



## الوحدة السادسة

### حسابات أحجام الأشكال وكميات الحفر والردم



## الوحدة السادسة

### حساب أحجام الأشكال وحساب كميات الحفر والردم

#### الجدارة:

أن يحسب المتدرب أحجام الأشكال الهندسية المنتظمة وكميات الحفر والردم لها.

#### الأهداف:

- بعد الانتهاء من دراسة هذه الوحدة يكون المتدرب قادراً وبكفاءة على أن :
1. يعرف الأشكال الهندسية وخواصها.
  2. يعدد طرق حساب أحجام الأشكال الهندسية المنتظمة.
  3. يعرف استخدامات هذه الأشكال في الأعمال المساحية.
  4. يعرف حساب كميات الحفر والردم من خلال حساب أحجام هذه الأشكال.

#### الوقت المتوقع للتدريب: 39 ساعة تدريبية.

#### الوسائل المساعدة:

1. سبورة وأقلام سبورة أو جهاز العرض.
2. آلة حاسبة .



## 6- 1 مقدمة:

يطلب من المساح في كثير من الأعمال والمشاريع المساحية والهندسية حساب حجم الحفر أو حجم الردم لمناطق مطلوب حفرها أو تم حفرها لمتطلبات أعمال مشروعات تمديدات كوابل الهاتف والكهرباء وخطوط المياه والصرف الصحي وإنشاء الجسور والطرق ووضع قواعد المنشآت أو غيرها مثل إنشاء خزان أرضي أو بركة سباحة أو خلافة، وفي كثير من الأحيان تكون هذه الأعمال الحفرية على شكل متطابق مع أحد أشكال المجسمات الهندسية المنتظمة مثل المكعب ومتوازي المستطيلات والمنشور، والاسطوانة، والهرم، والمخروط، والكرة.

ويوجد العديد من أشكال المجسمات، فمنها ما ليس لها شكل هندسي منتظم مثل قطعة من الصخر وأحواض تخزين المياه أمام السدود ومنها ما يتميز بأن له شكلاً هندسياً منتظماً مثل المكعب ومتوازي المستطيلات والمنشور والهرم والمخروط والكرة، مثلما نشاهد في أعمال قواعد المنشآت والمباني وفي قطاعات الحفر لمشاريع الطرق وتمديدات شبكات المرافق. وتحد المجسمات سطوح مستوية تسمى أوجه، وتتقاطع هذه السطوح أو الأوجه في مستقيمت تسمى أحرف المجسم، وتتقاطع هذه الأحرف في نقاط تسمى رؤوس المجسم.

وتعتبر عمليات حساب كميات الأتربة والمياه ومكعبات المباني والمنشآت من الأعمال الهامة الضرورية التي تطلب من المساح. وتوجد العديد من الطرق المستخدمة لإيجاد الكميات والحجوم ويمكن إجمالها فيما يلي:

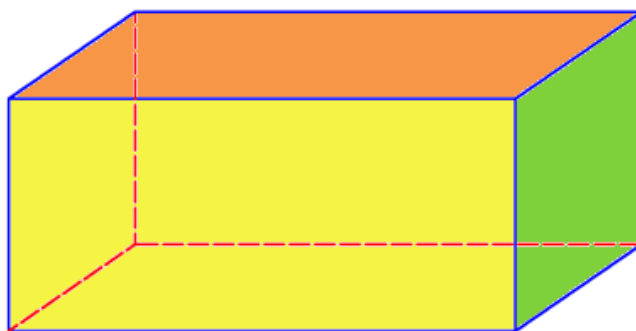
1. مكعبات الأشكال المنتظمة كما في المنشآت والمباني وهي موضوع هذه الوحدة.
2. المكعبات من القطاعات الطولية والعرضية كما في مشروعات الطرق وتمديدات خطوط الخدمات ومشروعات الري والصرف.
3. المكعبات من مناسب النقاط كما في مشروعات تسوية الأراضي.
4. المكعبات من خطوط الكنتور كما في عمليات تسوية الأراضي وحساب مكعبات البحيرات أمام السدود.

وفي هذه الوحدة سوف نتعرض لشرح طرق إيجاد حجم المجسمات ذات الأشكال الهندسية المنتظمة بعد التعرف على شكل وخواص كل مجسم من هذه المجسمات أو الأجسام وهي في مجملها أجسام منتظمة السطوح أية تكون أشكالاً هندسية.



## 6- 2 حجم متوازي المستطيلات:

متوازي المستطيلات هو شكل هندسي منتظم يتكون من ستة أوجه كل منها على شكل مستطيل، وكل وجهين متقابلين متساويين في المساحة ومتوازيين. ولمتوازي المستطيلات اثنا عشر حرفاً وثمانية رؤوس.



الشكل (6- 1)

الشكل (6- 1) يبين متوازي مستطيلات ذا الأبعاد: الطول (ل)، والعرض (ض)، والارتفاع (ع)، وحجم متوازي المستطيلات يمكن حسابه كما يلي:

$$\text{حجم متوازي المستطيلات} = (\text{مساحة القاعدة}) \times \text{الارتفاع}$$

$$= (ل \times ض) \times ع$$

## مثال 1:

لعملية إنشاء أساسات مبنى، كان شكل قاعدة أحد الأعمدة على شكل متوازي مستطيلات أبعادها  $2 \times 4 \times 7$  متر. المطلوب حساب حجم الحفر اللازم لتهيئة الموقع لإنشاء هذه القاعدة.

## الحل:

حيث إن القاعدة على شكل متوازي مستطيلات:

$$\text{حجم القاعدة} = \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$= (ل \times ض) \times ع$$

$$= 2 \times 4 \times 7 = 56 \text{ متر مكعب}$$



## مثال 2:

خزان مياه أرضي على شكل متوازي مستطيلات أبعاده  $10 \times 7 \times 5$  أمتار احسب حجم الخزان، وكذلك احسب حجم الماء الموجود داخل الخزان إذا كان ارتفاع الماء داخل الخزان 3 أمتار.

## الحل:

حيث إن الخزان على شكل متوازي مستطيلات:

أولاً : حجم الخزان = مساحة القاعدة  $\times$  الارتفاع

$$= (ل \times ض) \times ع$$

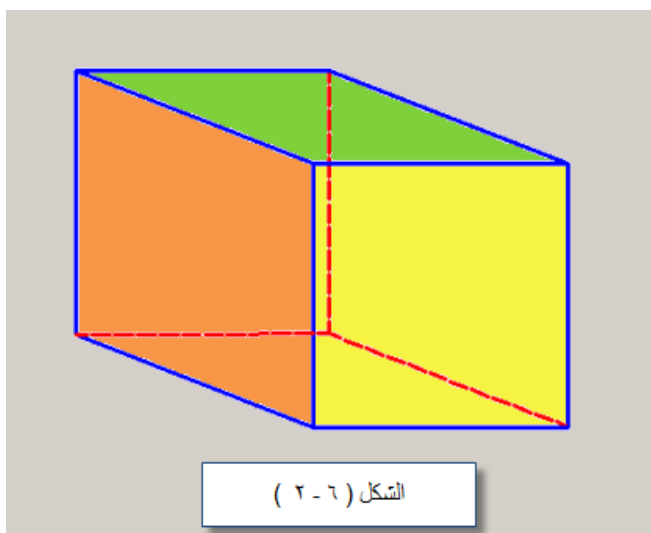
$$= (10 \times 7) \times 5 = 350 \text{ متر مكعب}$$

ثانياً: حجم الماء الموجود داخل الخزان = مساحة قاعدة الخزان  $\times$  ارتفاع الماء داخل الخزان

$$= (10 \times 7) \times 3 = 210 \text{ متر مكعب}$$

## 6- حجم المكعب:

المكعب هو عبارة عن متوازي مستطيلات أبعاده الثلاثة (ل، ض، ع) متساوية، وهو شكل هندسي منتظم يتكون من ستة أوجه متساوية في المساحة، كل منها على شكل مربع، وكل وجهين متقابلين متوازيين وللمكعب اثنا عشر حرفاً وثمانية رؤوس.



الشكل ( ٦ - ٢ )

والشكل ( 6 - 2 ) يبين مكعباً طول ضلعه (ل) وحجم المكعب يمكن حسابه كما يلي:

حجم المكعب = الطول  $\times$  العرض  $\times$  الارتفاع

$$= ل \times ل \times ل$$

$$= 3ل$$



## مثال 1:

قاعدة عمود خرساني في مبنى على شكل مكعب طول ضلعها 2 متر . المطلوب حساب حجم الحفر اللازم لتهيئة الموقع لإنشاء هذه القاعدة.

## الحل:

حيث إن القاعدة على شكل مكعب:

حجم المكعب = الطول × العرض × الارتفاع

$$= 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ متر مكعب}$$

## مثال 2:

خزان مياه أرضي على شكل مكعب طول ضلعه 4 أمتار احسب أقصى حجم للماء الذي يمكن استيعابه في هذا لخزان.

## الحل:

حيث إن الخزان على شكل مكعب:

أولاً : حجم الماء الممكن استيعابه في الخزان:

$$\text{حجم الخزان} = \text{الطول} \times \text{العرض} \times \text{الارتفاع} = 4 \times 4 \times 4 = 64 \text{ متر مكعب}$$

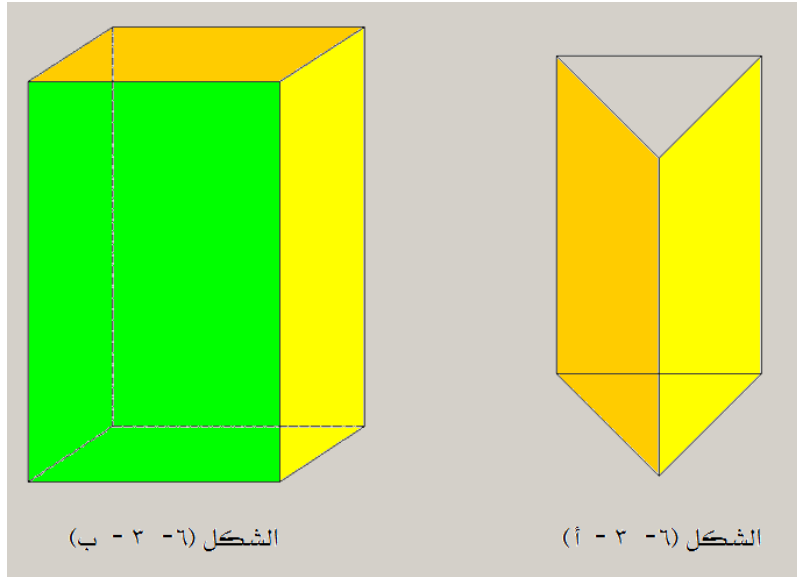
## 6- 4 حجم المنشور (الموشور) :

المنشور هو عبارة عن مجسم كثير الأوجه فيه وجهان متطابقان ومتشابهان ومتساويان ويقعان في مستويين متوازيين ويسمى هذان الوجهان المتطابقان بقاعدتي المنشور، أما الأوجه الباقية فتسمى الأوجه الجانبية للمنشور، وتسمى المستقيمات التي تتقاطع عندها الأوجه الجانبية بأحرف المنشور الجانبية، أما البعد العمودي بين مستويي القاعدتين فيسمى بارتفاع المنشور. وقد يكون المنشور قائماً أو مائلاً، ويسمى المنشور قائماً إذا كانت قاعدتيه متعامدتين على أوجه المنشور الجانبية، أية إن أحرف المنشور تتعامد على القاعدتين المتوازيتين، وفي المنشور القائم تكون الأوجه الجانبية للمنشور على شكل مستطيلات، ويقاس ارتفاع المنشور بطول البعد الرأسي بين القاعدتين.

وكذلك يسمى المنشور منتظماً إذا كان قائماً وكانت قاعدته مضلعاً منتظماً، وتصنف المناشير طبقاً لشكل قاعدتها، فيكون المنشور ثلاثياً أو رباعياً أو خماسياً ... وهكذا إذا



كانت قاعدته على شكل مثلث أو شكل رباعي أو شكل خماسي .... إلخ. والأشكال (6- 3 أ ، ب) تبين منشوراً ثلاثياً قائماً ومنشوراً رباعياً قائماً.



الشكل (6- 3 ب)

الشكل (6- 3 أ)

ويمكن حساب حجم المنشور المنتظم القائم كما يلي:

$$\text{حجم المنشور} = \text{مساحة قاعدة المنشور} \times \text{ارتفاع المنشور}$$

### مثال 1:

قاعدة عمود خرساني في مبنى على شكل منشور رباعي قائم قاعدته عبارة عن مستطيل أبعاده  $6 \times 8$  أمتار وارتفاع المنشور 2.5 متر. المطلوب حساب حجم الحفر اللازم لتهيئة الموقع لإنشاء هذه القاعدة.

### الحل:

حيث إن القاعدة على شكل منشور رباعي قائم:

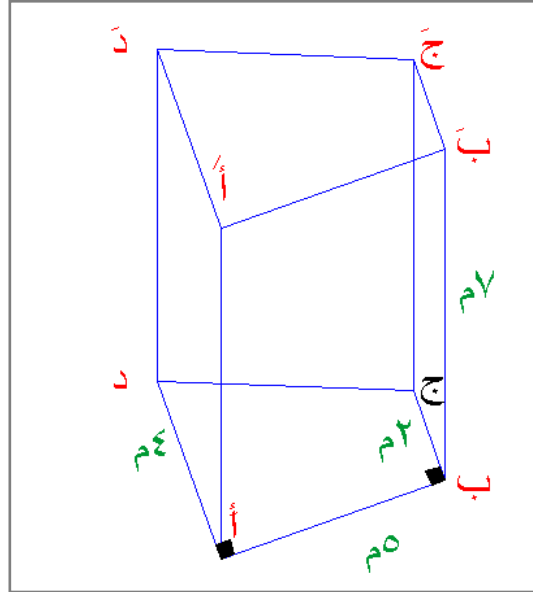
$$\text{حجم القاعدة} = \text{مساحة قاعدة المنشور} \times \text{ارتفاع المنشور}$$

$$= (6 \times 8) \times 2.5 = 120 \text{ متر مكعب}$$

=====

### مثال 2:

مطلوب حفر خزان مياه أرضي على شكل منشور رباعي قائم، الشكل (6- 4) قاعدته أ ب ج د على شكل شبه منحرف فيه أ د عمودي على أ ب، وأ د يوازي ب ج، وكان طول أ د = 4 أمتار وطول ب ج = 2 متر، وطول أ ب = 5 أمتار، وارتفاع المنشور أ = 7 أمتار، فاحسب حجم الأتربة المطلوب رفعها من موقع هذا الخزان.



الشكل (6- 4)

**الحل:**

$$\text{مساحة القاعدة ( شبه المنحرف )} = \frac{1}{2} \times (4 + 2) \times 5 =$$

$$15 = \text{متر مربع}$$

$$\text{حجم الأتربة} = \text{حجم المنشور} = \text{مساحة القاعدة} \times \text{ارتفاع المنشور}$$

$$= 15 \times 7 = 105 \text{ متر مكعب}$$

=====

**مثال 3:**

سلم خرساني يتكون من 10 درجات، الدرجة على شكل منشور ثلاثي قائم أبعاده: 0.20 م × 0.15 م × 1.20 م . احسب حجم الخرسانة المستخدمة في إنشاء هذا السلم.

**الحل:**

حيث إن درجة السلم على شكل منشور ثلاثي قائم.

$$\therefore \text{حجم درجة السلم} = \text{مساحة قاعدة المنشور المثلثة الشكل} \times \text{ارتفاع المنشور}$$

$$= (0.15 \times 0.20 \times 0.5) \times 1.20 = 0.018 \text{ متر مكعب}$$

$$\text{حجم الخرسانة المستخدمة في إنشاء السلم} = 0.018 \times 10 = 0.18 \text{ متر مكعب}$$



## مثال 4:

قاعدة عمود خرساني في مبنى على شكل منشور خماسي منتظم قائم قاعدته عبارة عن شكل خماسي منتظم طول ضلعه 3 أمتار وارتفاع المنشور 5 أمتار . المطلوب حساب حجم قاعدة العمود الخرساني.

## الحل:

حيث إن القاعدة على شكل منشور خماسي منتظم قائم.

أولاً : حساب مساحة قاعدة العمود الخرساني والتي على شكل خماسي منتظم، حيث:

عدد أضلاع القاعدة الخماسية الشكل ( ن ) = 5 ، طول الضلع ( ل ) = 3 أمتار

$$\therefore \text{مساحة القاعدة (خماسي منتظم)} = 1.25 \times \text{ل}^2 \times \text{ظلتا } 36^\circ$$

$$= 1.25 \times 3^2 \times \text{ظلتا } 36 = 15.5 \text{ متر مربع}$$

ثانياً: حساب حجم قاعدة العمود = مساحة قاعدة المنشور الخماسية الشكل  $\times$  ارتفاع المنشور

$$= (15.5) \times 5.0 = 77.5 \text{ متر مكعب}$$

=====

## مثال 5:

مطلوب أعمال حفر لمشروع مد خطوط الصرف الصحي وذلك بطول 75 متراً، وكان شكل القطاع العرضي للحفر على شكل مستطيل طوله 1.20 متر وعرضه 0.80 متر. احسب حجم الأتربة الناتجة عن أعمال الحفر لهذا المشروع.

## الحل:

يمكن اعتبار أن أعمال الحفر ينتج عنها شكل منشور رباعي قائم قاعدته مستطيلة الشكل، وطول الحفر يمثل ارتفاع المنشور. وعلى هذا يمكن حساب حجم الأتربة الناتجة من الحفر كما يلي:

$$\text{حجم الأتربة} = \text{حجم المنشور} = \text{مساحة القاعدة} \times \text{ارتفاع المنشور}$$

$$= \text{مساحة القطاع العرضي للحفر} \times \text{طول الحفر}$$

$$= 1.2 \times 0.8 \times 75$$

$$= 72 \text{ متراً مكعباً}$$



## مثال 6:

مطلوب حفر قناة لنقل المياه من بئر إلى مزرعة وذلك بطول 120 متر ، وكان شكل القطاع العرضي لهذه القناة على شكل شبه منحرف وطول قاعدتيه المتوازيتين 1.10 متر ، 0.70 متر وارتفاعه 1.80 متر احسب حجم الأتربة الناتجة عن حفر هذه القناة.

## الحل:

يمكن اعتبار هذه القناة ممتدة أفقياً بدون ميل ، وبذلك تكون القناة عبارة عن شكل منشور رباعي قائم قاعدته على شكل شبه منحرف ، وارتفاع المنشور يمثل طول القناة. وعلى هذا يمكن حساب حجم الأتربة الناتجة من حفر القناة كما يلي:

$$\begin{aligned} \text{حجم الأتربة} &= \text{حجم المنشور} = \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع} \\ &= \text{مساحة القطاع العرضي للقناة} \times \text{طول القناة} \\ &= \frac{1}{2} \times (0.70 + 1.1) \times 1.8 \times 120 = 194.4 \text{ متر مكعب} \end{aligned}$$

=====

## مثال 7:

مطلوب إنشاء جسر ترابي ليستخدم كطريق في منطقة ريفية وذلك بطول 240 متراً ، وكان شكل القطاع العرضي لهذا الجسر على شكل شبه منحرف وطول قاعدتيه المتوازيين 2.20 متر ، 4.60 متر وارتفاعه 1.20 متر احسب حجم الأتربة اللازمة لإنشاء هذا الجسر.

## الحل:

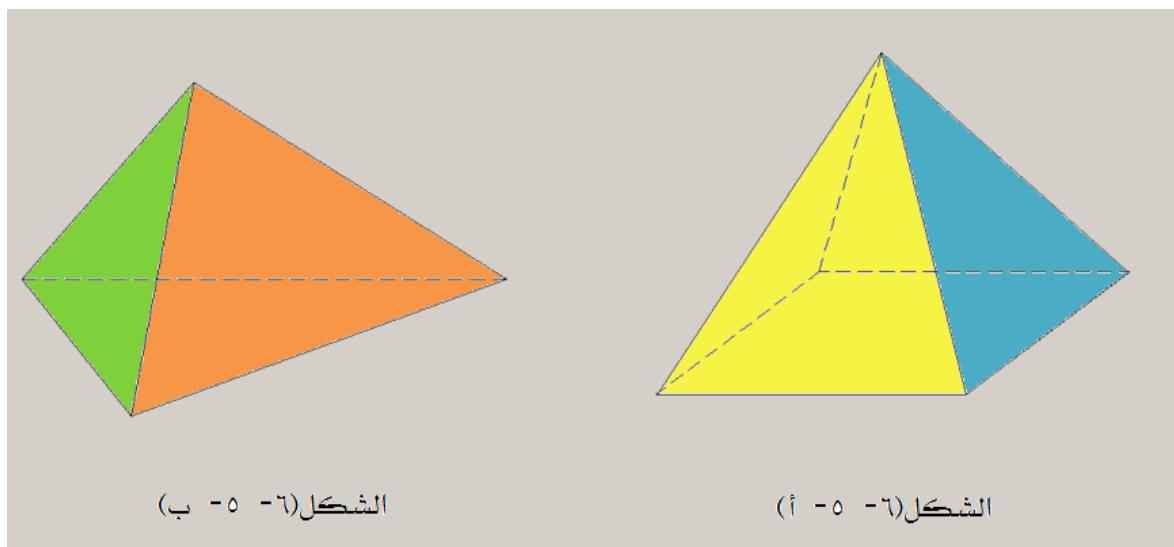
يمكن اعتبار هذا الجسر ممتداً أفقياً بدون ميل ، وبذلك يكون الجسر عبارة عن شكل منشور رباعي قائم قاعدته على شكل شبه منحرف ، وارتفاع المنشور يمثل طول الجسر. وعلى هذا يمكن حساب حجم الأتربة اللازمة لإنشاء هذا الجسر كما يلي:

$$\begin{aligned} \text{حجم الأتربة} &= \text{حجم المنشور} = \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع} \\ &= \text{مساحة القطاع العرضي للجسر} \times \text{طول الجسر} \\ &= \frac{1}{2} \times (4.60 + 2.20) \times 1.2 \times 240 = 979.2 \text{ متر مكعب} \end{aligned}$$



## 6- 5 حجم الهرم:

الهرم هو عبارة عن مجسم كثير الأوجه فيه وجه واحد على شكل مضلع أما بقية الوجوه فعبارة عن مثلثات تلتقي في نقطة واحدة انظر الشكلين ( 6 - 5 - أ ، ب ):



وتصنف الأشكال الهرمية حسب شكل قاعدتها فيسمى الهرم ثلاثياً إن كانت قاعدته على شكل مثلث أو رباعياً إن كانت قاعدته رباعية الشكل أو خماسياً أن كانت قاعدته خماسية الشكل وهكذا. وارتفاع الهرم هو المستقيم العمودي النازل من رأس الهرم على قاعدته، وإذا تقابل مسقط هذا العمود مع مركز القاعدة كان الهرم قائماً، وإلا فإن الهرم يكون مائلاً، وبصفة عامة يسمى الهرم قائماً إذا كانت قاعدته مضلعاً منتظماً وأحرفه الجانبية متطابقة. ويمكن حساب حجم الهرم القائم كما يلي:

$$\text{حجم الهرم} = \frac{1}{3} \times \text{مساحة قاعدة الهرم} \times \text{ارتفاع الهرم}$$

## مثال 1:

م- أ ب ج هرم ثلاثي قائم، قاعدته مثلث قائم الزاوية في ب وكان طول أب = 10 أمتار وطول الضلع ب ج = 6 أمتار ، وكان ارتفاع الهرم = 8.5 متر، احسب حجم هذا الهرم .

## الحل:

$$\begin{aligned} \text{حجم الهرم} &= \frac{1}{3} \times \text{مساحة قاعدة الهرم} \times \text{ارتفاع الهرم} \\ \text{حجم الهرم} &= \frac{1}{3} \times \frac{6 \times 10}{2} \times 8.5 = 85 \text{ متراً مكعباً} \end{aligned}$$



## مثال 2:

م- أ ب ج د هرم رباعي قائم ، طول ضلع قاعدته ا ب ج د 6 أمتار وارتفاعه 4 أمتار.  
احسب حجم هذا الهرم.

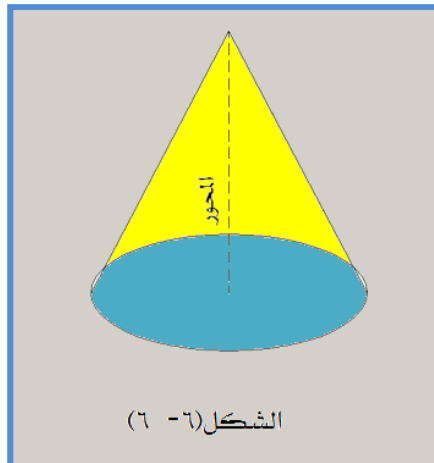
## الحل:

$$\text{حجم الهرم} = \frac{1}{3} \times \text{مساحة قاعدة الهرم} \times \text{ارتفاع الهرم}$$

$$\text{حجم الهرم} = \frac{1}{3} \times 4 \times 6 \times 6 = 48 \text{ متر مكعب}$$

## 6- 6 حجم المخروط:

المخروط هو حالة خاصة من حالات الهرم، أي إنه يمكن اعتبار المخروط هرم قاعدته على شكل دائرة، وقد يكون المخروط أيضاً قائماً أو مائلاً. الشكل (6- 6) يبين مخروطاً قائماً.



ويمكن تعريف المخروط الدائري القائم على أنه الجسم الذي ينشأ من دوران مثلث قائم الزاوية دورة كاملة حول أحد ضلعي الزاوية القائمة.  
ويمكن حساب حجم المخروط القائم كما يلي:

$$\text{حجم المخروط} = \frac{1}{3} \times \text{مساحة قاعدة المخروط} \times \text{ارتفاع المخروط}$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times \text{نق}^2 \times \text{ع}$$

حيث:

- ط : مسجلة في الآلة الحاسبة بالرمز  $\pi$ .
- نق = نصف قطر الدائرة (قاعدة المخروط).



▪ ع = ارتفاع المخروط.

**مثال 1:**

مخروط دائري قائم، نصف قطر قاعدته الدائرية 5 أمتار، وكان ارتفاع المخروط = 8 أمتار، احسب حجم هذا المخروط.

**الحل:**

$$\text{حجم المخروط} = \frac{1}{3} \times \text{مساحة قاعدة المخروط} \times \text{ارتفاع المخروط}$$

$$\text{حجم المخروط} = \frac{1}{3} \times \pi \times \text{نق}^2 \times \text{ع}$$

$$\text{حجم المخروط} = \frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 8 = 209.44 \text{ متر مكعب}$$

**مثال 2:**

منشأ في حديقة ألعاب ترفيهية على شكل مخروط قائم قاعدته الدائرية نصف قطرها 6 أمتار، وارتفاع المخروط 12 متراً، احسب حجم هذا المخروط الدائري القائم.

**الحل:**

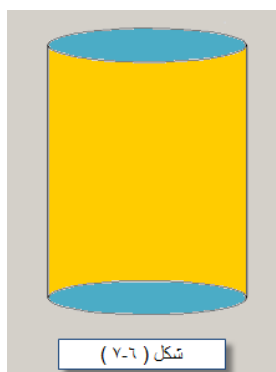
$$\text{حجم المخروط} = \frac{1}{3} \times \text{مساحة قاعدة المخروط} \times \text{ارتفاع المخروط}$$

$$\text{حجم المخروط} = \frac{1}{3} \times \pi \times \text{نق}^2 \times \text{ع}$$

$$\text{حجم المخروط} = \frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 12 = 452.39 \text{ متر مكعب}$$

**6- 7 حجم الأسطوانة:**

الأسطوانة هي حالة خاصة من حالات المنشور، وفيها تكون القاعدة دائرة، وقد تكون الأسطوانة قائمة أو مائلة، ويمكن تعريف الأسطوانة الدائرية القائمة على أنها الجسم الناتج من دوران سطح مستطيل دورة كاملة حول أحد أضلاعه. والشكل (6 - 7) يبين شكلاً للأسطوانة قائمة :



شكل (٧-٦)



وتحسب حجم الأسطوانة كما يلي:

حجم الأسطوانة الدائرية = مساحة القاعدة × الارتفاع

$$= (\pi \times \text{نق}^2) \times \text{ع}$$

حيث:

- ط : مسجلة في الآلة الحاسبة بالرمز  $\pi$
- نق : نصف قطر الدائرة (قاعدة الأسطوانة).
- ع : ارتفاع الأسطوانة.

### مثال 1:

مطلوب حفر بئر على شكل أسطوانة قائمة نصف قطر قاعدتها 4 أمتار وعمق البئر 12 متراً . فاحسب حجم الأتربة الناتجة عن عملية الحفر.

### الحل:

حيث إن البئر على شكل أسطوانة قائمة:

حجم البئر ( حجم الأتربة الناتجة من الحفر ) = مساحة القاعدة الدائرية × ارتفاع الأسطوانة

$$= \pi \times \text{نق}^2 \times \text{ع}$$

$$= \pi \times 4^2 \times 12 = 603.19 \text{ متر مكعب}$$

=====

### مثال 2:

خزان وقود أرضي على شكل أسطوانة قائمة ، قاعدته الدائرية نصف قطرها 1.20 متر وارتفاع الخزان 6 أمتار، فما هي سعة الأسطوانة من الوقود.

### الحل:

حيث إن الخزان على شكل أسطوانة قائمة:

حجم الخزان = مساحة القاعدة الدائرية × ارتفاع الأسطوانة

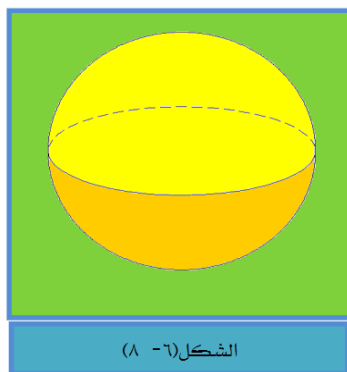
$$= \pi \times \text{نق}^2 \times \text{ع}$$

$$= \pi \times 1.2^2 \times 6 = 27.14 \text{ متر مكعب}$$



## 6- 8 حجم الكرة:

الكرة هي السطح المكون من جميع نقاط الفراغ التي يبعد كل منها عن نقطة معلومة م ( مركز الكرة) ببعد ثابت مقداره نق (نصف قطر الكرة) كما في الشكل (6- 8):



ويحسب حجم الكرة، أية حجم الجسم الذي يحده سطح الكرة باستخدام القانون التالي:

$$\text{حجم الكرة} = \frac{4}{3} \pi \times \text{نق}^3$$

حيث:  $\pi$  : مسجلة في الآلة الحاسبة بالرمز  $\pi$

نق = نصف قطر الكرة.

## مثال 1:

خزان مياه على شكل كرة نصف قطرها 0.90 متر، احسب حجم الماء الذي يمكن استيعابه في هذا الخزان.

## الحل:

$$\text{بما أن الخزان على شكل كرة، إذاً حجم الخزان (حجم الماء داخل الخزان)} = \frac{4}{3} \pi \times \text{نق}^3$$

$$\text{سعة الخزان (حجم الماء داخل الخزان)} = \frac{4}{3} \pi \times 0.90^3 = 3.1 \text{ متر مكعب}$$

## مثال 2:

خزان وقود أرضي على شكل كرة نصف قطرها 1.05 متر، احسب حجم الوقود الذي يمكن استيعابه في هذا الخزان.

## الحل:

حيث إن الخزان على شكل كرة:

$$\text{حجم الخزان (حجم الماء داخل الخزان)} = \frac{4}{3} \pi \times \text{نق}^3$$

$$\text{سعة الخزان (حجم الماء داخل الخزان)} = \frac{4}{3} \pi \times (1.05)^3 = 4.85 \text{ متر مكعب}$$



## 6- 9 مساحات الأشكال المحددة بخطوط مستقيمة :

ويمكن تحديد مساحتها بإحدى الطرق التالية:

1- التقسيم إلى مثلثات ثم حساب مساحة كل مثلث على حدة عن طريق أطوال الأضلاع الثلاثة أو طول ضلعين والزاوية المحصورة بينهما أو طول القاعدة والارتفاع ثم بجمع هذه المساحات نحصل على المساحة الكلية للشكل .

2- التقسيم إلى مثلثات وأشباه منحرفات أو أية أشكال هندسية منتظمة ثم حساب مساحة كل شكل منتظم على حدة ثم بتجمع هذه المساحات نحصل على المساحة الكلية للشكل.

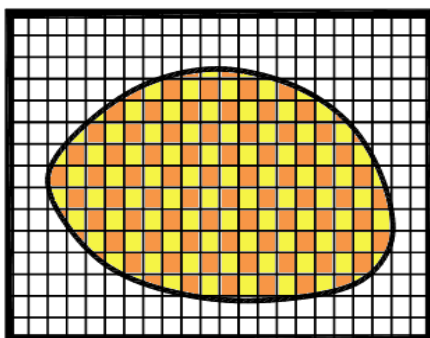
## 6- 10 مساحات الأشكال المحددة بمنحنيات :

ويمكن حساب مساحة الأشكال التي لها حدود منحنية بإحدى الطرق التالية :

### 1. طريقة الحذف والإضافة :

هي طريقة تقريبية وتتخلص في تحويل الشكل إلى مضلع يكافئه في المساحة ( بشكل تقريبي ) ثم حساب مساحة هذا المضلع وذلك بتقسيمه إلى أشكال هندسية منتظمة (مثلثات ، وأشباه منحرفات ، .... ) ثم حساب مساحة هذه الأشكال كلا على حدة وبتجميعها نحصل على مساحة المضلع وبالتالي مساحة الشكل المطلوب وتتوقف دقة هذه الطريقة على مدى صحة تقدير الأجزاء المضافة و المحذوفة .

### 2. طريقة شبكة المربعات :



وهي طريقة تقريبية ولكنها أفضل من الطريقة السابقة وتتخلص في عمل شبكة مربعات على ورقة شفافة أو على الخريطة نفسها (  $p$  سم  $\times$   $p$  سم ) كما هو موضح بالشكل ومن ثم



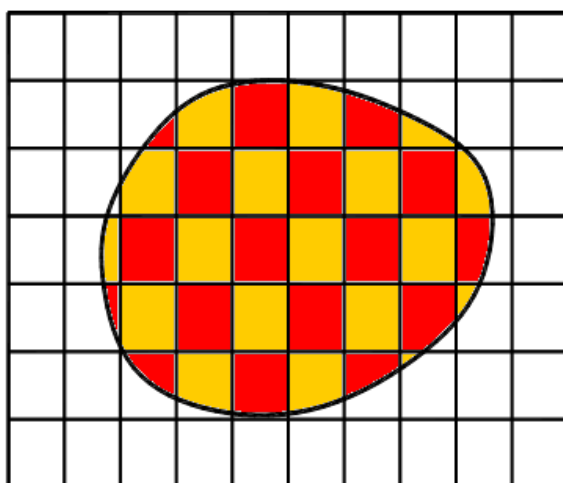
نقوم بإحصاء عدد المربعات الكاملة وكذلك أجزاء المربعات الواقعة داخل حدود الشكل ( خط الكنتور ) ومن ثم يمكن حساب المساحة من القانون التالي :

$$\text{المساحة} = \text{عدد المربعات} \times \text{مساحة المربع الواحد} \times (\text{مقياس الرسم})^2$$

ملحوظة : كلما كانت مساحة المربع صغيرة كلما كانت النتائج أفضل.

مثال :

المطلوب حساب المساحة المحصورة داخل خط الكنتور الموضح بالشكل إذا كان مقياس الرسم 1:500 وكانت شبكة المربعات 1 سم × 1 سم .



الحل :

بإحصاء عدد المربعات الكاملة الواقعة داخل حدود خط الكنتور = 17 مربع  
وبإحصاء عدد أجزاء المربعات الواقعة داخل حدود خط الكنتور تقريبا  $\approx 10.5$  مربع  
العدد الكلي للمربعات الواقعة داخل حدود خط الكنتور =  $10.5 + 17 = 27.5$  مربع  
المساحة = عدد المربعات  $\times$  مساحة المربع الواحد  $\times$  (مقياس الرسم)<sup>2</sup>

$$\text{المساحة} = 27.5 \times 1 \times 1 \times (500)^2$$

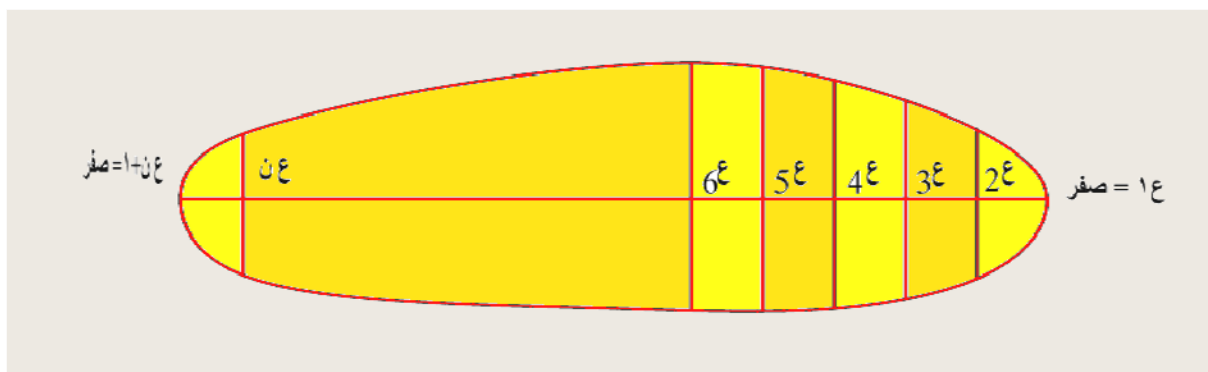
$$= 6875000 \text{ سم}^2$$

$$= 687.5 \text{ م}^2$$



## 6- 11 مساحات الأشكال الممتدة كالشرائح :

إذا كانت الأرض المراد معرفة مساحتها عبارة عن شريحة ممتدة وحدودها منحنية يمكن حساب مساحتها بعدة طرق تعتمد كلها على فكرة واحدة وهي توقييع خط يوازي حدود المنطقة سواء كان هذا الخط داخل حدود قطعة الأرض أو خارجها كما هو موضح بالرسم:



ثم نقسم هذا الخط إلى أقسام متساوية ( س ) ونقيم أعمدة على الخط من نقاط التقسيم وحتى حدود قطعة الأرض وكلما كان عدد الأقسام كبيراً كلما كانت النتائج أفضل ويمكن حساب المساحة في هذه الحالة بإحدى الطرق التالية :

1. طريقة متوسط الارتفاعات.
2. طريقة أشباه المنحرفات.
3. طريقة سمبسون.

## 1- طريقة متوسط الارتفاعات:

وهي طريقة تقريبية وتستخدم في حالة كون الفرق بين أطوال الأعمدة المقامة على الخط الموازي لقطعة الأرض ليس كبيراً حيث تحول المساحة كلها إلى مستطيل طوله عبارة عن طول قطعة الأرض و ارتفاعه متوسط ارتفاع الأعمدة وتستعمل للحصول على فكرة سريعة عن المساحة من القانون التالي :

$$\text{المساحة} = \text{طول قطعة الأرض} \times \frac{\text{مجموع أطوال الأعمدة}}{\text{عدد الأعمدة}}$$

## 2- طريقة أشباه المنحرفات :



وهي أدق من الطريقة السابقة و تستخدم في حالة كون حدود الأرض عبارة عن خطوط مستقيمة أو قريبة من ذلك أما في حالة كون حدود الأرض منحنية نقوم بتصغير المسافة بين الأعمدة ( س ) حتى نحصل على نتائج أفضل و تلخص هذه الطريقة في أننا نحسب المساحة على أساس أن كل قسم هو شبه منحرف قاعدته العمودين و ارتفاعه هي المسافة بين الأعمدة ( س ) ويتم حساب المساحة من القانون التالي :

$$\text{المساحة} = \frac{1}{2} \times \text{س} (\text{طول العمود الأول} + \text{طول العمود الأخير} + 2 \times \text{مجموع باقي الأعمدة})$$

حيث : س = عرض القسم = المسافة بين كل عمودين متتاليين .

### 3- طريقة سمبسون :

هي أدق الطرق وأفضلها وتطبق في حالة كون حدود الأرض منحنية وعدد الأقسام المحصورة بين الأعمدة عدد زوجي وتحسب المساحة من القانون التالي :

$$\text{المساحة} = \frac{\text{س}}{3} \times \{ \text{طول العمود الأول} + \text{طول العمود الأخير} + 2 \times \text{مجموع أطوال الأعمدة الفردية} + 4 \times \text{مجموع أطوال الأعمدة الزوجية} \}$$

حيث : س = عرض القسم = المسافة بين كل عمودين متتاليين .

ويراعى في تطبيق القانون السابق ما يلي :

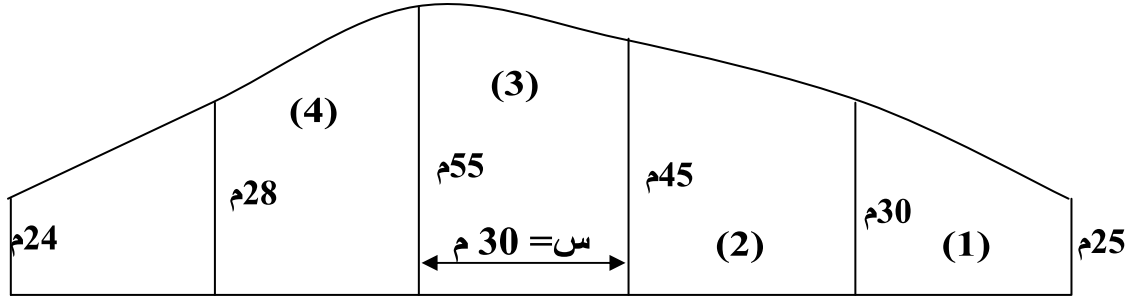
- يجب أن يكون عدد الأقسام ( ن ) عدد زوجي .
  - عند أخذ الأعمدة الفردية لا يؤخذ العمود الأول و الأخير مرة أخرى .
  - إذا كان عدد الأقسام فردياً يحذف قسم عند أحد الأطراف ( غالباً الأخير ) وتحسب مساحته على أنه شبه منحرف أو مثلث وتضاف مساحته إلى المساحة المحسوبة بالقانون.
- حالة خاصة :** في طريقة سمبسون إذا كان عدد الأقسام ثلاثة أقسام فقط يطبق القانون التالي:

$$\text{المساحة} = \frac{\text{س}^3}{8} \times ( \text{ع}1 + 3 \times \text{ع}2 + 3 \times \text{ع}3 + \text{ع}4 )$$

**ملحوظة هامة :**

في حالة استخدام طريقة سمبسون أو أشباه المنحرفات و لا يوجد عمود في البداية أو النهاية يمكن اعتبار العمود الأول أو الأخير أو كلاهما معا = صفر .

مثال ( 1 ) : احسب مساحة قطعة الأرض الموضحة بالشكل بالطريقة المناسبة.



الحل:

حدود قطعة الأرض منحنية، والطريقة المناسبة لحساب المساحة هي طريقة سمبسون عدد الأقسام ليس عدد زوجي، نأخذ الأقسام ( 1 ، 2 ، 3 ، 4 ) ونحسب مساحتها من القانون كما يلي:

مساحة الأقسام الأربعة =  $\frac{س}{3} \times ( \text{طول العمود الأول} + \text{طول العمود الأخير} ) + 2 \times \text{مجموع أطوال الأعمدة الفردية} + 4 \times \text{مجموع أطوال الأعمدة الزوجية}$

$$= \frac{30}{3} \times ( ( 55 + 30 ) \times 4 + ( 45 ) \times 2 + 28 + 25 ) =$$

$$= 10 \times ( 340 + 90 + 53 ) = 4830 \text{ م}^2$$

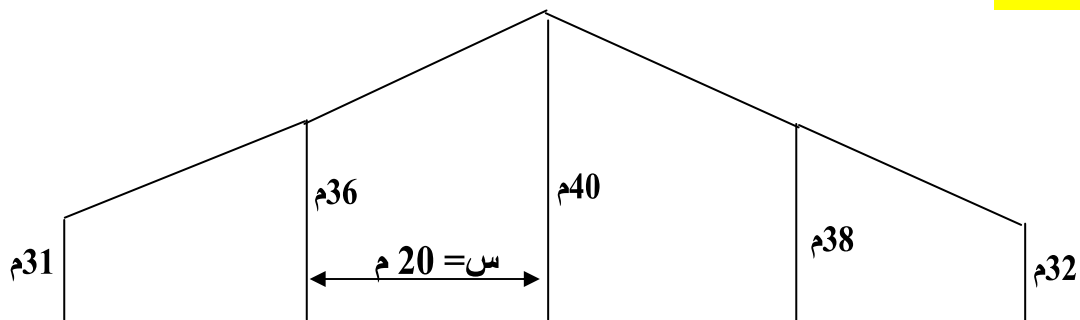
مساحة الجزء الأخير ( شبه منحرف ) = القاعدة المتوسطة  $\times$  الارتفاع

$$= 26 \times 30 = 780 \text{ م}^2$$

مساحة قطعة الأرض الكلية = مساحة الأقسام الأربعة + مساحة الجزء الأخير

$$= 4830 + 780 = 5610 \text{ م}^2$$

مثال ( 2 ) : احسب مساحة قطعة الأرض الموضحة بالشكل بالطريقة المناسبة .



الحل



حدود الأرض عبارة عن خطوط مستقيمة والفرق بين أطوال الأعمدة ليس صغيراً .

الطريقة المناسبة لحساب المساحة هي أشباه المنحرفات .

المساحة =  $\frac{1}{2} \times \text{س ( طول العمود الأول + طول العمود الأخير + مجموع باقي الأعمدة )}$

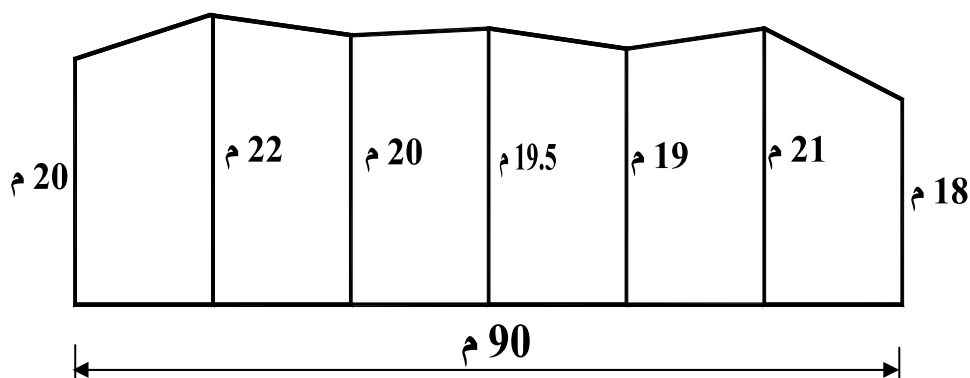
المساحة =  $\frac{1}{2} \times 20 \times ( 36 + 40 + 38 ) + 31 + 32 )$

المساحة =  $10 \times ( 114 \times 2 + 63 ) = 10 \times ( 228 + 63 ) = 291 \times 10 = 2910 \text{ م}^2$  .

=====

مثال ( 3 ) :

أوجد مساحة قطعة الأرض الموضحة بالشكل بالطريقة المناسبة.



الحل

بما أن حدود الأرض عبارة عن خطوط مستقيمة و الفرق بين أطوال الأعمدة صغيراً .

إذن الطريقة المناسبة لحساب المساحة هي متوسط الارتفاعات وهي طريقة تقريبية.

المساحة = طول قطعة الأرض  $\times$  ( مجموع أطوال الأعمدة  $\div$  عدد الأعمدة )

$7 \div ( 20 + 22 + 20 + 19.5 + 19 + 21 + 18 ) \times 90 =$

$19.93 \times 90 = 1793.7 \text{ م}^2$

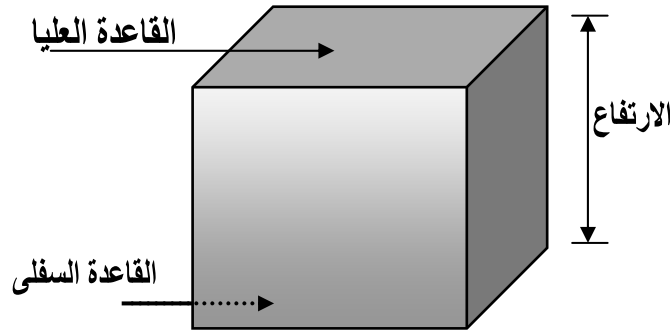
المساحة بطريقة أشباه المنحرفات =  $1807.5 \text{ م}^2$



## 6- 12 حساب حجم الأشكال غير المنتظمة:

## أ- حساب حجم الأشكال المحددة بخطوط مستقيمة :

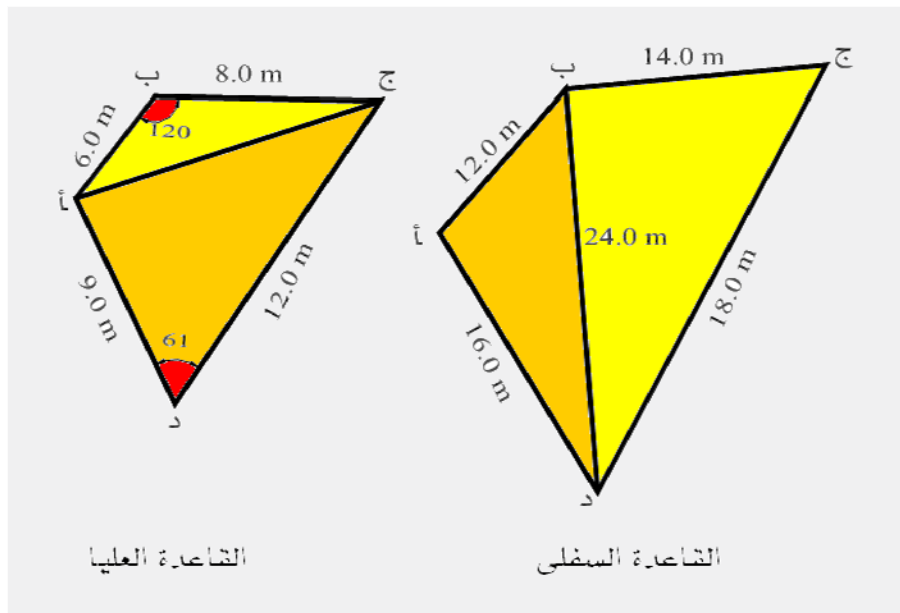
لحساب حجم أية شكل غير منتظم محدد بخطوط مستقيمة ما علينا سوى أن نحسب مساحة القاعدة العليا وكذلك السفلى بإحدى الطرق السابق شرحها ثم نحسب متوسط المساحتين وبضرب متوسط المساحة في ارتفاع قطعة الأرض نحصل على الحجم.



حجم الشكل غير المنتظم = متوسط مساحة القاعدتين (العليا والسفلى) × الارتفاع بين القاعدتين

## مثال (1) :

قطعة أرض شكلها غير منتظم وحدودها مستقيمة ويراد حفرها بعمق 5 م احسب كمية الحفر إذا كان شكل قطعة الأرض من الأعلى و الأسفل كما هو موضح بالشكل التالي:





القاعدة العليا نقسمها إلى المثلثين:  $\Delta$  أ ب ج ،  $\Delta$  أ ج د :

$$\Delta \text{ أ ب ج} = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \text{ح أ} = 20.78 \text{ م}^2$$

$$\Delta \text{ أ ج د} = \frac{1}{2} \times 9 \times 12 \times \text{ح أ} = 47.23 \text{ م}^2$$

$$\text{مساحة القاعدة العليا} = \Delta \text{ أ ب ج} + \Delta \text{ أ ج د} = 20.78 + 47.23 = 68.01 \text{ م}^2$$

القاعدة السفلى نقسمها إلى المثلثين  $\Delta$  أ ب د ،  $\Delta$  أ ج د :

مساحة المثلث  $\Delta$  أ ب د :

$$\text{ح أ} = \frac{2}{24+12+16} = 26 \text{ م}$$

$$\Delta \text{ أ ب د} = \frac{1}{2} \times 14 \times 10 \times 26 = 85.32 \text{ م}^2$$

مساحة المثلث  $\Delta$  ب ج د :

$$\text{ح أ} = \frac{2}{18+14+24} = 28 \text{ م}$$

$$\Delta \text{ ب ج د} = 10 \times 14 \times 4 \times 28 = 125.22 \text{ م}^2$$

$$\text{مساحة القاعدة السفلى} = \Delta \text{ أ ب د} + \Delta \text{ ب ج د} = 85.32 + 125.22 = 210.54 \text{ م}^2$$

$$\text{متوسط مساحة القاعدتين} = \frac{2}{210.54 + 68.01} = 139.28 \text{ م}^2$$

حجم قطعة الأرض = متوسط المساحة  $\times$  الارتفاع

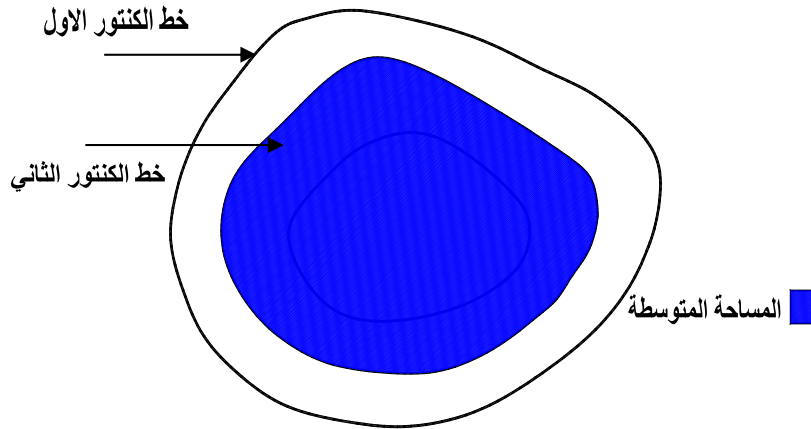
$$= 5 \times 139.28 =$$

$$= 696.4 \text{ متر مكعب}$$



### ب- حساب حجم الأشكال المحددة بمنحنيات :

لحساب حجم أية شكل محدد بمنحنيات مثل حجم الحفر للتسوية على خط الكنتور الأول أو حجم الردم للتسوية على خط الكنتور الثاني كما في الشكل الموضح :

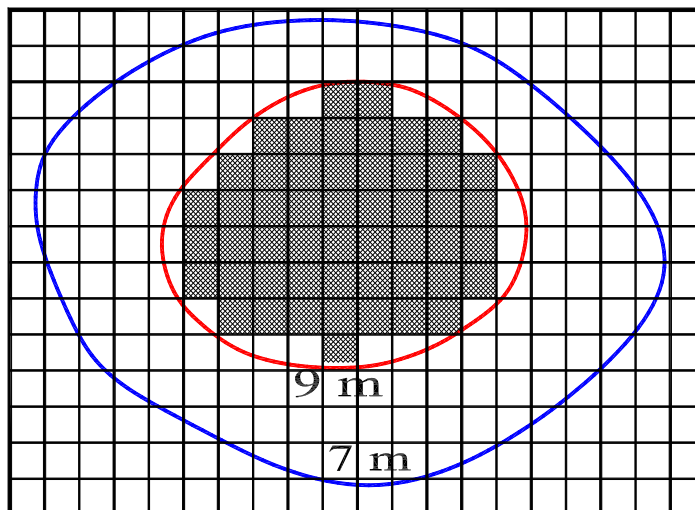


ولحساب الحجم نبدأ بحساب المساحة المحصورة داخل خط الكنتور الأول ثم المساحة المحصورة داخل خط الكنتور الثاني وذلك بإحدى الطرق السابقة ( شبكة المربعات ) ثم حساب متوسط المساحتين وكذلك فرق المساحتين ويكون الحجم كالتالي :

حجم الحفر = متوسط مساحتي خطي الكنتور  $\times$  الارتفاع "الفترة الكنتورية"

حجم الردم = فرق مساحتي خطي الكنتور  $\times$  متوسط الارتفاع عن منسوب التسوية

مثال :





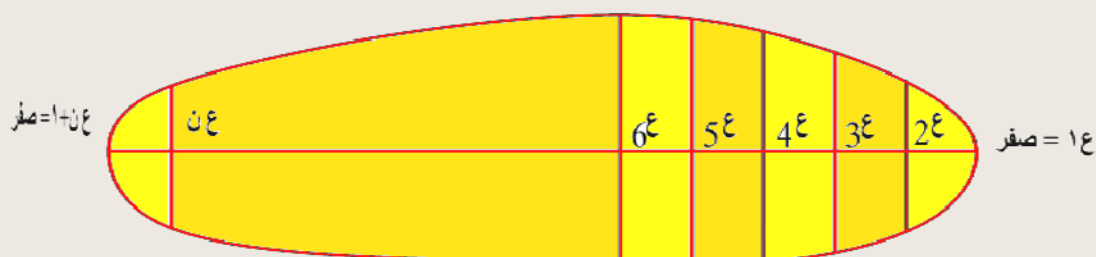
الشكل الموضح عبارة عن خطي كنتور منسوب الخط الأول 9 م ومنسوب الخط الثاني 7 م والمطلوب حساب حجم الحفر للتسوية على منسوب 7 م علما بأن خطوط الكنتور رسمت بمقياس رسم 1 : 500 ؟

**الحل:**

- بعمل شبكة مربعات  $\frac{1}{4}$  سم  $\times$   $\frac{1}{4}$  سم على الخريطة كما هو موضح بالشكل ثم نقوم بإحصاء عدد المربعات المحصورة داخل خطي الكنتور :
- عدد المربعات الكاملة المحصورة داخل خط الكنتور 9 م = 51 مربع
- عدد أجزاء المربعات المحصورة داخل خط الكنتور 9 م  $\approx 10.5$  مربعات
- عدد المربعات الكلية داخل خط الكنتور 9 م = 51 + 10.5 = 61.5 مربع
- المساحة المحصورة داخل خط كنتور 9 م :
- المساحة = عدد المربعات  $\times$  مساحة المربع الواحد  $\times$  مربع مقياس الرسم
- $$= 61.5 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times (500)^2 = 384.4 \text{ م}^2$$
- عدد المربعات الكاملة المحصورة داخل خط الكنتور 7 م = 152 مربع
- عدد أجزاء المربعات داخل خط الكنتور 7 م  $\approx 21$  مربع
- عدد المربعات الكلية داخل خط الكنتور 7 م = 152 + 21 = 173 مربع
- المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 7 م =  $173 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times (500)^2 \approx 1081 \text{ م}^2$
- متوسط المساحة =  $(1081 + 384.4) \div 2 = 732.7 \text{ م}^2$
- حجم الحفر المطلوب للتسوية على منسوب 7 م = متوسط المساحة  $\times$  الفترة الكنتورية
- $$= 732.7 \times 2 = 1465.4 \text{ م}^3$$



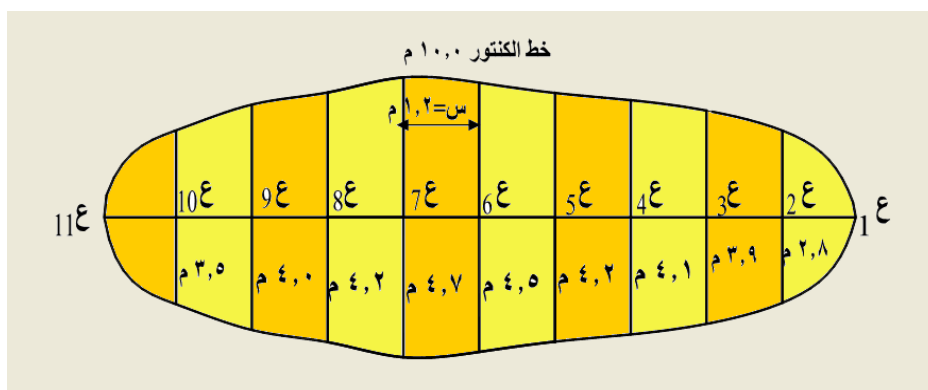
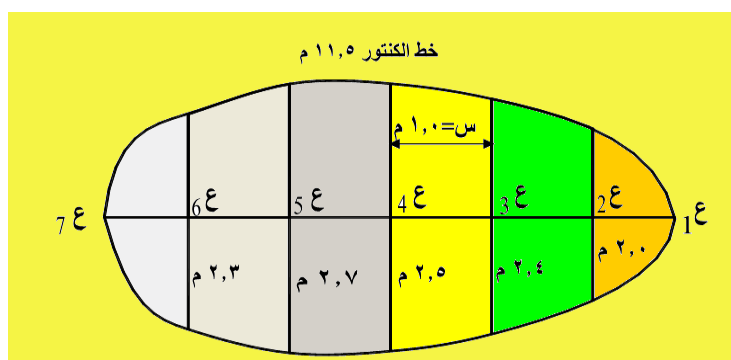
## ج- حساب حجم الأشكال المحددة بخطوط منحنية



لحساب حجم أية شكل محدد بمنحنيات و ممتد كالشريحة مثل خطي كنتور متتاليين نحسب المساحة المحصورة داخل خط الكنتور الأول والثاني بإحدى الطرق السابقة ولتكن طريقة سمبسون كما هو موضح بالشكل وذلك بتوقيع خط يوازي المنطقة سواء كان داخلها أو خارجها ثم نقسم هذا الخط داخل حدود خطوط الكنتور إلى أقسام متساوية بحيث يكون عدد الأقسام زوجي ثم نقيم أعمدة عند نقاط التقسيم وحتى خطوط الكنتور ونقيس أطوال هذه الأعمدة ثم نحسب المساحة داخل كل خط كنتور و يصبح الحجم كالتالي:

$$\text{الحجم} = \text{متوسط المساحة} \times \text{الارتفاع} \times \text{الفترة الكنتورية}$$

مثال:





الشكل الموضح عبارة عن خطي كنتور متتالين منسوب الخط الأول 10 م ومنسوب الثاني 11.5 م والمطلوب حساب حجم الحفر للتسوية على منسوب 10 م مع العلم أن المسافة بين الأعمدة لخط الكنتور 11.5 م = 1.0 م والمسافة بين الأعمدة لخط الكنتور 10 م = 1.2 م

**الحل:**

نوقع خطأً على الخريطة يوازي خط الكنتور ويقع داخله ثم نقيس طوله ونقسمه إلى مسافات متساوية (س) بحيث يكون عدد الأقسام عدداً زوجياً ونقيم أعمدة عند نقاط التقسيم وحتى حدود خط الكنتور ونقيس أطوال هذه الأعمدة وباستخدام طريقة سمبسون نحسب المساحة :

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 11.5

$$م = \frac{1}{3} \times (\text{صفر} + \text{صفر} + (2.7 + 2.4) \times 2 + (2.3 + 2.5 + 2) \times 4)$$

$$= \frac{1}{3} \times (\text{صفر} + 10.2 + 27.2) \times 2 = 12.47 م$$

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 10

$$م = \frac{1.2}{3} \times \{ \text{صفر} + \text{صفر} + (4 + 4.7 + 4.2 + 3.9) \times 2 + (4.2 + 4.5 + 4.1 + 2.8) \times 4 \}$$

$$م = \frac{1.2}{3} \times (\text{صفر} + 33.6 + 76.4) = 44 م$$

$$\text{متوسط المساحة} = (44 + 12.47) / 2 = 28.24 م$$

حجم الحفر المطلوب للتسوية على منسوب 10 م = متوسط المساحة × الارتفاع " الفترة الكنتورية "

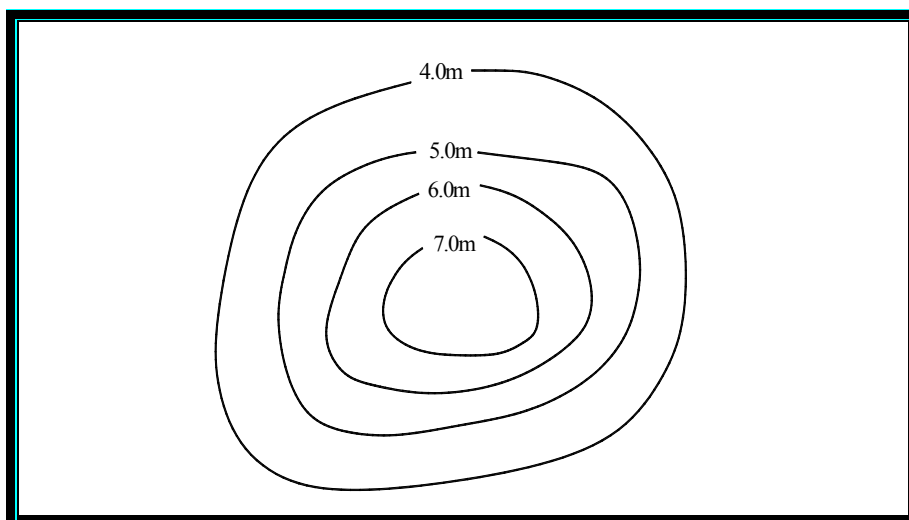
$$= 28.23 \times 1.5 = 42.3 م$$

13 - حساب الحجم من خطوط الكنتور:



تستخدم هذه الطريقة لإيجاد كميات الأتربة اللازمة لردم المنخفضات أو تسوية المرتفعات على منسوب معين كما سوف يتبين من الأمثلة التالية :

**مثال ( 1 ) :**



الشكل الموضح هو عبارة عن خريطة كنتورية لمنطقة مطلوب تسويتها على منسوب 5 م احسب كميات الحفر والردم علما بأن المساحة المحصورة داخل كل خط كنتور تم حسابها بطريقة شبكة المربعات فكانت كالتالي :

20 م <sup>2</sup>	=	المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 7 م
35 م <sup>2</sup>	=	المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 6 م
47 م <sup>2</sup>	=	المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 5 م
62 م <sup>2</sup>	=	المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 4 م

**الحل:**

○ حساب كميات الحفر:

حجم الحفر من منسوب 7 م إلى منسوب 6 م =  $\frac{1}{3} \times \text{الفترة الكنتورية} \times \text{مجموع مساحتي خطي الكنتور}$ .

$$= \frac{1}{3} \times 1 \times (35 + 20) = 27.5 \text{ م}^3$$

حجم الحفر من منسوب 6 م إلى منسوب 5 م =  $\frac{1}{3} \times 1 \times (47 + 35) = 41 \text{ م}^3$

حجم الحفر الكلي للتسوية على منسوب 5 م =  $41 + 27.5 = 68.5 \text{ م}^3$

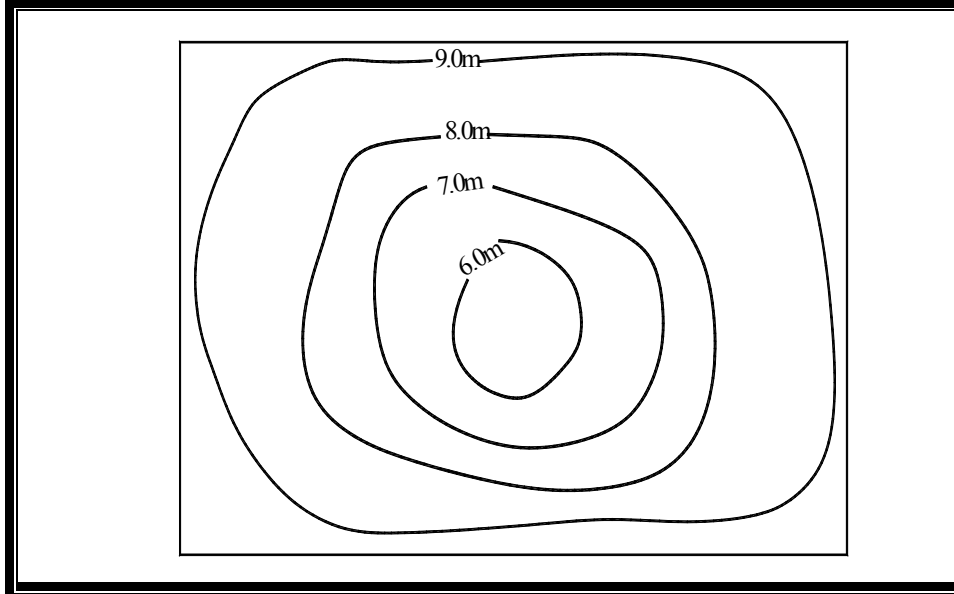
○ حساب كميات الردم:

حجم الردم للتسوية من منسوب 4 م إلى منسوب 5 م =  $\text{متوسط الارتفاع} \times \text{فرق مساحتي خطي الكنتور}$ .



$$= \frac{1}{3} \times (\text{صفر} + 1) \times (62 - 47) = 7.5 \text{ م}^3$$

مثال ( 2 ) :



الخريطة الكنتورية الموضحة بالشكل لقطعة أرض عبارة عن مستنقع والمطلوب ردم هذا المستنقع حتى منسوب سطح الأرض ( 9 م ) احسب كمية الردم إذا كانت المساحات المحصورة داخل خطوط الكنتور كالتالي :

$$\text{المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 6 م} = 165.5 \text{ م}^2$$

$$\text{المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 7 م} = 260 \text{ م}^2$$

$$\text{المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 8 م} = 385 \text{ م}^2$$

$$\text{المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 9 م} = 640.5 \text{ م}^2$$

الحل :

كمية الردم للوصول من منسوب 6م إلى منسوب 7م = متوسط المساحة × الفترة الكنتورية

$$= \frac{1}{3} \times (260 + 165.5) \times 1 = 212.75$$

3م

$$= \frac{1}{3} \times (385 + 260) \times 1 = 322.50$$

3م

$$= \frac{1}{3} \times (640.5 + 385) \times 1 = 512.75$$

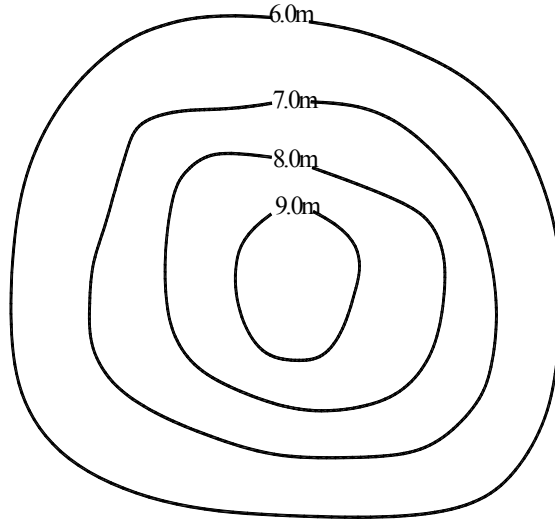
3م



$$\text{كمية الردم الكلية} = 212.75 + 322.5 + 512.75 = 1048 \text{ م}^3$$



## مثال ( 3 ) :



الخريطة الكنتورية الموضحة لقطعة أرض جبلية و المطلوب تسوية هذه القطعة على منسوب 6 م احسب كميات الحفر اللازمة للتسوية على منسوب 6 م إذا كانت المساحة المحصورة داخل خطوط الكنتور كالتالي :

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 9 م	=	17 م <sup>2</sup>
المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 8 م	=	25.4 م <sup>2</sup>
المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 7 م	=	32.5 م <sup>2</sup>
المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 6 م	=	57.4 م <sup>2</sup>

## الحل :

كمية الحفر للوصول من منسوب 9 م إلى منسوب 8 م = متوسط المساحة × الفترة الكنتورية

$$21.2 = 1 \times (25.4 + 17) \times \frac{1}{2} =$$

3م

كمية الحفر للوصول من منسوب 8 م إلى منسوب 7 م =  $1 \times (32.5 + 25.4) \times \frac{1}{2} = 28.95$

3م

كمية الحفر للوصول من منسوب 7 م إلى منسوب 6 م =  $1 \times (57.4 + 32.5) \times \frac{1}{2} =$

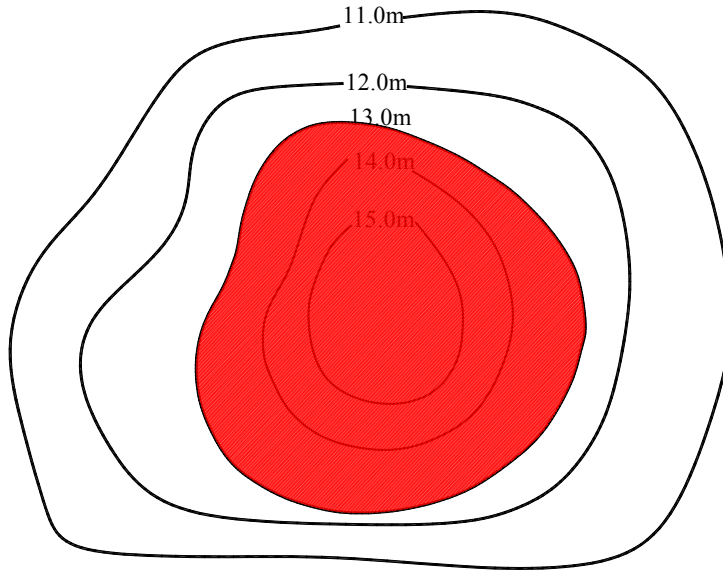
44.95 3م

كمية الحفر الكلية =  $21.2 + 28.95 + 44.95 = 95.1$  3م





## مثال 4 :



■ مساحة الحفر  
□ مساحة الردم

الشكل الموضح هو عبارة عن خريطة كنتورية لقطعة أرض يراد تسويتها على منسوب 13م. احسب كميات الحفر و الردم إذا كانت المساحة المحصورة داخل كل خط كنتور تم حسابها بطريقة الخطوط المتوازية فكانت كالآتي :

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 15 م	=	25.5 م <sup>2</sup>
المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 14 م	=	46.4 م <sup>2</sup>
المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 13 م	=	55 م <sup>2</sup>
المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 12 م	=	73 م <sup>2</sup>
المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 11 م	=	86 م <sup>2</sup>

## الحل :

❖ كميات الحفر :

$$\text{كمية الحفر للتسوية من منسوب 15 م إلى منسوب 14 م} = \frac{1}{3} \times 1 \times (46.4 + 25.5) = 35.95 \text{ م}^3$$

$$\text{كمية الحفر للتسوية من منسوب 14 م إلى منسوب 13 م} = \frac{1}{3} \times 1 \times (55 + 46.4) = 50.70 \text{ م}^3$$

$$\text{كمية الحفر الكلية} = 50.70 + 35.95 = 86.65 \text{ م}^3$$

❖ كميات الردم :

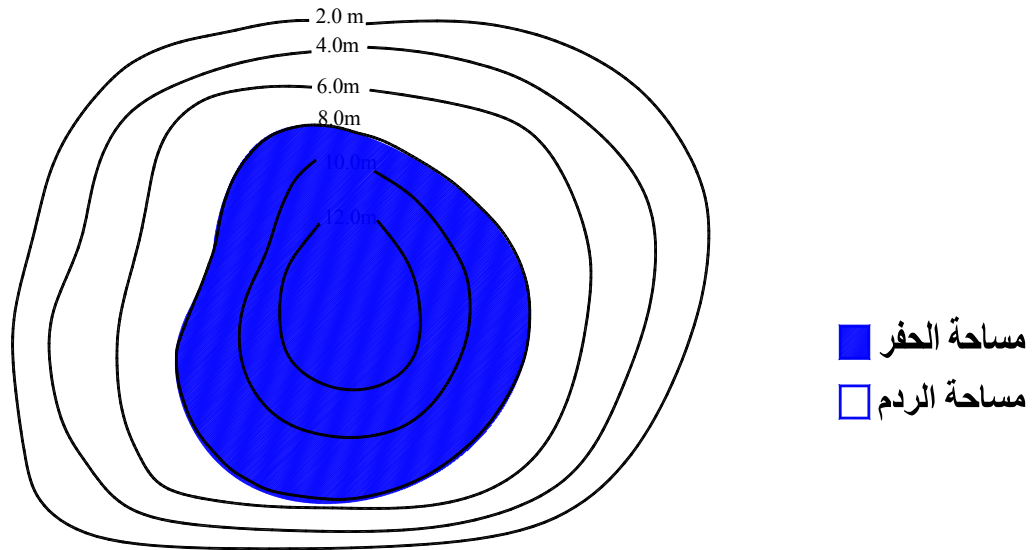


كمية الردم للوصول من منسوب 12م إلى منسوب 13م = (صفر+1)/2 × (55 - 73) = 9 م<sup>3</sup>

كمية الردم للوصول من منسوب 11م إلى منسوب 13م = (73 - 86) × 2/(1 + 2) = 19.5 م<sup>3</sup>

كمية الردم الكلية = 9 + 19.5 = 28.5 م<sup>3</sup>

**مثال 5 :**



الشكل الموضح عبارة عن خريطة كنتورية لقطعة أرض يراد تسويتها على منسوب 8 م احسب كميات الحفر و الردم إذا كانت المساحة المحصورة داخل خطوط الكنتور كما يلي:

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 12 م = 18.5 م<sup>2</sup>

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 10 م = 30.4 م<sup>2</sup>

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 8 م = 48.6 م<sup>2</sup>

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 6 م = 66.8 م<sup>2</sup>

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 4 م = 72.9 م<sup>2</sup>

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 2 م = 89.4 م<sup>2</sup>

**الحل :**

كمية الحفر =  $\frac{1}{4} \times \text{الفترة الكنتورية} \times \text{مجموع مساحتي كل خطي كنتور متتالين}$

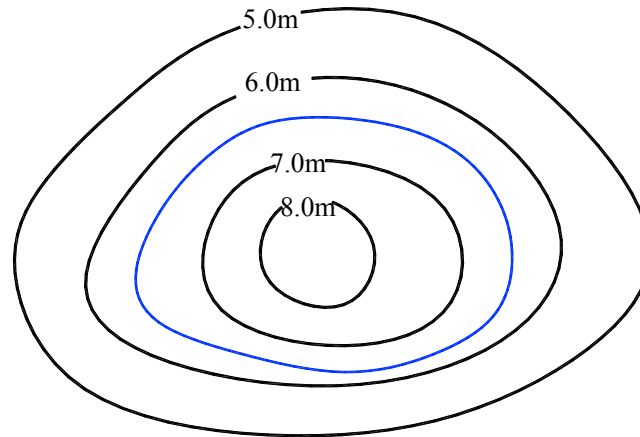
كمية الحفر =  $\frac{1}{4} \times 2 \times [ ( 48.6 + 30.4 ) + ( 30.4 + 18.5 ) ]$

كمية الحفر =  $1 \times ( 79 + 48.9 ) = 127.9 \text{ م}^3$



$$\begin{aligned}
 \text{كمية الردم} &= \text{متوسط الارتفاع عن منسوب التسوية} \times \text{فرق مساحتي كل خطي كنتور} \\
 \text{متتالين} &= [(66.8 - 72.9) \times 2 / (4 + 2)] + [(48.6 - 66.8) \times 2 / (2 + \text{صفر})] \\
 &+ [(72.9 - 89.4) \times 2 / (6 + 4)] + \\
 &16.5 \times 5 + 6.1 \times 3 + 18.2 \times 1 = \\
 &82.5 + 18.3 + 18.2 = \\
 &119 \text{ م}^3 =
 \end{aligned}$$

**مثال 6 :**



الشكل الموضح عبارة عن خريطة كنتورية لقطعة أرض يراد تسويتها على منسوب 6.5م  
احسب كميات الحفر و الردم إذا كانت المساحة المحصورة داخل خطوط الكنتور كما يلي:

$$\begin{aligned}
 \text{المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 8 م} &= 56.4 \text{ م}^2 \\
 \text{المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 7 م} &= 89.5 \text{ م}^2 \\
 \text{المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 6 م} &= 107.6 \text{ م}^2 \\
 \text{المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 5 م} &= 138.2 \text{ م}^2
 \end{aligned}$$

**الحل :**

نبدأ بحساب المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 6.5 م بالنسبة والتناسب كالتالي :  
المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 6.5 م = المساحة المحصورة داخل خط كنتور 7 م +  
الفترة الكنتورية بين خطي كنتور 7 م و 6.5 م \* الفرق بين مساحتي خطي الكنتور 7 م و  
6 م.

$$\text{المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 6.5 م} = 89.5 + (89.5 - 107.6) \times \frac{1}{4} = 98.55 \text{ م}^2$$

❖ كميات الحفر:



$$\text{حجم الحفر للوصول من منسوب 8م إلى منسوب 7م} = \frac{1}{3} \times (56.4 + 89.5) \times 1 = 72.95 \text{ م}^3$$

$$\text{حجم الحفر للوصول من منسوب 7م إلى منسوب 6.5م} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times (98.55 + 89.5) = 47.01 \text{ م}^3$$

$$\text{كمية الحفر الكلية} = 72.95 + 47.01 = 119.96 \approx 120 \text{ م}^3$$

❖ كميات الردم:

$$\text{حجم الردم اللازم للوصول من منسوب 5م إلى منسوب 6.5م} = \frac{(1.5 + 0.5) \times 2}{-138.5} = 107.6$$

$$= 30.9 \text{ م}^3$$

$$\text{حجم الردم اللازم للوصول من منسوب 6م إلى منسوب 6.5م} = \frac{(0.5 + \text{صفر}) \times 2}{-107.6} = 98.55$$

$$= 2.26 \text{ م}^3$$

$$\text{كمية الردم الكلية} = 30.9 + 2.26 = 33.16 \approx 33 \text{ م}^3$$



## تمارين

1. لعملية إنشاء أساسات مبنى، كان شكل قاعدة أحد الأعمدة على شكل متوازي مستطيلات أبعادها  $6 \times 4 \times 2$  متر. المطلوب حساب حجم الحفر اللازم لتهيئة الموقع لإنشاء هذه القاعدة.
2. خزان مياه أرضي على شكل متوازي مستطيلات أبعاده  $8 \times 6 \times 5$  أمتار احسب حجم الخزان، وكذلك احسب حجم الماء الموجود داخل الخزان إذا كان ارتفاع الماء داخل الخزان 3 أمتار.
3. قاعدة عمود خرساني في مبنى على شكل مكعب طول ضلعه 2.5 متر. المطلوب حساب حجم الحفر اللازم لتهيئة الموقع لإنشاء هذه القاعدة.
4. خزان مياه أرضي على شكل مكعب طول ضلعه 1.6 متر احسب أقصى حجم للماء الذي يمكن استيعابه في هذا لخزان.
5. قاعدة عمود خرساني في مبنى على شكل منشور رباعي قائم قاعدته عبارة عن مستطيل أبعاده  $3.5 \times 2.5$  متر وارتفاع المنشور 2 متر. المطلوب حساب حجم الحفر اللازم لتهيئة الموقع لإنشاء هذه القاعدة.
6. مطلوب حفر خزان مياه أرضي على شكل منشور رباعي قائم، قاعدته أ ب ج د على شكل شبه منحرف فيه أد عمودي على أب، و أد يوازي ب ج، وكان طول أد = 4 أمتار وطول ب ج = 3 أمتار، أ ب = 5 أمتار، وارتفاع المنشور أ أ' = 8 أمتار، احسب حجم الأتربة المطلوب رفعها من موقع هذا الخزان.
7. سلم خرساني يتكون من 15 درجة، الدرجة على شكل منشور ثلاثي قائم أبعاده  $0.25 \times 0.20 \times 1.10$  م. احسب حجم الخرسانة المستخدمة في إنشاء هذا السلم.
8. قاعدة عمود خرساني في مبنى على شكل منشور خماسي منتظم قائم قاعدته عبارة عن شكل خماسي منتظم طول ضلعه 2 متر وارتفاع المنشور 4 أمتار. المطلوب حساب حجم قاعدة العمود الخرساني.
9. م. أ ب ج هرم ثلاثي قائم، قاعدته مثلث قائم الزاوية في ب وكان طول أب = 12 متراً وطول الضلع ب ج = 8 أمتار، وكان ارتفاع الهرم = 5.5 متراً، احسب حجم هذا الهرم.

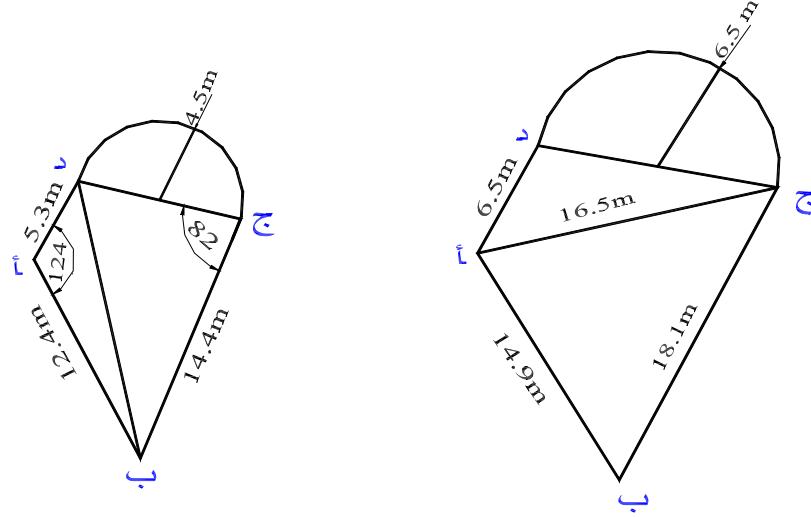


10. م - أ ب ج د هرم رباعي قائم ، طول ضلع قاعدته أ ب ج د 8 أمتار وارتفاعه 6 أمتار ، احسب حجم هذا الهرم .
11. مخروط دائري قائم ، نصف قطر قاعدته الدائرية 6 متر ، وكان ارتفاع المخروط = 7 متر ، احسب حجم هذا المخروط .
12. منشأ في حديقة ألعاب ترفيهية على شكل مخروط قائم قاعدته الدائرية نصف قطرها 7 متر ، وارتفاع المخروط 9 متر ، احسب حجم الفراغ داخل هذا المنشأ.
13. مطلوب حفر بئر على شكل أسطوانة قائمة نصف قطر قاعدتها 4.8 متر وعمق البئر 8.5 متر . فاحسب حجم الأتربة الناتجة عن عملية الحفر.
14. خزان وقود أرضي على شكل أسطوانة دائرية قائمة ، قاعدته الدائرية نصف قطرها 2.10 متر وارتفاع الخزان 5 متر ، فما هو حجم الوقود الموجود في الخزان.
15. خزان نفط على شكل أسطوانة دائرية قائمة نصف قطر قاعدتها الدائرية 3.5 متر وارتفاعها 6 متر ، فما هو حجم النفط داخل هذا الخزان.
16. صومعة غلال تتكون من قسمين ، العلوي عبارة عن أسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها 8 متر ونصف قطر قاعدتها الدائرية 2.5 متر ، والسفلي عبارة عن مخروط قائم مقلوب قاعدته هي قاعدة الأسطوانة وارتفاعه 1.8 متر . احسب سعة الصومعة.
17. خزان مياه على شكل كرة نصف قطرها 1.20 متر ، احسب حجم الماء الذي يمكن استيعابه في هذا الخزان.
18. خزان وقود أرضي على شكل كرة نصف قطرها 1.75 متر ، احسب حجم الوقود الذي يمكن استيعابه في هذا الخزان.
19. مطلوب أعمال حفر لمشروع مد خطوط الصرف الصحي وذلك بطول 92 متر ، وكان شكل القطاع العرضي للحفر على شكل مستطيل طوله 1.60 متر وعرضه 0.85 متر . احسب حجم الأتربة الناتجة عن أعمال الحفر لهذا المشروع.
20. مطلوب حفر قناة لنقل المياه من بئر إلى مزرعة وذلك بطول 96 متر ، وكان شكل القطاع العرضي لهذه القناة على شكل شبه منحرف وطول قاعدتيه المتوازيين 1.20 متر ، 0.90 متر وارتفاعه 1.20 متر احسب حجم الأتربة الناتجة عن حفر هذه القناة.
21. مطلوب إنشاء جسر ترابي ليستخدم كطريق في منطقة ريفية وذلك بطول 130 متر ، وكان شكل القطاع العرضي لهذا الجسر على شكل شبه منحرف وطول قاعدتيه



المتوازيين 1.50 متر وارتفاعه 1.20 متر احسب حجم الأتربة اللازمة لإنشاء هذا الجسر.

22. احسب حجم الشكل غير المنتظم الموضح بالشكل إذا كان الارتفاع بين



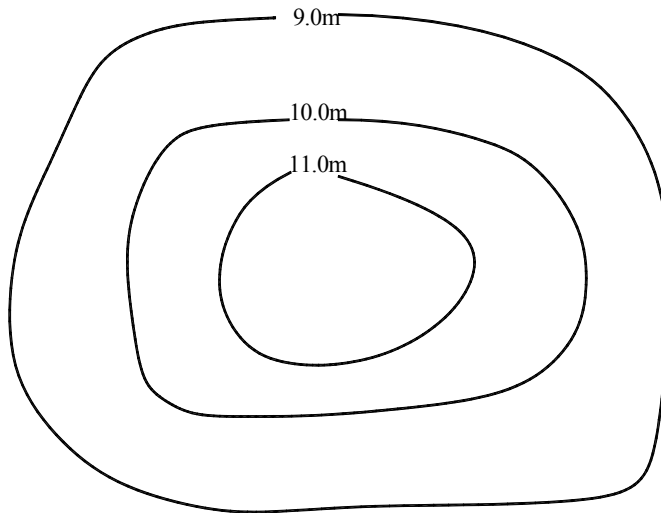
القاعدتين = 3.5 متر

القاعدة العليا

القاعدة السفلى

23. احسب كمية الحفرو الردم لقطعة الأرض الموضحة بالشكل والمطلوب تسويتها على منسوب 10 م علماً بأن المساحات المحصورة داخل خطوط الكنتور كما يلي :

المساحة المحصورة داخل خط 11 م - 10 م - 9 م = 320 ، 480 ، 650.5 م<sup>2</sup> ؛





24. قطعة أرض على شكل مستتقع المطلوب ردمها وتسويتها على منسوب 9 م

احسب كمية و تكلفة الردم إذا كان سعر المتر المكعب = 50 ريالاً علماً بأن

المساحات داخل خطوط الكنتور كما يلي :

داخل كنتور 3 م = 18.9 م<sup>2</sup>

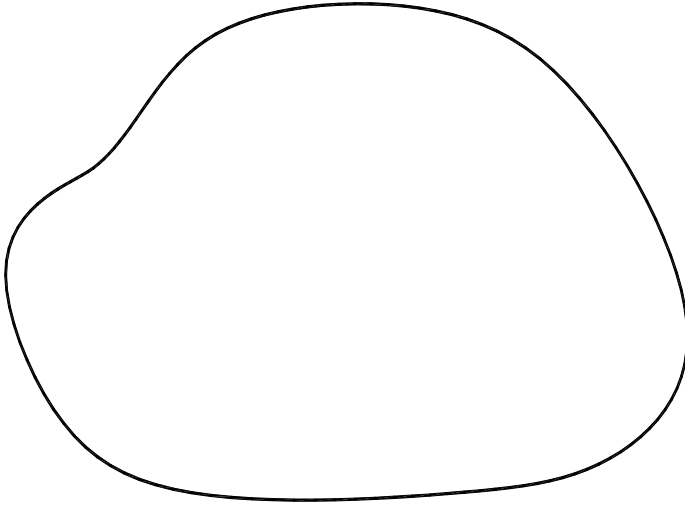
داخل كنتور 5 م = 36.5 م<sup>2</sup>

داخل كنتور 7 م = 50.6 م<sup>2</sup>

داخل كنتور 9 م = 75.4 م<sup>2</sup> ؟

25. احسب بالمتري المربع المساحة المحصورة داخل خط الكنتور التالي بطريقة

شبكة المربعات علماً بأن مقياس رسم الخريطة 1 : 400





### امتحان ذاتي

أجب على الأسئلة التالية ثم تأكد من صحة إجابتك بالنظر إلى الحل في نهاية الوحدة.

السؤال الأول: ضع علامة ( ✓ ) أمام العبارات الصحيحة فيما يلي وعلامة ( × ) أمام العبارات غير الصحيحة فيما يلي:

- 1- متوازي المستطيلات يتكون من ستة أوجه مستطيلة الشكل ، كل وجهين متقابلين متساويين في المساحة ومتوازيين ( ) .
- 2- المكعب يتكون من ستة أوجه مربعة ومتساوية في المساحة ، وكل وجهين متقابلين متوازيان ( ) .
- 3- في الهرم وجه واحد على شكل مضلع ، أما بقية الأوجه فهي مثلثات تلتقي في نقطة واحدة ( ) .
- 4- المخروط الدائري القائم ينشأ عن دوران مثلث قائم الزاوية دورة كاملة حول أحد ضلعي الزاوية القائمة ( ) .
- 5- الأسطوانة الدائرية القائمة تنشأ عن دوران مستطيل دورة كاملة حول أحد أضلاعه ( ) .

### السؤال الثاني:

مطلوب حفر خزان مياه أرضي على شكل متوازي مستطيلات أبعاده  $6 \times 4.5 \times 2.5$  متر احسب حجم الحفر اللازم ، وكذلك احسب حجم الماء الذي يمكن استيعابه داخل هذا الخزان إذا كانت أبعاد الخزان الداخلية طبقاً للمخطط التصميمي  $5.8 \times 4.3 \times 2.3$  متر.

### السؤال الثالث:

خزان نفط على شكل أسطوانة دائرية قائمة نصف قطر قاعدتها الدائرية 2.1 متر وارتفاعها 5.5 متر، فما هو حجم النفط داخل هذا الخزان.

### السؤال الرابع:

مطلوب إنشاء جسر ترابي ضمن مراحل إنشاء طريق في منطقة ريفية وذلك بطول 120 متر، وكان شكل القطاع العرضي لهذا الجسر على شكل شبه منحرف طول قاعدتيه المتوازييتين 2.50 متر ، 5.50 متر وارتفاعه 1.25 متر احسب حجم الأتربة اللازمة لإنشاء هذا الجسر.



### نموذج تقييم المتدرب لمستوى أدائه

يعبأ من قبل المتدرب وذلك بعد التدريب العملي أو أي نشاط يقوم به المتدرب

بعد الانتهاء من التدريب على حسابات حجوم الأشكال وكميات الحفر والردم، قوّم نفسك وقدراتك بواسطة إكمال هذا التقييم الذاتي بعد كل عنصر من العناصر المذكورة، وذلك بوضع علامة ( ✓ ) أمام مستوى الأداء الذي أتقنته، وفي حالة عدم قابلية المهمة للتطبيق ضع العلامة في الخانة الخاصة بذلك.

اسم النشاط التدريبي الذي تم التدريب عليه : حسابات حجوم الأشكال وكميات الحفر والردم

مستوى الأداء ( هل أتقنت الأداء )				العناصر	م
كلياً	جزئياً	لا	غير قابل للتطبيق		
					41.
					42.
					43.
					44.
					45.
					46.
					47.
					48.

يجب أن تصل النتيجة لجميع المفردات (البنود) المذكورة إلى درجة الإتقان الكلي أو أنها غير قابلة للتطبيق، وفي حالة وجود مفردة في القائمة "لا" أو "جزئياً" فيجب إعادة التدريب على هذا النشاط مرة أخرى بمساعدة المدرب.