 + \text{س} 5 \times \text{ص} 1) - \\ & [ (\text{ص} 1 \times \text{س} 2 + \text{ص} 2 \times \text{س} 3 + \text{ص} 3 \times \text{س} 4 + \text{ص} 4 \times \text{س} 5 + \text{ص} 5 \times \text{س} 1) ] \end{aligned}$$

ويمكن التعبير عن هذه المعادلة بالجدول التالي :



رقم النقطة	س	ص	البسط × المقام التالي	المقام × البسط التالي
1	س1	ص1		
2	س2	ص2	س1 × ص2	ص1 × س2
3	س3	ص3	س2 × ص3	ص2 × س3
4	س4	ص4	س3 × ص4	ص3 × س4
5	س5	ص5	س4 × ص5	ص4 × س5
1	س1	ص1	س5 × ص1	ص5 × س1
المجموع			مجموع حاصل ضرب المجموعة الأولى	مجموع حاصل ضرب المجموعة الثانية

المساحة =  $\frac{1}{2}$  (مجموع حاصل ضرب المجموعة الأولى - مجموع حاصل ضرب المجموعة الثانية)

مثال 1 :

(أ ب ج د) مضلع مغلق والمطلوب حساب مساحة هذا المضلع إذا كانت إحداثيات النقاط

بالمتر كالتالي:

النقطة	س	ص
1	2	3
2	5	4
3	5	9
4	3	10

- الطريقة الأولى للحل :

بتطبيق الصيغة العامة والتعويض عن قيمة ن من 1 إلى 4

$$\text{المساحة} = \frac{1}{2} [ \text{س}1 \times (\text{ص}2 - \text{ص}4) + (\text{ص}2 - \text{ص}3) \times \text{س}2 + (\text{ص}3 - \text{ص}1) \times \text{س}3 + (\text{ص}4 - \text{ص}2) \times \text{س}4 ]$$

$$= \frac{1}{2} [ (2 - 10) \times 3 + (3 - 9) \times 5 + (5 - 4) \times 9 + (4 - 3) \times 10 ]$$

$$= \frac{1}{2} [ (-8) + (-30) + (5) + (10) ]$$

$$= \frac{1}{2} [ (-23) ]$$

$$= \frac{1}{2} [ 23 ]$$

$$= 11.5 \text{ م}^2$$

- الطريقة الثانية للحل :



توضع إحداثيات النقاط على شكل كسر بسطه الإحداثي السيني ومقامه الإحداثي الصادي كالتالي:

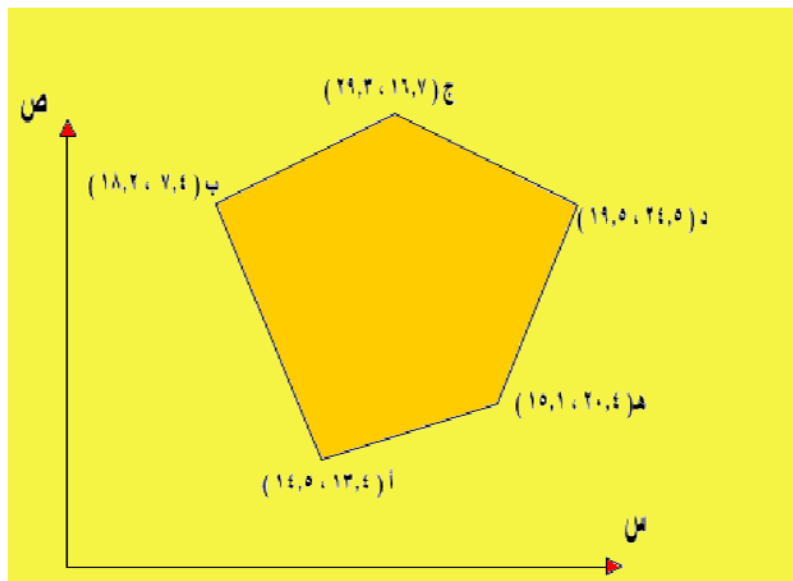
س1	ص1	س2	ص2	س3	ص3	س4	ص4	س5	ص5	س1	ص1

النقطة	س	ص	البسط × المقام التالي	المقام × البسط التالي
1	2	3		
2	5	4	8	15
3	5	9	45	20
4	3	10	50	27
1	2	3	9	20
المجموع			112	82

$$\text{المساحة} = \frac{1}{2} \times [82 - 112] = \frac{1}{2} \times 30 = 15 \text{ م}^2$$

### مثال 2:

(أ ب ج د هـ) مضلع مغلق معلومة إحداثيات رؤوسه بالمتراكما هو موضح بالشكل والمطلوب حساب المساحة المحصورة داخل هذا المضلع عن طريق الصيغة العامة والبسط والمقام.



- الطريقة الأولى للحل :

وذلك بتطبيق الصيغة العامة وبالتعويض عن (ن) بالأرقام من 1 إلى 5



$$\text{المساحة} = \frac{1}{2} [س_1 (ص_2 - ص_5) + س_2 (ص_3 - ص_4) + س_3 (ص_1 - ص_5) + س_4 (ص_2 - ص_3) + س_5 (ص_4 - ص_1)]$$

$$= \frac{1}{2} [س_1 (15.1 - 18.2) + س_2 (14.5 - 19.5) + س_3 (13.4 - 14.5) + س_4 (16.7 - 19.5) + س_5 (20.4 - 14.5)]$$

$$= \frac{1}{2} [س_1 (19.5 - 14.5) + س_2 (29.3 - 15.1) + س_3 (24.5 - 13.4) + س_4 (7.4 - 14.8) + س_5 (1.3 - 16.7)]$$

$$= \frac{1}{2} [س_1 (102 - ) + س_2 (347.9 - ) + س_3 (21.71) + س_4 (109.52) + س_5 (41.54)]$$

$$= \frac{1}{2} [277.13]$$

$$\text{المساحة} = 138.57 \text{ م}^2$$

- الطريقة الثانية للحل :

$$\begin{array}{cccccc} \frac{س_1}{ص_1} & \swarrow & \frac{س_5}{ص_5} & \swarrow & \frac{س_4}{ص_4} & \swarrow & \frac{س_3}{ص_3} & \swarrow & \frac{س_2}{ص_2} & \swarrow & \frac{س_1}{ص_1} \\ \frac{13.4}{14.5} & \swarrow & \frac{20.4}{15.1} & \swarrow & \frac{24.5}{19.5} & \swarrow & \frac{16.7}{29.3} & \swarrow & \frac{7.4}{18.2} & \swarrow & \frac{13.4}{14.5} \end{array}$$

$$\text{المساحة} = \frac{1}{2} [س_1 (ص_2 - ص_5) + س_2 (ص_3 - ص_4) + س_3 (ص_1 - ص_5) + س_4 (ص_2 - ص_3) + س_5 (ص_4 - ص_1)]$$

$$= \frac{1}{2} [س_1 (15.1 - 18.2) + س_2 (14.5 - 19.5) + س_3 (13.4 - 14.5) + س_4 (16.7 - 19.5) + س_5 (20.4 - 14.5)]$$

$$= \frac{1}{2} [13.4]$$

$$= \frac{1}{2} [(1729.23) - (1452.1)]$$

$$= \frac{1}{2} [277.13]$$

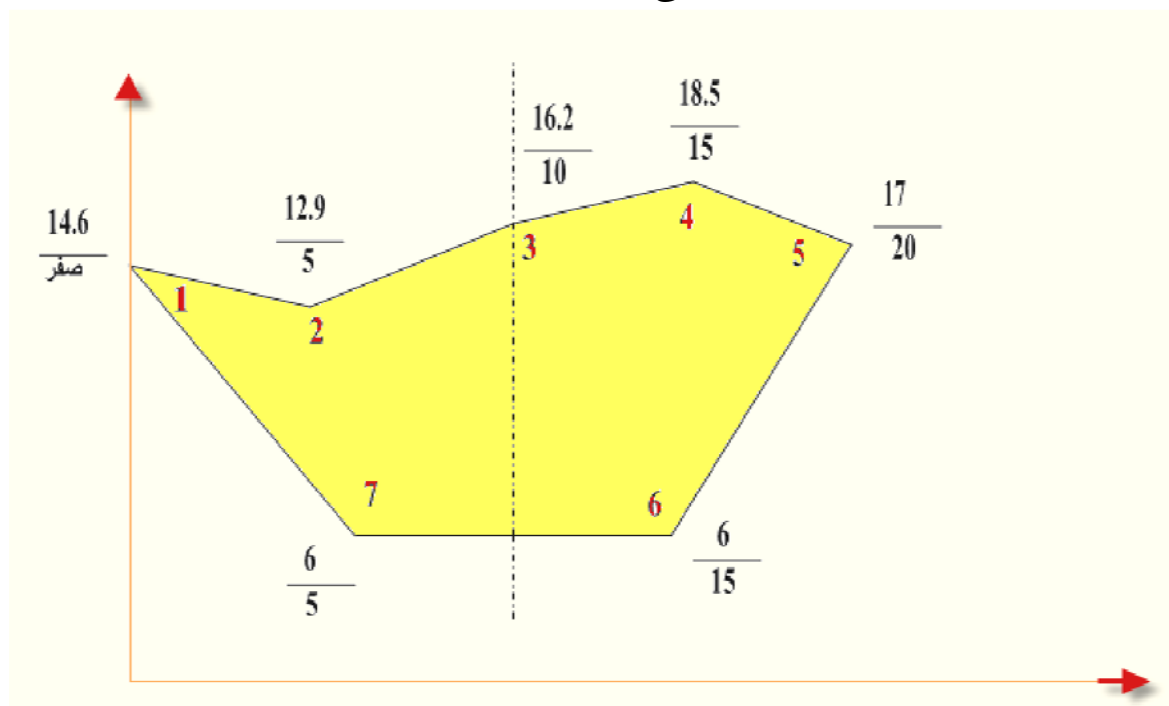
$$= 138.57 \text{ م}^2$$





## مثال 3:

الشكل الموضح هو عبارة عن قطاع عرضي في طريق تم تعيين مناسيب جميع نقاطه بالمتري وكذلك بعد جميع النقاط عن المحور الرأسي المار بالنقطة التي في أقصى يسار القطاع بالمتري أيضا والمطلوب حساب مساحة هذا القطاع.



باعتبار أن المنسوب هو الإحداثي الصادي للنقطة والمسافة إلى النقطة رقم (1) هو الإحداثي السيني ووضعها في صورة كسر يمثل بسطه المنسوب (ص) ومقامه المسافة (س) كما هو موضح على الشكل.

- الطريقة الأولى للحل :

بتطبيق المعادلة رقم (1) والتعويض عن (ن) بالأرقام من 1 إلى 7 :

$$\text{المساحة} = \frac{1}{2} \times [ \text{ص} \times 1 + (\text{س} - 2) \times 1 + (\text{س} - 3) \times 2 + (\text{س} - 4) \times 3 + (\text{س} - 5) \times 4 + (\text{س} - 6) \times 5 + (\text{س} - 7) \times 6 + (\text{س} - 1) \times 7 ]$$

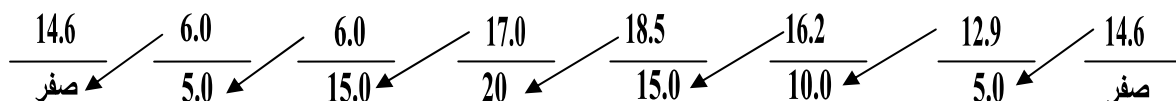
$$\text{المساحة} = \frac{1}{2} \times [ 14.6 \times 5 + (5 - 5) \times 12.9 + (10 - 5) \times 16.2 + (15 - 10) \times 18.5 + (20 - 15) \times 17 + (15 - 10) \times 6 + (20 - 5) \times 6 + (15 - 15) \times 17 + (10 - 20) \times 17 ]$$

$$= \frac{1}{2} \times [ (\text{صفر} \times 14.6) + (10 \times 12.9) + (10 \times 16.2) + (10 \times 18.5) + (10 \times 17) + (15 - 10) \times 6 + (15 - 10) \times 6 + (15 - 15) \times 17 + (10 - 20) \times 17 ]$$



$$= \frac{1}{4} [296] = 148 \text{ م}^2$$

- الطريقة الثانية للحل :



$$\begin{aligned} \text{المساحة} &= \frac{1}{4} [6 + 5 \times 6 + 15 \times 17 + 20 \times 18.5 + 15 \times 16.2 + 10 \times 12.9 + 5 \times 14.6] \\ &- (5 \times 6 + 6 \times 15 + 6 \times 20 + 17 \times 15 + 18.5 \times 10 + 16.2 \times 5 + 12.9 \times \text{صفر} + 14.6 \times \text{صفر}) \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{4} [(1100) - (804)] = \frac{1}{4} [296] = 148 \text{ م}^2$$

#### مثال 4:

احسب المساحة المحددة بأضلاع المضلع (أ ب ج د ه و) إذا كانت إحداثيات رؤوسه كما يلي:

النقطة	أ	ب	ج	د	هـ	و
س	42	79	67	85	5	16
ص	15	50	92	143	109	41

الحل :

$$\begin{aligned} \text{المساحة} &= \frac{1}{4} [15 \times 16 + 41 \times 5 + 109 \times 85 + 143 \times 67 + 92 \times 79 + 50 \times 42] \\ &- (42 \times 41 + 16 \times 109 + 5 \times 143 + 85 \times 92 + 67 \times 50 + 79 \times 15) \end{aligned}$$

$$\text{المساحة} = \frac{1}{4} [16536 - 28659]$$

$$= \frac{1}{4} [12123] = 6061.5 \text{ م}^2$$

#### 7- 2 تقسيم الأراضي :

لتقسيم الأراضي بين فردين أو أكثر ينبغي علينا مراعاة عدة شروط منها :

1. أن تتساوى كل القطع في المزايا المتوفرة حول هذه القطع مثل ( بئر ماء، طريق، ..... إلخ ).
2. حصول كل مالك على نصيبه كاملاً مجموراً كقطعة واحدة وليس عدة قطع منفصلة.

وتوجد طريقتان لتقسيم الأراضي وهي:



1. الطريقة التخطيطية ( التقسيم بالرسم ).

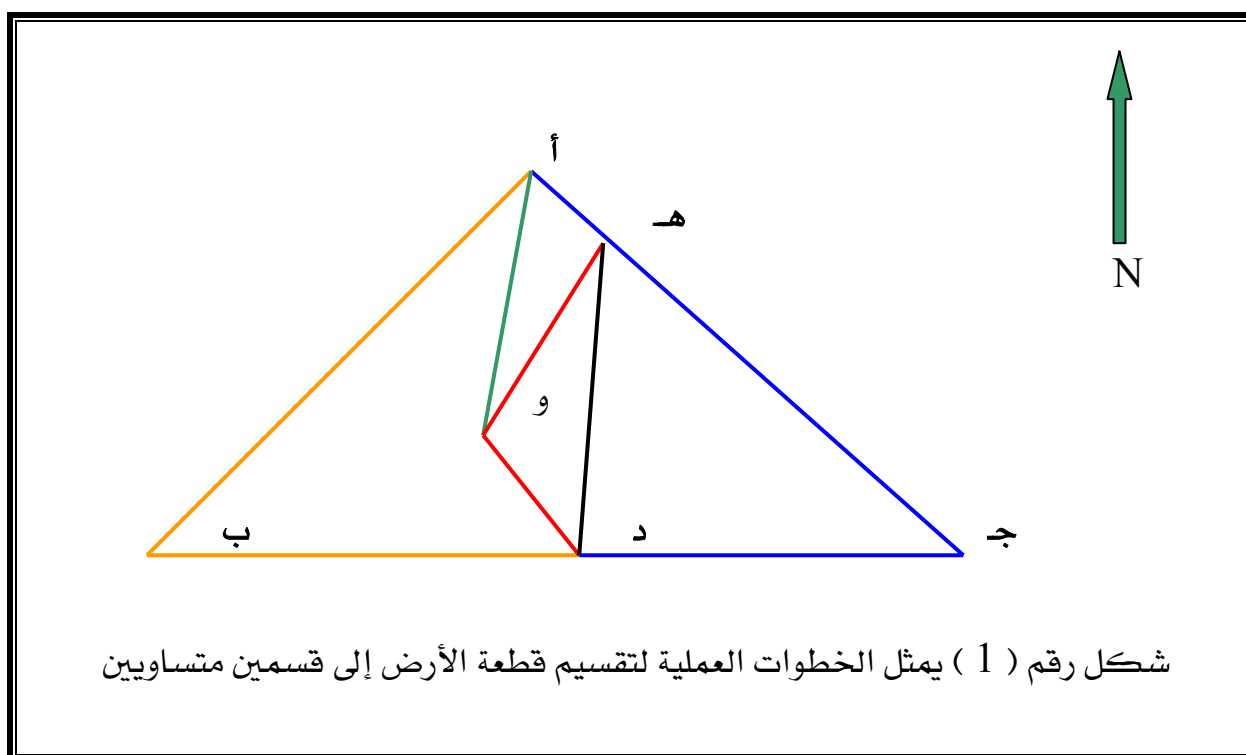
2. الطريقة الحسابية.

### 1. الطريقة التخطيطية ( التقسيم بالرسم ) :

في هذه الحالة يجب أن تكون قطعة الأرض المراد تقسيمها مرفوعة رفعا مساحياً دقيقاً على خريطة مساحية بدقة عالية، ثم تقسم الخريطة بالنسب المطلوبة ومن ثم توقع خطوط التقسيم على الطبيعة.

#### مثال 1 :

قطعة أرض ( أ ب ج ) مثلثة الشكل يراد تقسيمها إلى قسمين متساويين علماً بأن نقطة ( و ) الواقعة داخل قطعة الأرض هي عبارة عن بئر ماء يراد أن ينتفع به كل من القسمين .



#### الحل :

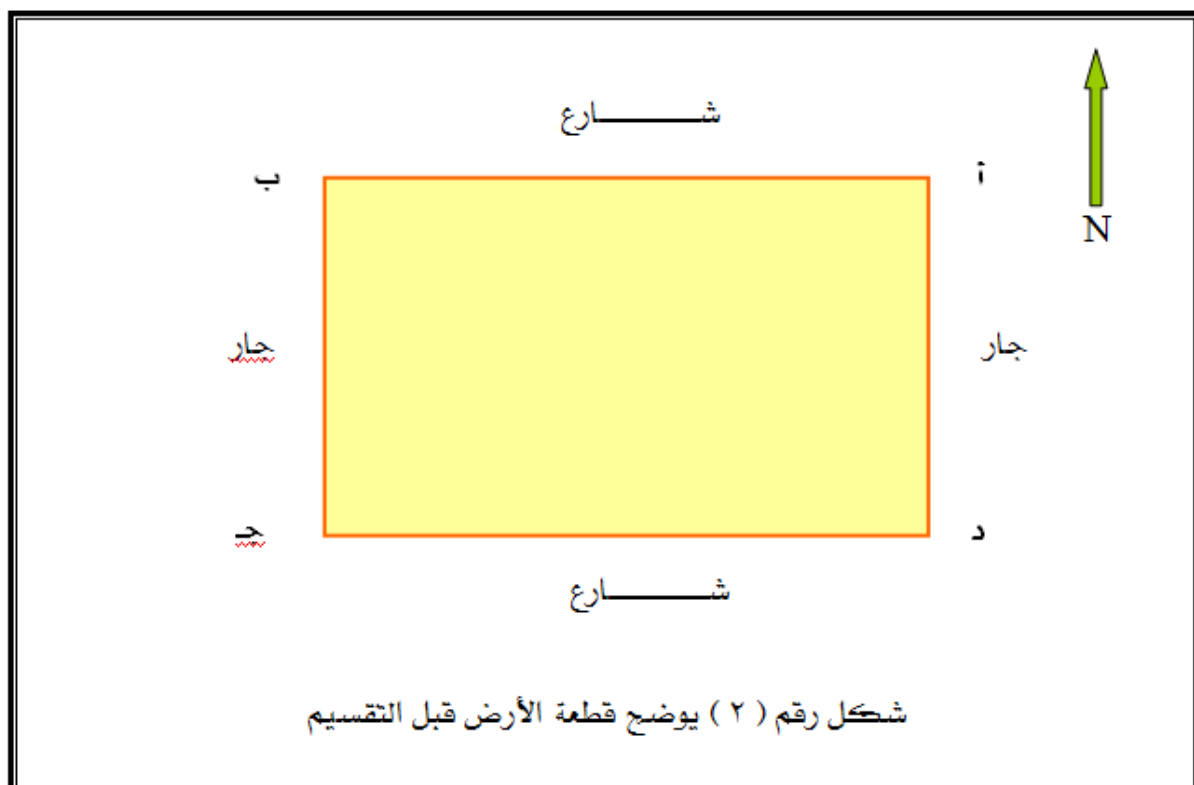
1. نصل النقطة ( و ) بأحد رؤوس المثلث ولتكن نقطة ( أ ) .
2. ننصف الضلع ( ب ج ) المقابل للرأس عند النقطة ( أ ) في نقطة ( د ) .
3. نرسم من نقطة ( د ) موازياً للخط ( و أ ) فيقطع الخط ( أ ج ) في نقطة ( هـ ) .
4. نصل ( هـ و ، و د ) فتكون النتيجة النهائية هي :



مساحة الشكل ( ج د و هـ ) = مساحة الشكل ( أ ب د و هـ )

## مثال 2 :

قطعة أرض مستطيلة الشكل ( أ ب ج د ) ، المطلوب تقسيمها إلى ثلاث قطع كإرث لرجلين و امرأة وذلك بنسبة ( 2 : 2 : 1 ) مع مراعاة أن تظل كل قطعة من القطع الثلاثة على الشارعين أ ب ، ج د كما هو موضح بالرسم المرفق شكل رقم ( 2 ) .

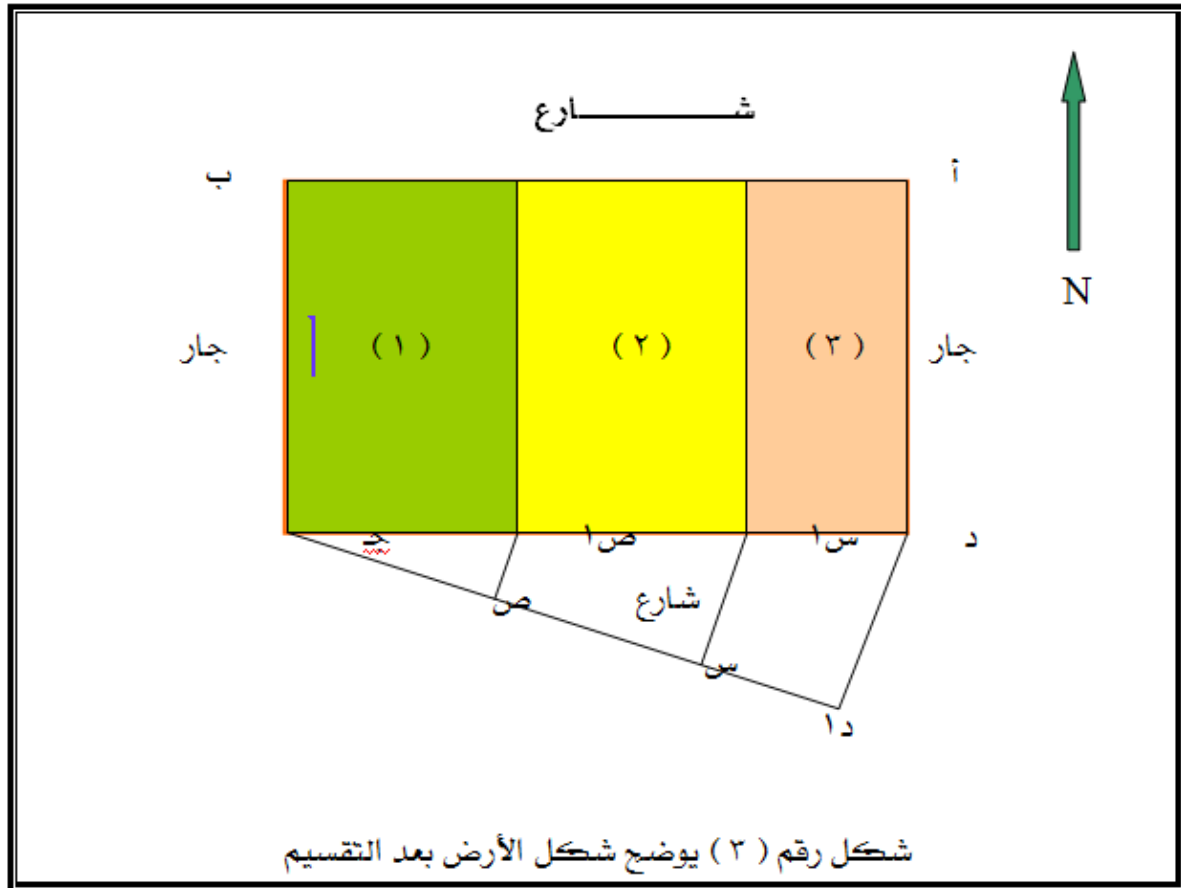


الحل :

1. نقوم برسم الخط ( ج د 1 ) من نقطة ( ج ) بحيث يصنع مع الخط ( ج د ) زاوية حادة كما هو موضح بالشكل رقم ( 3 ) .
2. نوقع على الخط ( ج د ) من عند نقطة ( ج ) مسافة مقدارها ( 2 سم ) ونسمي النقطة الموقعة ( ص ) .
3. من عند النقطة ( ص ) على الخط ( ج د ) نوقع مسافة مقدارها ( 2 سم ) ونسمي النقطة الموقعة ( س ) .
4. من عند النقطة ( س ) على الخط ( ج د ) نوقع مسافة مقدارها ( 1 سم ) ونسمي النقطة الموقعة ( د 1 ) . وبذلك نكون قد قسمنا الخط ( ج د 1 ) بنسبة 2 : 2 : 1 .

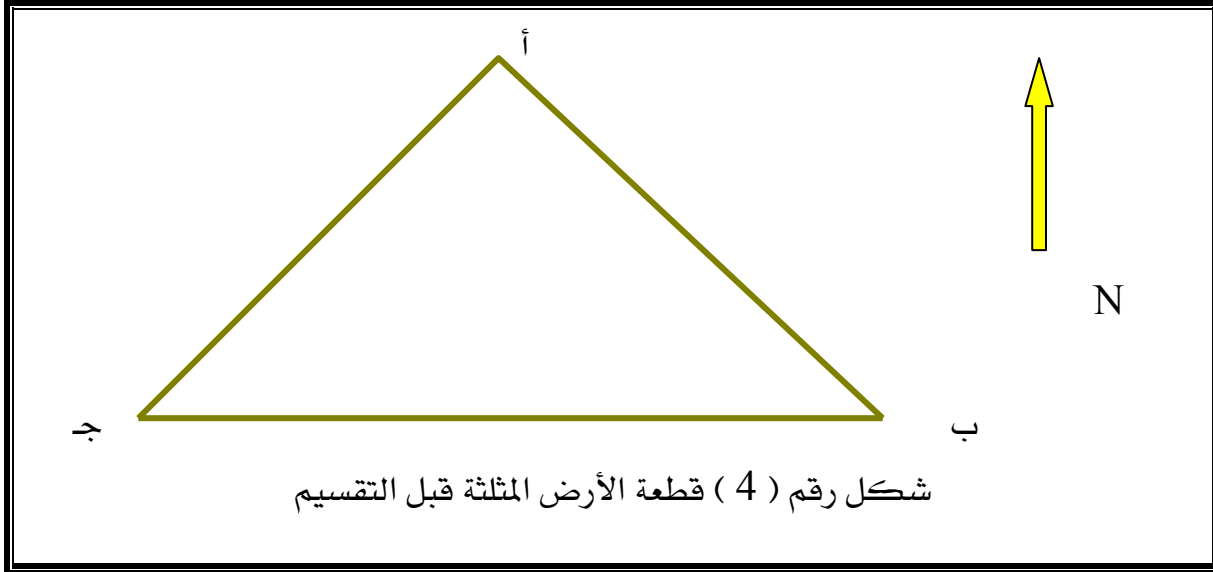


5. نقوم بتوصيل الخط ( د د 1 ) ونرسم من النقطتين ( س ، ص ) موازياً للخط ( د د 1 ) فنحصل على النقطتين ( س 1 ، ص 1 ) وهي نقاط التقسيم .
6. نقيم أعمدة من نقاط التقسيم على الخط ( ج د ) وحتى الخط ( أ ب ) فتكون القطعة رقم ( 1 ) لأحد الرجلين والقطعة رقم ( 2 ) للرجل الثاني والقطعة رقم ( 3 ) للمرأة .



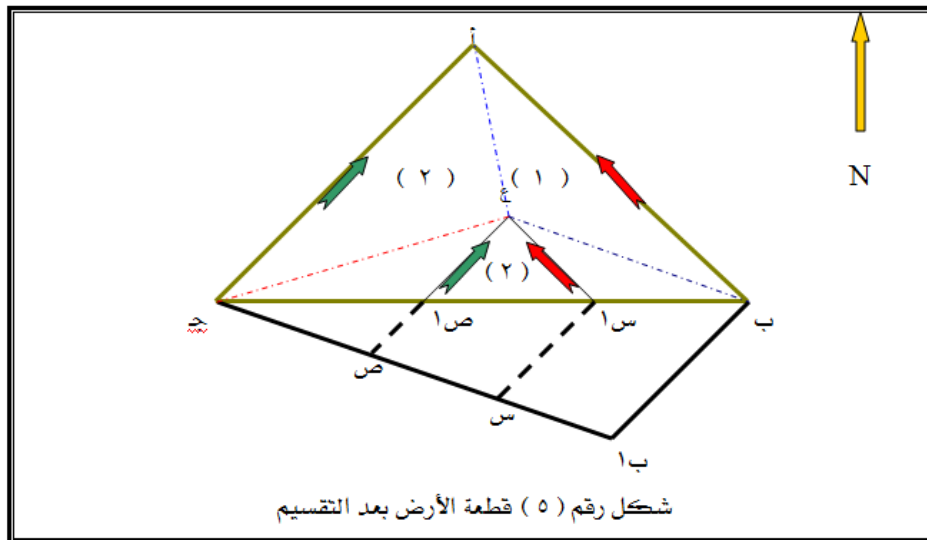
مثال 3 :

( أ ب ج د ) قطعة أرض مثلثة الشكل ( شكل رقم 4 ) ، المطلوب تقسيمها بين ثلاثة أشخاص بالتساوي بحيث تكون كل قطعة لها ضلع كامل من أضلاع المثلث ؟



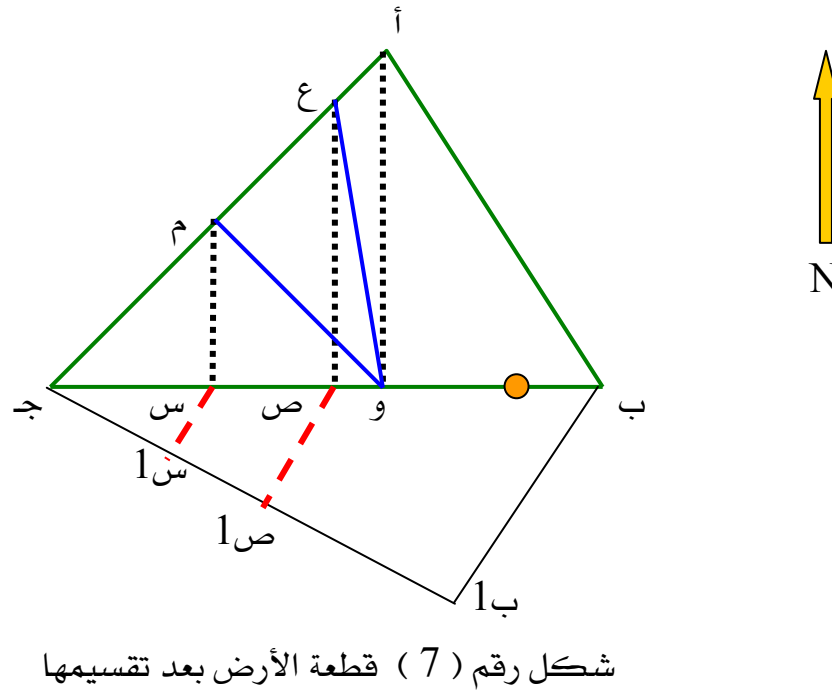
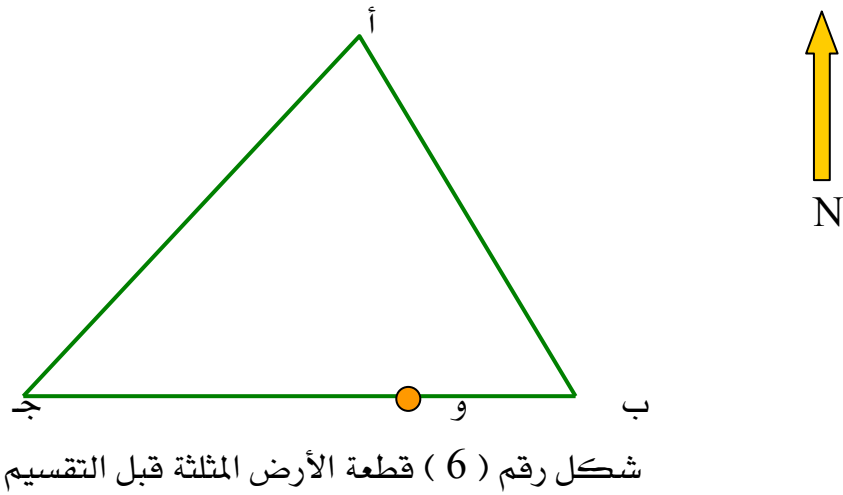
الحل :

- نقسم الضلع ( ب ج ) إلى ثلاثة أقسام متساوية في ( س 1 ، ص 1 ) كما سبق شرحه في المثال 2 .
- نرسم من النقطة ( س 1 ) خطاً موازياً للضلع ( أ ب ) .
- نرسم من نقطة ( ص 1 ) موازياً للخط ( أ ج ) فيتقاطعان في نقطة ( ع ) .
- نصل ( ع أ ، ع ب ، ع ج ) فيكون الناتج :
- مساحة المثلث ( ع أ ب ) = مساحة المثلث ( ع ب ج ) = مساحة المثلث ( ع أ ج ) .
- كما هو موضح بالشكل رقم ( 5 ) .



مثال 4 :

( أ ب ج ) قطعة أرض زراعية مثلثة الشكل، المطلوب تقسيمها كميراث بين امرأتين ورجل أي بنسبة 1 : 1 : 2 مع العلم أن نقطة ( و ) الواقعة على الخط ( ب ج ) تمثل بئر ماء.



الحل : كما هو موضح بالشكل رقم ( 7 ) :

- نقسم الخط ( ج ب ) بنسبة 1 : 1 : 2 بالطريقة السابق شرحها في المثال رقم ( 2 ) في النقطتين س ، ص .
- نصل نقطة ( و ) بالرأس ( أ ) وهي المقابلة للضلع المقسم ( ب ج ) .
- نرسم الضلع ( س م // أ و ) ( ص ع // أ و ) .
- نصل الضلع ( و ع ، و م ) .



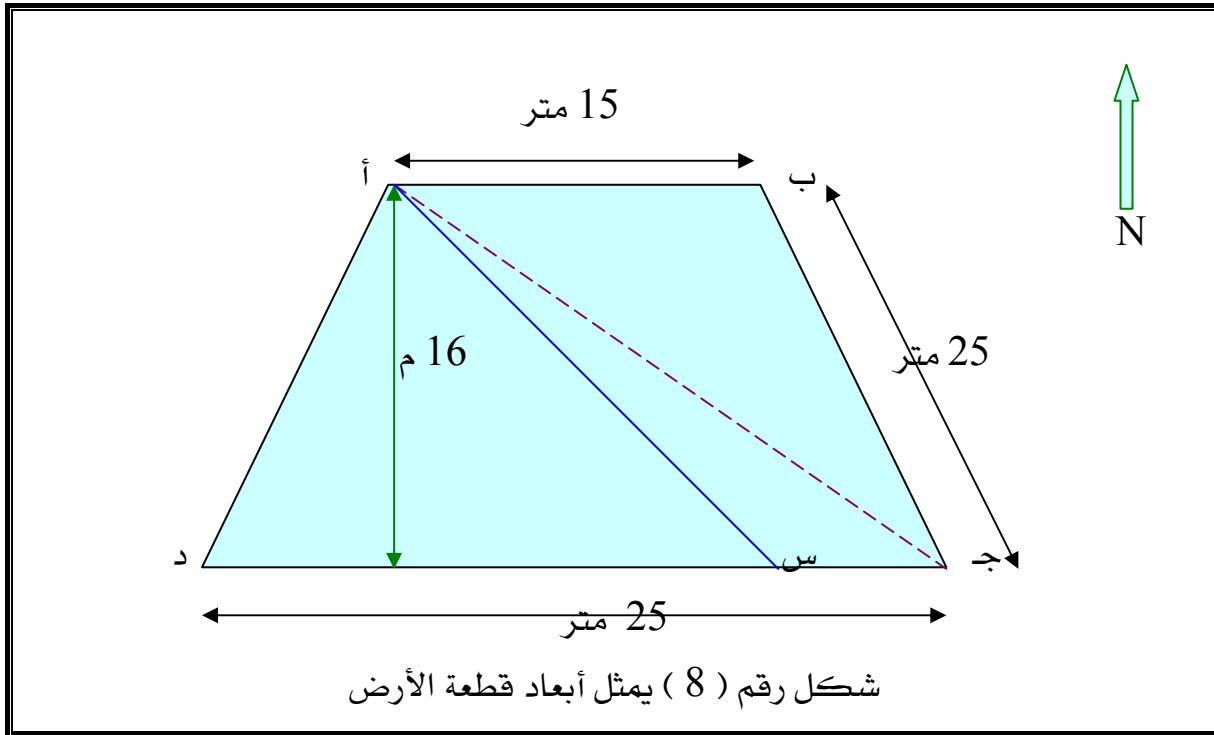
- فتكون مساحة الشكل ( أ ب و ع ) هي نصيب الرجل .
- وتكون مساحة الشكل ( و ع م ) لإحدى المرأتين ) .
- وتكون مساحة الشكل ( و م ج ) للمرأة الأخرى .

## 2. الطريقة الحسابية:

في هذه الطريقة نحصل على الأبعاد اللازمة لحساب المساحة من الطبيعة مباشرة أو من خريطة لقطعة الأرض المراد تقسيمها بحيث نستطيع أن نحصل على أية قياسات نحتاجها من على هذه الخريطة.

### مثال 1:

( أ ب ج د ) قطعة أرض على شكل شبه منحرف أبعادها كما هو موضح على الرسم ( شكل رقم 8 ) والمطلوب تقسيم هذه القطعة إلى قسمين متساويين على أن يمر خط التقسيم بالنقطة ( أ )



### الحل:

- المساحة الكلية لقطعة الأرض ( أ ب ج د ) = نصف مجموع القاعدتين × الارتفاع
- $320 \text{ م}^2 = 16 \times \left\{ (25 + 15) \frac{1}{2} \right\} =$
- نصف مساحة الأرض =  $320 \div 2 = 160 \text{ م}^2$  .



- إذا أعطينا القسم الأول وهو الجزء المكون من المثلث ( أ ج د ) فتصبح مساحته على النحو الآتي:

$$\begin{aligned} \text{مساحة القسم الأول} &= \frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع} \\ &= \frac{1}{2} \times 25 \times 16 = 200 \text{ م}^2 . \\ \text{وهذا يعني أن القسم الأول يزيد عن نصف المساحة بمقدار } &= 160 - 200 = 40 \text{ م}^2 . \end{aligned}$$

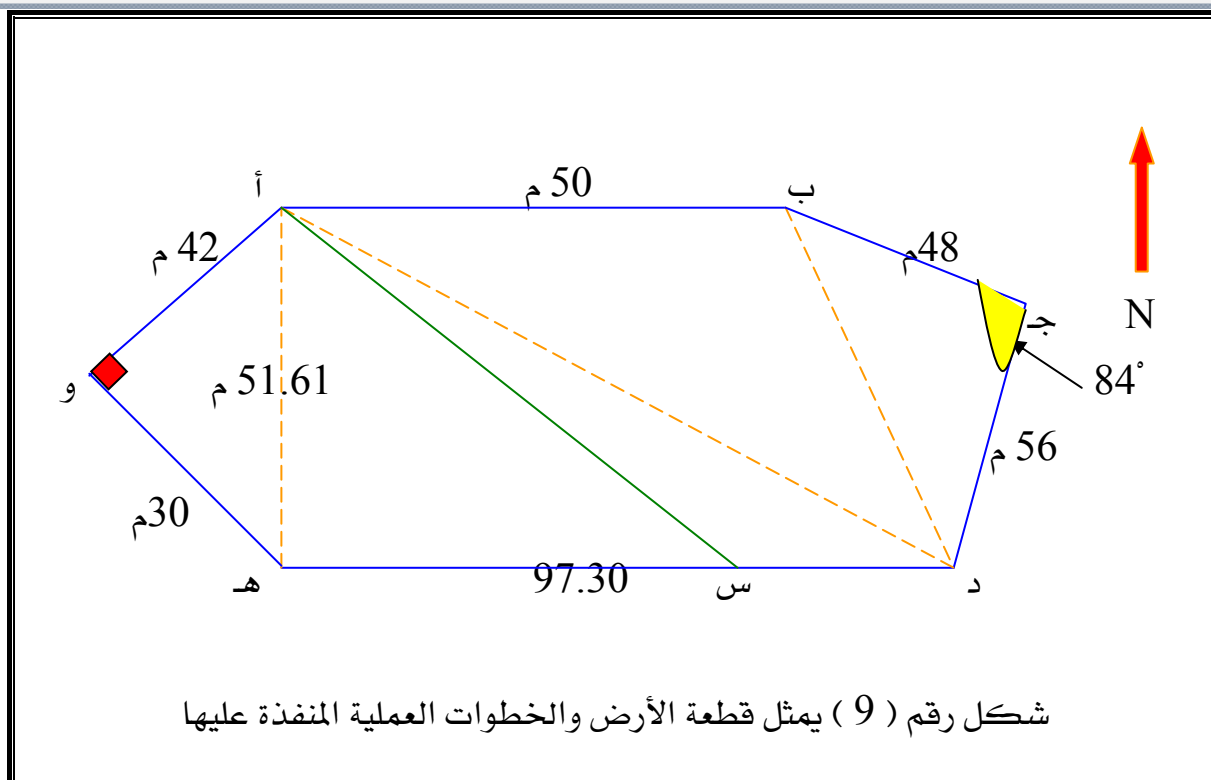
وهذا يعني أن مساحة المثلث ( أ ج س ) =  $40 \text{ م}^2$  حيث نقطة ( س ) مفروضة على الخط ( ج د ) والمطلوب الآن تحديد مكان النقطة ( س ) على الخط ( ج د ) بدقة . وعلى هذا يتم تقسيم الخط ( ج د ) بنسبة الزيادة إلى مساحة المثلث ( أ ج د ) أية بنسبة 40:200

$$\begin{aligned} \text{ج س} \div \text{ج د} &= \text{مساحة المثلث ( أ ج س )} \div \text{مساحة المثلث ( أ ج د )} . \\ \therefore \text{ج س} &= [\text{ج د} \times (\text{مساحة المثلث ( أ ج س )})] \div [\text{مساحة المثلث ( أ ج د )}] . \\ &= 25 \times (200 \div 40) = 5 \text{ متر} . \end{aligned}$$

∴ نقطة ( س ) تبعد عن نقطة ( ج ) مسافة مقدارها = 5 متر .  
∴ في هذه الحالة مساحة الشكل ( أ س د ) = مساحة الشكل ( أ ب ج س ) .

## مثال 2 :

قطعة أرض ( أ ب ج د هـ و ) أبعادها كما هي موضحة على الرسم شكل رقم ( 9 ) والمطلوب تقسيم هذه القطعة بين رجلين بالتساوي على أن يمر خط التقسيم بالنقطة ( أ ) حيث إنها تمثل بئر ماء ؟



**الحل :**

نقوم بتوصيل النقطتين ( ب ، د ) فينتج الضلع ( ب د ) ، النقطتين ( أ هـ ) فينتج الضلع ( أ هـ ) فينتج لنا المثلثان ( ب ج د ، أ هـ و ) وشبه المنحرف ( أ ب د هـ ) والمطلوب الآن إيجاد مساحة هذه الأشكال لكي نتمكن من حساب مساحة قطعة الأرض الإجمالية.

■ مساحة المثلث ( ب ج د ) =  $\frac{1}{2} \times 48 \times 56 \times \sin 84^\circ = 1336.64 \text{ م}^2$ .

■ مساحة المثلث ( أ هـ و ) =  $\frac{1}{2} \times 42 \times 30 = 630 \text{ م}^2$ .

■ مساحة شبه المنحرف ( أ ب د هـ ) = نصف مجموع القاعدتين  $\times$  الارتفاع

حيث يمكننا الحصول على الارتفاع ( أ هـ ) من المثلث القائم الزاوية ( أ هـ و ) على النحو الآتي :

■ الارتفاع ( أ هـ ) =  $\sqrt{2(30) + 2(42)} = 51.61 \text{ م}$ .

■  $\therefore$  مساحة شبه المنحرف =  $\frac{1}{2} \times (97.30 + 50) \times 51.61 = 3801.08 \text{ م}^2$ .

■  $\therefore$  مساحة قطعة الأرض الكلية =  $3801.08 + 630 + 1336.64 = 5767.72 \text{ م}^2$ .

■  $\therefore$  نصيب كل رجل = نصف المساحة الكلية =  $5767.72 \div 2 = 2883.86 \text{ م}^2$ .

■ فإذا أخذ الرجل الأول المثلث ( أ هـ و ) ومساحته =  $630 \text{ م}^2$ .

وَأخذ أيضا المثلث ( أ هـ د ) ومساحته =  $\frac{1}{2} \times 97.30 \times 51.61 = 2510.83 \text{ م}^2$

■  $\therefore$  إجمالي ما يحصل عليه الرجل الأول =  $2510.83 + 630 = 3140.83 \text{ م}^2$ .



∴ مقدار الزيادة للرجل الأول عن نصف المساحة = ما حصل عليه - نصف مساحة

الأرض الكلية

$$= 2883.86 - 3140.83 =$$

$$256.97 \text{ م}^2 .$$

▪ ∴ يجب تقسيم طول الضلع ( د هـ ) بنسبة الزيادة إلى مساحة المثلث ( أ د هـ ) أية بنسبة

$$2510.83 : 256.97$$

$$\therefore \text{طول ( د س )} = ( 251.83 \div 256.97 ) \times 97.30 = 9.96 \text{ م} .$$

∴ نقوم بتوقيع نقطة ( س ) بمسافة تبعد عن نقطة ( د ) = 9.96 م .

▪ وبتوصيل النقطة ( أ ) بالنقطة ( س ) يكون الضلع ( أ س ) هو الحد الفاصل الذي يقسم الأرض إلى قسمين متساويين

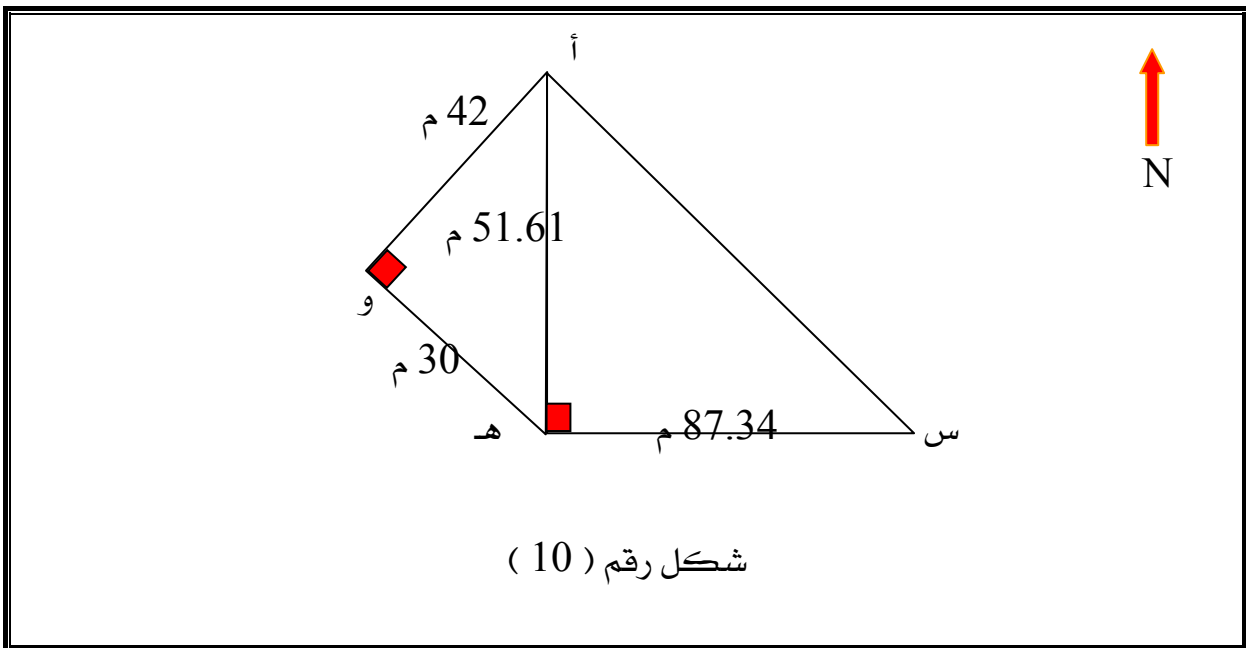
▪ وتصبح مساحة الشكل ( أ س هـ و ) = مساحة الشكل ( أ ب ج د س ) = 2883.86 م<sup>2</sup>

وللتأكد من صحة الحل نقوم بحساب مساحة الشكل ( أ س هـ و ) ، ومساحة الشكل ( أ ب

ج د س ) كلا على حدة كما يلي :

▪ أولاً : مساحة الشكل ( أ س هـ و ) = مساحة المثلث ( أ س هـ ) + مساحة المثلث ( أ هـ و )

كما هو موضح بالشكل رقم ( 10 ) .



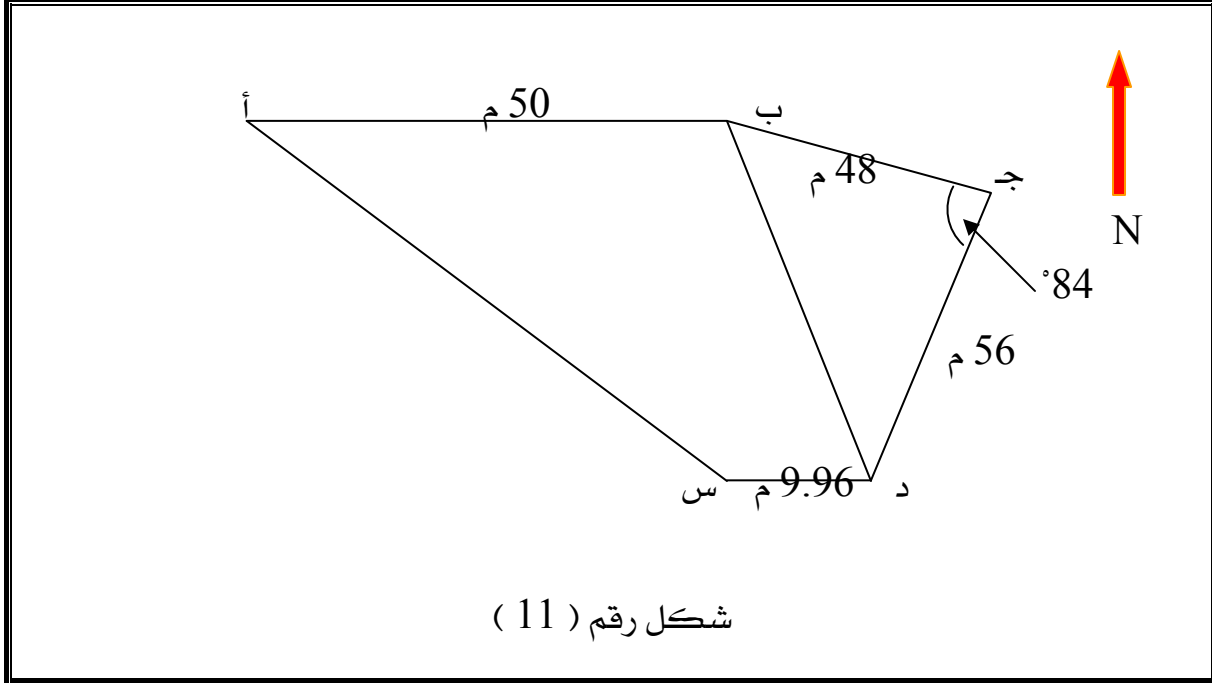
▪ مساحة المثلث ( أ س هـ ) =  $51.61 \times 87.34 \times \frac{1}{2} = 2253.81 \text{ م}^2 .$

▪ مساحة المثلث ( أ هـ و ) = 630 م<sup>2</sup> تم حسابه من قبل .



∴ مساحة الشكل ( أ س هـ و ) =  $630 + 2253.81 = 2883.81 \text{ م}^2$  .

- ثانيا : مساحة الشكل ( أ س د ج ب ) = مساحة المثلث ( ب ج د ) + مساحة شبه المنحرف ( أ ب د س ) كما هو موضح بالشكل رقم ( 11 ) .

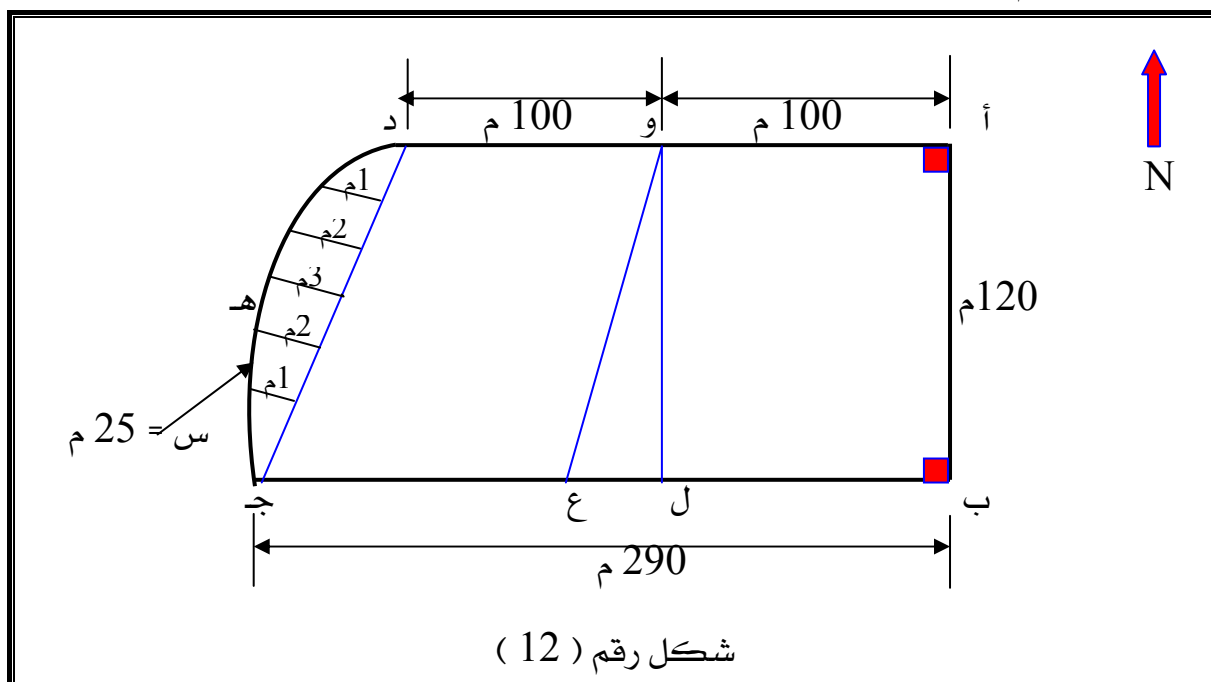


- مساحة المثلث ( ب ج د ) =  $1336.64 \text{ م}^2$
- مساحة شبه المنحرف ( أ ب د س ) =  $51.61 \times (9.96 + 50) \times \frac{1}{2} = 1547.27 \text{ م}^2$
- ∴ مساحة الشكل ( أ س د ج ب ) =  $1547.27 + 1336.64 = 2883.91 \text{ م}^2$  .



## مثال 3 :

قطعة أرض رباعية الشكل ( أ ب ج د ) المبينة بالشكل رقم ( 12 ) ، والمطلوب تقسيمها إلى قسمين متساويين في المساحة بحيث يمر خط التقسيم ببئر المياه الواقع في نقطة ( و ) مع إيجاد بعد خط التقسيم عن نقطة ( ب ) .



## الحل :

- مساحة الشكل ( أ ب ج د ) شبه المنحرف  $= \frac{1}{2} (290 + 200) \times 120 = 29400 \text{ م}^2$  .
  - مساحة الجزء المنحني ( د ه ج ) ويمكن إيجاد مساحته باستخدام طريقة سمبسون :
- المساحة = س ÷ 3 {العمود الأول + العمود الأخير + (2 × الأعمدة الفردية) + (4 × الأعمدة الزوجية)}

$$\text{مجموع الأعمدة الفردية} = 2 + 2 = 4 , \quad \text{مجموع الأعمدة الزوجية} = 1 + 3 + 1 = 5$$

$$\text{المساحة} = 25 \div 3 \{ \text{صفر} + \text{صفر} + (4 \times 2) + (5 \times 4) \}$$

$$= 25 \div 3 \{ \text{صفر} + \text{صفر} + 8 + 20 \} = 233.33 \text{ م}^2 .$$

$$\therefore \text{المساحة الكلية لقطعة الأرض} = 29400 + 233.33 = 29633.33 \text{ م}^2 .$$

$$\text{■ نصيب كل فرد} = \text{المساحة الكلية} \div 2 = 29633.33 \div 2 = 14816.665 \text{ م}^2$$

$$\text{■ ن نصف الخط ( ب ج ) في نقطة ( ل ) ثم نصل النقطتين معا ( و ، ل ) .}$$

$$\text{■ مساحة الشكل ( أ ب ل و ) = مساحة الشكل ( و ل ج د ) .}$$

$$\text{■ نفرض أن نقطة ( ع ) هي نقطة التقسيم و أن الخط ( و ع ) هو خط التقسيم .}$$

$$\therefore \text{مساحة المثلث ( و ع ل )} = \frac{1}{2} \text{مساحة الجزء المنحني .}$$



$$233.33 \times \frac{1}{2} = 2 \div (120 \times \text{ل ع})$$

$$\therefore \text{ل ع} = 1.944 \text{ متر.}$$

$$\therefore \text{بعد نقطة التقسيم عن نقطة ( ب )} = 145 + 1.944 = 146.944 \text{ متراً.}$$

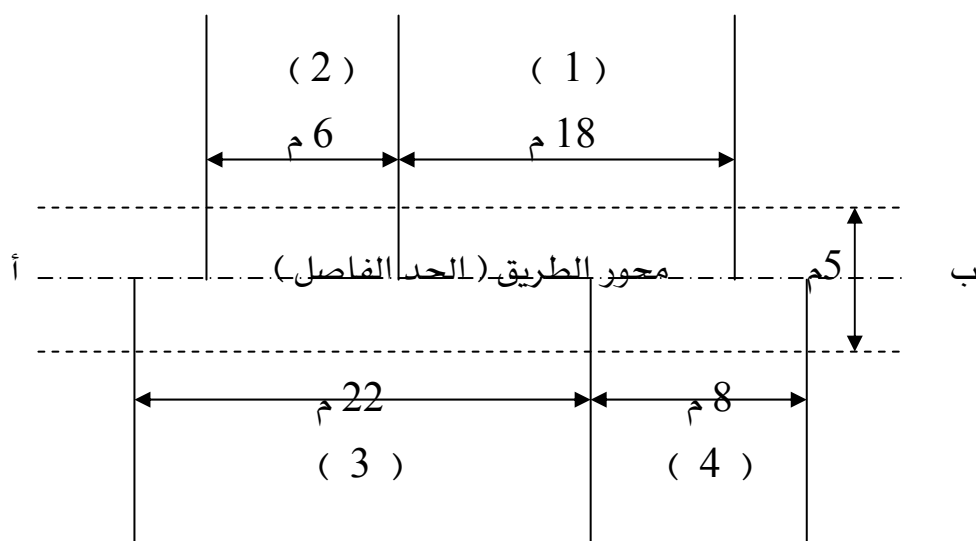
وتصبح مساحة القسم ( أ ب ع و ) = مساحة القسم ( و ع د هـ د ) .

### 7- 3 اقتطاع مساحة:

اقتطاع مساحة معينة من قطعة أرض من الأعمال المساحية التي يتعرض لها المساح كثيراً وخصوصاً في حالات شق الطرق التي قد تعترض بعض الأراضي للأهالي والمطلوب من المساح توقيع محور الطريق ثم حساب المساحة المستقطعة من كل أرض حتى يتم تعويض أصحاب هذه الأراضي.

#### مثال :

الشكل التالي رقم ( 13 ) عبارة عن أربع قطع من الأراضي يملكها أربعة أشخاص وتقرر شق طريق يمر بهذه الأراضي على أن يكون محور الطريق هو نفسه الحد الفاصل ( أ ب ) كما هو موضح بالرسم وعرض الطريق 5 أمتار . المطلوب هو حساب المساحات المستقطعة من الأراضي 1 ، 2 ، 3 ، 4 وقيمة التعويض لكل قطعة إذا كان سعر تعويض المتر = 1000 ريال.



شكل رقم ( 13 )



## الحل :

■ أولاً حساب مساحة قطعة الأرض المستقطعة من قطعة الأرض رقم ( 1 ) مع حساب قيمة التعويض.

المساحة المستقطعة هي عبارة عن مستطيل طوله 18 م وعرضه نصف الطريق 2.5 م .

$$\therefore \text{المساحة المستقطعة} = 2.5 \times 18 = 45 \text{ م}^2 .$$

$$\text{قيمة التعويض} = 1000 \times 45 = 45000 \text{ ريالاً} .$$

■ ثانياً حساب مساحة قطعة الأرض المستقطعة من قطعة الأرض رقم ( 2 ) مع حساب قيمة التعويض للمساحة المستقطعة و هي عبارة عن مستطيل طوله 6 م وعرضه نصف الطريق 2.5 م .

$$\therefore \text{المساحة المستقطعة} = 2.5 \times 6 = 15 \text{ م}^2 .$$

$$\text{قيمة التعويض} = 1000 \times 15 = 15000 \text{ ريالاً} .$$

■ ثالثاً حساب مساحة قطعة الأرض المستقطعة من قطعة الأرض رقم ( 3 ) مع حساب قيمة التعويض للمساحة المستقطعة هي عبارة عن مستطيل طوله 22 م وعرضه نصف الطريق 2.5 م .

$$\therefore \text{المساحة المستقطعة} = 2.5 \times 22 = 55 \text{ م}^2 .$$

$$\text{قيمة التعويض} = 1000 \times 55 = 55000 \text{ ريالاً} .$$

■ رابعاً حساب مساحة قطعة الأرض المستقطعة من قطعة الأرض رقم ( 4 ) مع حساب قيمة التعويض للمساحة المستقطعة هي عبارة عن مستطيل طوله 8 م وعرضه نصف الطريق 2.5 م .

$$\therefore \text{المساحة المستقطعة} = 2.5 \times 8 = 20 \text{ م}^2 .$$

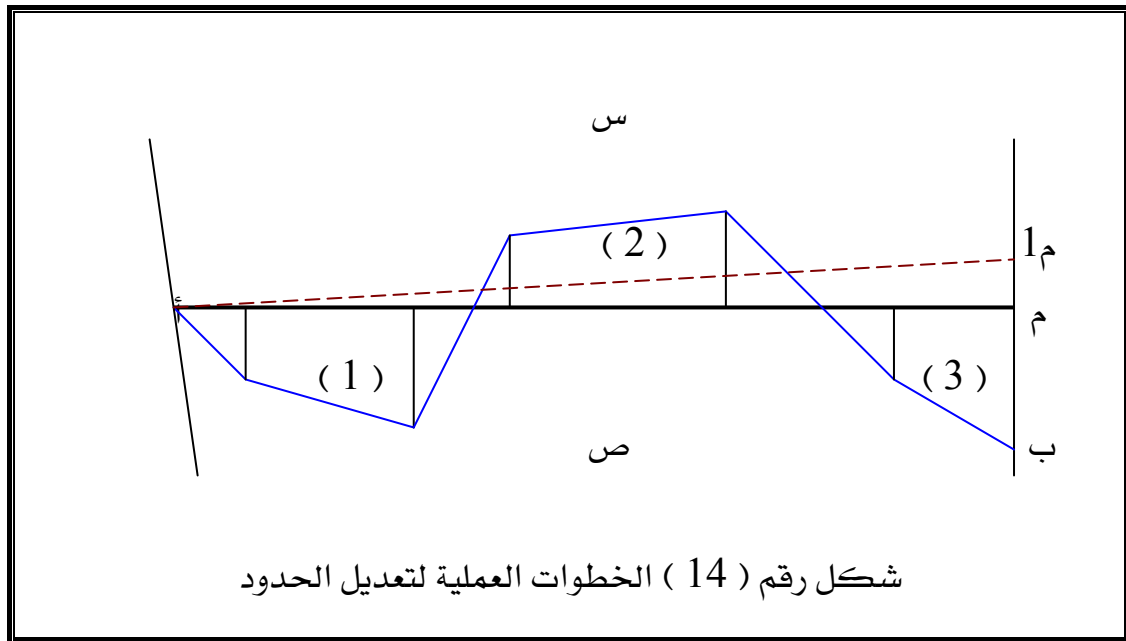
$$\text{قيمة التعويض} = 1000 \times 20 = 20000 \text{ ريالاً} .$$



## 7- 4 تعديل الحدود

في حالة وجود حد فاصل متعرج أو منحني أية غير مستقيم بين قطعتين من الأرض ويرغب أصحاب الأرض في تعديل هذا الحد الفاصل بينهما إلى خط مستقيم بحيث تحتفظ كل من القطعتين على جانبي خط التعديل بمساحتهما ، بمعنى أن المساحة المضافة إلى إحدى القطعتين نتيجة هذا التعديل يجب أن تساوي المساحة المستقطعة منها.

لو فرضنا أن لدينا قطعتين من الأرض ( س ، ص ) كما هو موضح بالشكل رقم ( 14 ) بينهما حد متعرج ( أ ب ) والمطلوب تعديل هذا الحد بخط مستقيم يمر بالنقطة ( أ ).

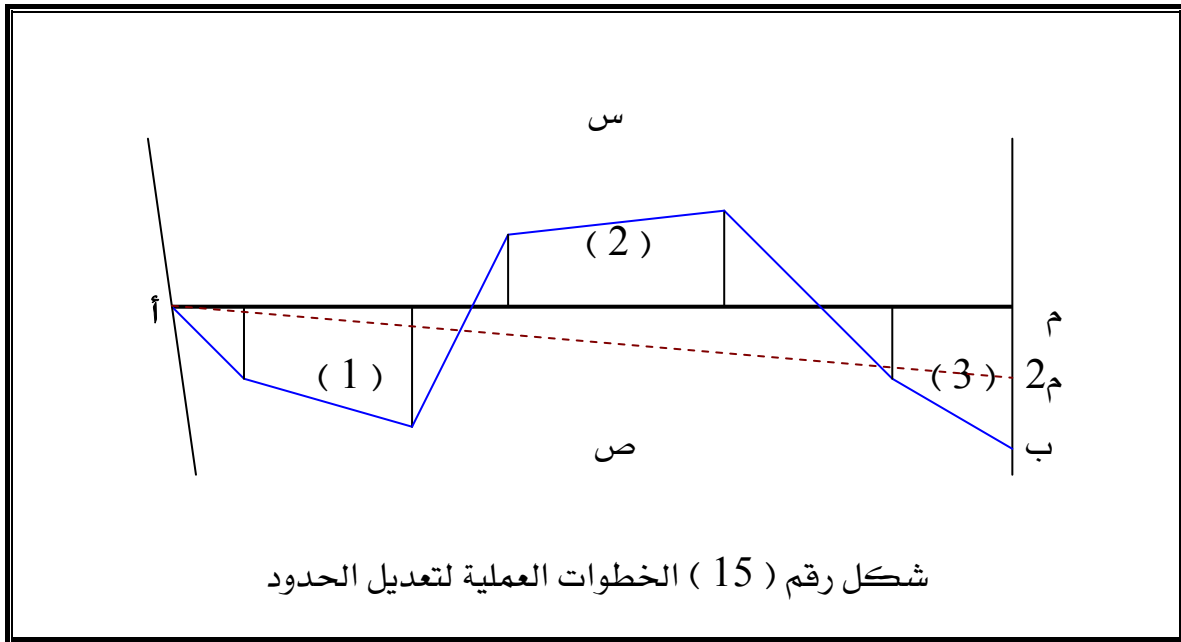


### الخطوات العملية لتعديل الحدود :

- نضع الخط ( أ م ) كحد فاصل مستقيم بحيث تكون المساحة المضافة إلى إحدى القطعتين مساوية للمساحة المأخوذة بشكل تقريبي ويكون ( أ م ) عمودياً على ( م ب ) إن أمكن.



- نقوم بحساب المساحة المضافة للقطعة س ( 2 ) وكذلك المساحة المأخوذة من القطعة س ( 1 ، 3 ). وتكون المساحات في هذه الحالة إما مثلثات أو أشباه منحرفات وقد تم شرحها سابقا.
- إذا كانت المساحة المضافة ( 2 ) = المساحة المأخوذة ( 1 ، 3 ) فإن الخط ( أ م ) يكون هو الحد الفاصل المستقيم.
- إذا كانت المساحة المضافة أكبر من المساحة المأخوذة ، وهذا يعني أن النقطة ( م ) يجب تحريكها إلى الأعلى عند النقطة ( م1 ) بالشكل رقم ( 14 ) ، أما إذا كانت المساحة المأخوذة أكبر من المساحة المضافة فهذا يعني أن نقطة ( م ) يجب تحريكها إلى أسفل عند النقطة ( م2 ) كما هو موضح بالشكل رقم ( 15 ) ، بمعنى آخر حذف المثلث ( أ م1 م ) بالشكل رقم ( 14 ) بالنسبة للقطعة ( س ) وإضافته للقطعة ( ص ) وإضافة المثلث ( أ م2 م ) بالشكل رقم ( 15 ) إلى القطعة ( س ) وحذفه من القطعة ( ص ).



- مساحة المثلث ( أ م2 م ) =  $\frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع} = \frac{1}{2} \times ( أ م ) \times \text{الارتفاع}$  .
- حيث الارتفاع =  $( 2 \times \text{مساحة المثلث ( أ م1 م ) } ) \div ( أ م )$  .
- مساحة المثلث ( أ م1 م ) = الفرق بين المساحة المضافة والمساحة المستقطعة من نفس القطعة.
- ويصبح الحد الفاصل في الشكل ( 14 ) هو الخط ( أ م1 )
- ويصبح الحد الفاصل في الشكل ( 15 ) هو الخط ( أ م2 ) .

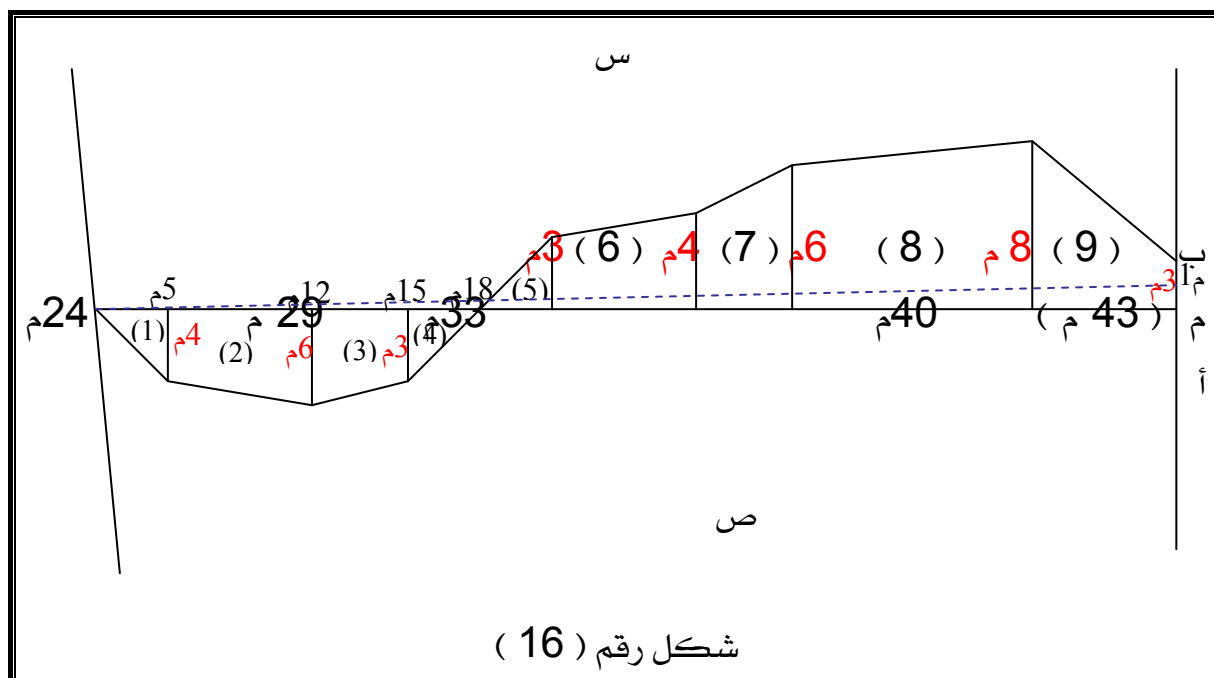


- في حالة أن يكون الخط ( أ ب ) ليس عمودياً على الخط ( م ب ) نرسم خطاً موازياً للخط ( أ م ) وعلى بعد منه يساوي الارتفاع المحسوب من المعادلة السابقة فيقطع الضلع ( م ب ) في نقطة ( م2 ) ويكون الحد الفاصل هو ( أ م2 ) كما بالشكل رقم ( 15 ).



## مثال 1 :

( س ، ص ) قطعتا أرض بينهما الحد المتعرج ( أ ب ) كما هو موضح بالشكل رقم ( 16 ) .  
المطلوب هو تعديل هذا الحد إلى حد آخر مستقيم يمر بنقطة ( أ ) .



## الحل :

## 1. الخطوة العملية :

نقوم بوضع الخط ( أ م ) بشكل تقريبي بحيث يمثل الحد الفاصل المستقيم بين القطعتين ، ثم نضع شريطاً على الخط المستقيم ( أ م ) وبشريط آخر نقوم بقياس البعد العمودي على هذا الخط وحتى الحد المتعرج عند كل تغيير فتكون الأبعاد كما هي موضحة بالشكل رقم ( 16 ) .

م	المسافة المقاسة على الخط ( أ م )	طول العمود
6	29 متر	4 متر
7	33 متر	6 متر
8	40 متر	8 متر
9	43 متر	3 متر
جدول يوضح الأبعاد على شكل ( 16 )		

م	المسافة المقاسة على الخط ( أ م )	طول العمود
1	5 متر	4 متر
2	12 متر	6 متر
3	15 متر	3 متر
4	18 متر	صفر
5	24 متر	3 متر



## 2. الخطوة الحسابية :

عند اختيار الخط ( أ م ) نلاحظ أننا أضفنا إلى قطعة الأرض ( س ) المساحات ( 5 ، 6 ، 7 ، 8 ، 9 ) بينما اقتطعنا من نفس القطعة المساحات ( 1 ، 2 ، 3 ، 4 ) .

- مساحة الجزء ( 1 ) =  $4 \times 5 \times \frac{1}{2} = 10 \text{ م}^2$  .
- مساحة الجزء ( 2 ) =  $7 \times (6+4) \times \frac{1}{2} = 35 \text{ م}^2$  .
- مساحة الجزء ( 3 ) =  $3 \times (6+3) \times \frac{1}{2} = 13.5 \text{ م}^2$  .
- مساحة الجزء ( 4 ) =  $3 \times 3 \times \frac{1}{2} = 4.5 \text{ م}^2$  .

∴ إجمالي المساحة المأخوذة من القطعة ( س ) =  $(4.5 + 13.5 + 35 + 10) = 63 \text{ م}^2$

- مساحة الجزء ( 5 ) =  $3 \times 6 \times \frac{1}{2} = 9 \text{ م}^2$  .
- مساحة الجزء ( 6 ) =  $5 \times (4+3) \times \frac{1}{2} = 17.5 \text{ م}^2$  .
- مساحة الجزء ( 7 ) =  $4 \times (6+4) \times \frac{1}{2} = 20 \text{ م}^2$  .
- مساحة الجزء ( 8 ) =  $7 \times (6+8) \times \frac{1}{2} = 49 \text{ م}^2$  .
- مساحة الجزء ( 9 ) =  $3 \times (8+3) \times \frac{1}{2} = 16.5 \text{ م}^2$  .

∴ إجمالي المساحة المضافة للقطعة ( س ) =  $(16.5 + 49 + 20 + 17.5 + 9) = 112 \text{ م}^2$

مما سبق نجد أن المساحة المضافة أكبر من المساحة المستقطعة ، لذا يجب تحريك نقطة ( م ) إلى الأعلى عند نقطة ( م 1 ) .

∴ م 1 =  $(2 \times \text{فرق المساحة}) \div \text{طول الحد ( أ م )}$

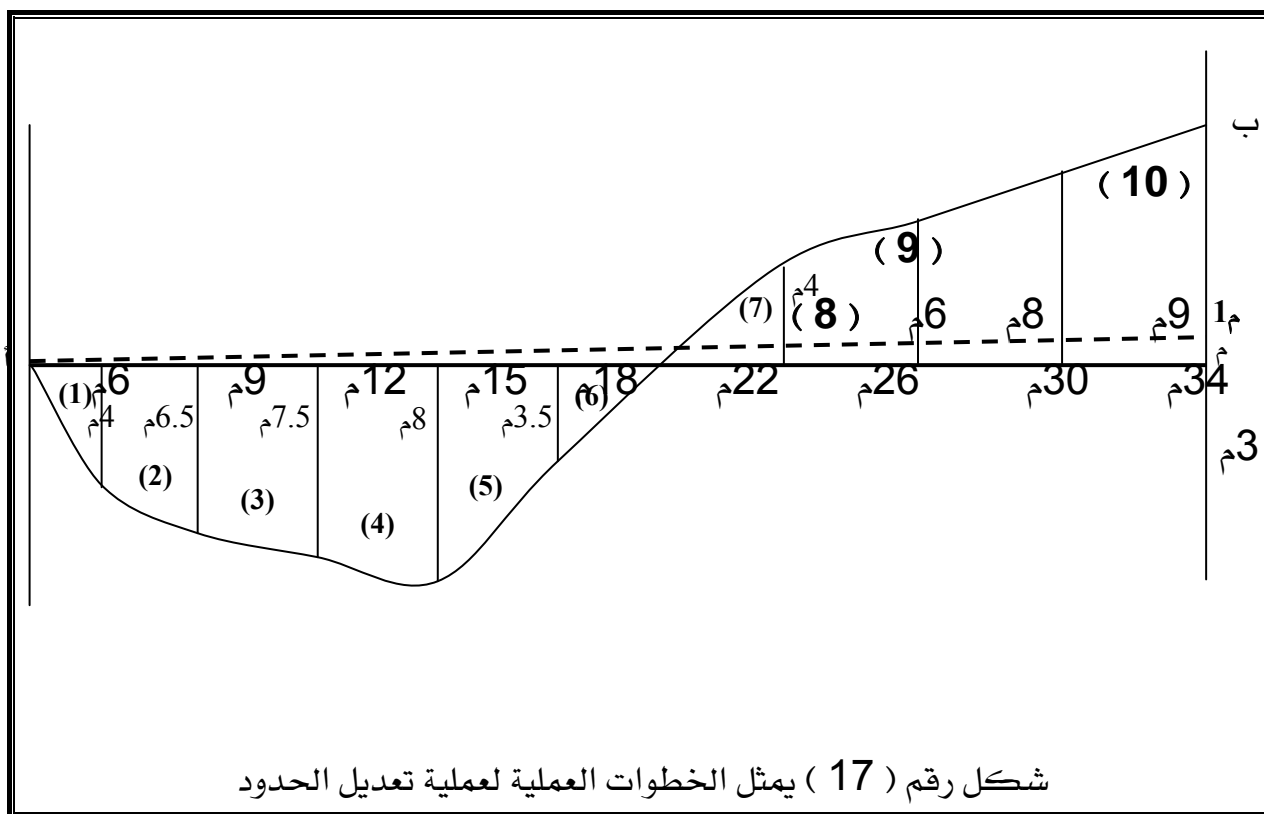
$$= 2 \times (63 - 112) \div 43 = 2.28 \text{ متر}.$$

ويكون الحد الفاصل بين القطعتين هو الخط ( أ م 1 ) كما هو موضح بالشكل رقم ( 16 ) السابق .



## مثال 2 :

قطعتا أرض ( س ، ص ) بينهما الحد المنحنى ( أ ب ) والمطلوب تعديل هذا الحد المنحنى بين القطعتين إلى حد مستقيم على أن يمر خط التقسيم بالنقطة ( أ ) ، كما هو موضح بالشكل رقم ( 17 ) ؟



م	المسافة المقاسة على الخط ( أ ب )	طول العمود
6	18 متر	صفر
7	22 متر	4 متر
8	26 متر	6 متر
9	30 متر	8 متر
10	34 متر	9 متر

م	المسافة المقاسة على الخط ( أ ب )	طول العمود
1	3 متر	4 متر
2	6 متر	6.5 متر
3	9 متر	7.5 متر
4	12 متر	8 متر
5	15 متر	3.5 متر



## 1. الخطوة العملية :

- نبدأ بوضع الخط المستقيم ( أ م ) بشكل تقريبي ويعتبر الحد الفاصل بين القطعتين وعموديا على ( م ب ) .
- نقسم الجزء المستقطع من ( س ) على الخط ( أ م ) إلى عدد زوجي متساوٍ بطول ( 3 م ) ونقيس الأبعاد العمودية من الخط ( أ م ) وحتى حدود المنحنى ونسجلها على الخريطة فتنتج المساحات ( 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6 ) كما هو موضح بالشكل ( 17 ) .
- نقسم الجزء المضاف إلى القطعة ( س ) على الخط ( أ م ) إلى عدد زوجي متساوٍ بطول ( 4 م ) مثلاً ونقيس الأبعاد العمودية من الخط ( أ م ) إلى حدود المنحنى ونسجلها على الخريطة فتنتج المساحات ( 7 ، 8 ، 9 ، 10 ) كما هو موضح بالشكل ( 17 ) .

## 2. الخطوة الحسابية :

الحد بين القطعتين منحنى وعدد الأقسام زوجي .  
 ∴ يمكن تطبيق طريقة سمبسون لحساب المساحات المضافة والمستقطعة للقطعة ( س ) .

$$\begin{aligned} & \text{المساحات المستقطعة من القطعة ( س ) } ( 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 ) \\ & = \text{س} \div 3 \times \{ \text{العمود الأول} + \text{العمود الأخير} + ( 2 \times \text{الأعمدة الفردية} ) + ( 4 \times \text{الأعمدة الزوجية} ) \} \\ & = 3 \div 3 \times \{ \text{صفر} + \text{صفر} + [ ( 8 + 6,5 ) \times 2 ] + [ ( 3,5 + 7,5 + 4 ) \times 4 ] \} \\ & = 1 \times ( 60 + 29 ) = 89 \text{ م}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{المساحة المضافة للقطعة س } ( 10 + 9 + 8 + 7 ) \\ & = 4 \div 3 \times \{ \text{صفر} + 9 + [ ( 6 \times 2 ) ] + [ ( 8 + 4 ) \times 4 ] \} \\ & = 4 \div 3 \times ( 69 ) = 92 \text{ م}^2 \end{aligned}$$

المساحة المضافة أكبر من ( < ) المساحة المستقطعة بمقدار ( 89 - 92 ) = 3 م<sup>2</sup>  
 ∴ يجب نقل نقطة ( م ) إلى الموضع ( م 1 ) بمقدار ( 3 × 2 ) ÷ 34 = 0,18 م = 18 سم



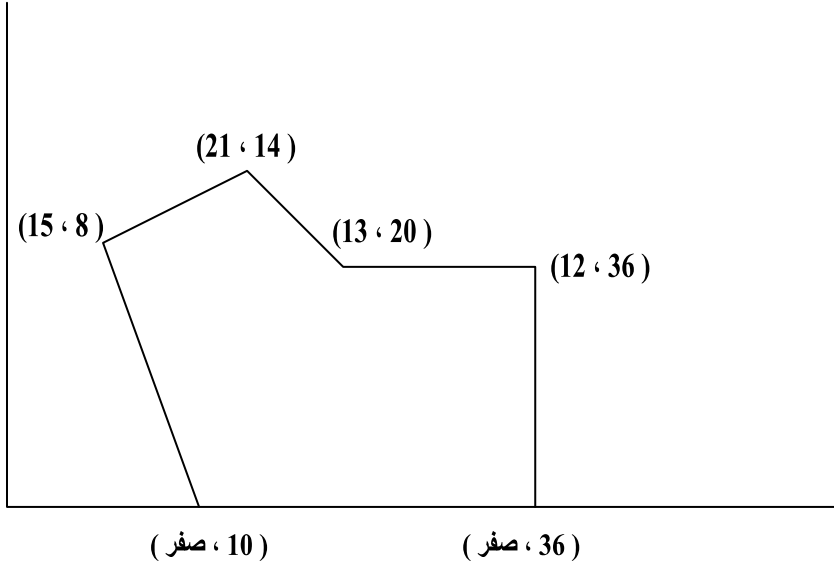
وبهذا يكون الحد الفاصل المستقيم بين القطعتين هو الخط ( أ م 1 ) .

## تمارين

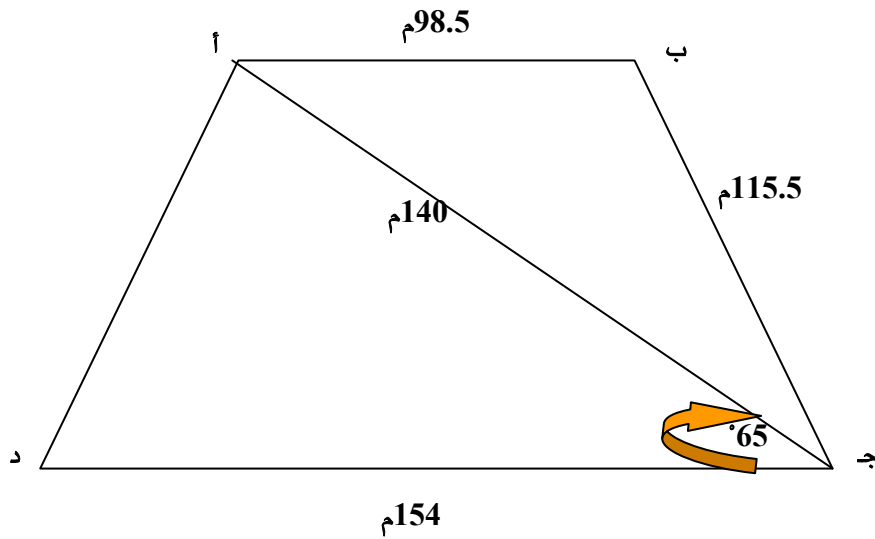
1. احسب المساحة الواقعة داخل المضلع المغلق ( أ ب ج د هـ ) إذا كانت إحداثيات رؤوسه بالمتري كما يلي :

النقطة	س	ص
أ	150.4	85.4
ب	170.6	100.3
ج	176.5	90.2
د	189.4	80.6
هـ	181.5	65.3

2. المطلوب حساب المساحة المحصورة داخل المضلع الموضح بالشكل علماً بأن الإحداثيات ( س ، ص ) الموضحة بالمتري .

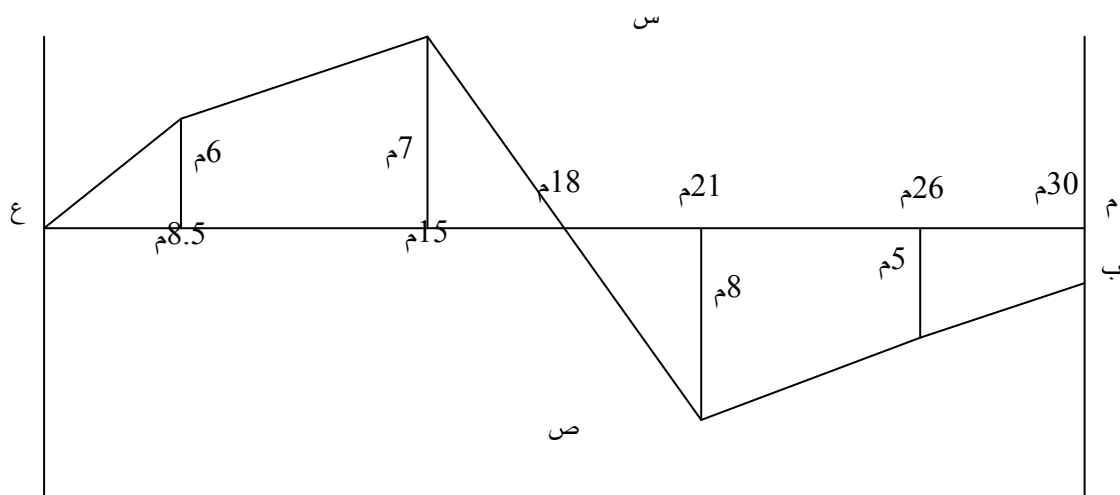


3. قطعة الأرض الموضحة بالشكل رقم ( 18 ) يراد تقسيمها إلى قسمين متساويين على أن يمر خط التقسيم بنقطة ( أ ) علما بأن الأبعاد موضحة بالمتتر.



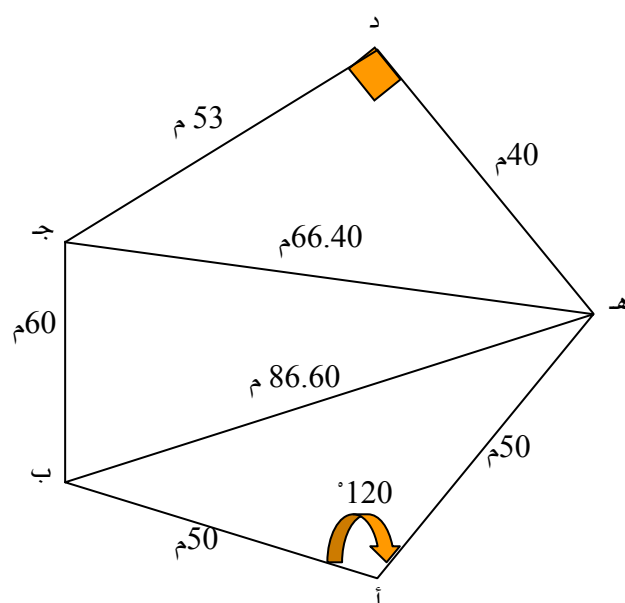
شكل رقم ( 18 )

4. قطعتا أرض ( س ، ص ) بينهما الخط المتعرج ( ع ب ) ، والمطلوب تعديل هذا الحد إلى خط مستقيم بحيث يمر هذا الخط المستقيم بالنقطة ( ع ) . ( الشكل رقم ( 19 ) .



شكل رقم ( 19 )

5. قطعة أرض كما هي موضحة بالشكل رقم (20) يراد تقسيمها إلى قسمين متساويين بحيث يمر خط التقسيم بالنقطة ( هـ ) ، ولذلك تم عمل الكروكي المرفق بالشكل وأخذت عليه المسافات والزوايا المطلوبة ، المطلوب تعيين طرفي خط التقسيم ومساحة كل قطعة.

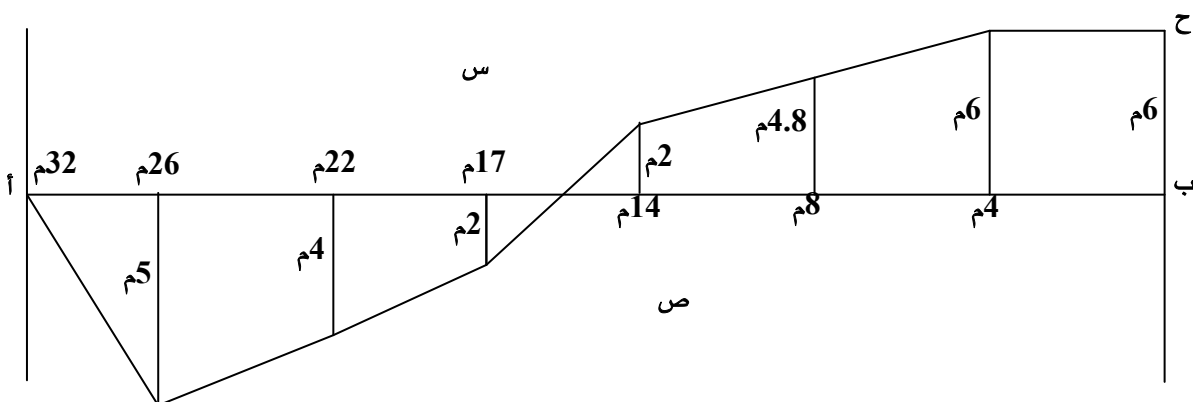


شكل رقم ( 20 )

6. اتفق مالكا قطعتي أرض ( س ، ص ) على تعديل الحدود بينهما ( أ ح ) المتعرج بحد مستقيم ، فقامت فرقة المساحة باختيار الحد الجديد ورسم كروكي عام له ( شكل رقم 21 ) وقامت برفع الحد المتعرج وذلك بإسقاط أعمدة على الخط المستقيم



عند نقاط التغير وكانت كما هي موضحة بالشكل ، المطلوب إيجاد مكان الحد الصحيح بين القطعتين على أن يمر الخط بالنقطة ( أ ) .



شكل رقم ( 21 )

### نموذج تقييم المتدرب لمستوى أدائه

يعبأ من قبل المتدرب وذلك بعد التدريب العملي أو أي نشاط يقوم به المتدرب

بعد الانتهاء من التدريب على تقسيم الأراضي وتعديل الحدود ، قوّم نفسك وقدراتك بواسطة إكمال هذا التقييم الذاتي بعد كل عنصر من العناصر المذكورة ، وذلك بوضع علامة ( ✓ ) أمام مستوى الأداء الذي أتقنته ، وفي حالة عدم قابلية المهمة للتطبيق ضع العلامة في الخانة الخاصة بذلك.

اسم النشاط التدريبي الذي تم التدريب عليه : تقسيم الأراضي وتعديل الحدود

م	العناصر	مستوى الأداء ( هل أتقنت الأداء )			
		غير قابل للتطبيق	لا	جزئياً	كلياً
49.					
50.					
51.					
52.					
53.					



					54.
					55.
					56.
<p>يجب أن تصل النتيجة لجميع المفردات (البنود) المذكورة إلى درجة الإتقان الكلي أو أنها غير قابلة للتطبيق، وفي حالة وجود مفردة في القائمة "لا" أو "جزئياً" فيجب إعادة التدريب على هذا النشاط مرة أخرى بمساعدة المدرب.</p>					