ضبط الجودة

أساسيات الإحصاء

الوحدة الثانية :أساسيات الإحصاء

الأهداف:

بنهاية هذه الوحدة يكون المتدرب قادرا وبكفاءة على أن:

- يصنف الاختلافات التصنيعية ويحدد مصادر أسبابها الممكنة.
- يشرح مفاهيم التوزيعات التكرارية: البيانات الخام والتوزيع التكراري والمدرج التكراري.
- يضع آلية لتكوين تقنية التوزيع التكراري والمدرج التكراري.
- يحدد علاقة حجم العينة بدقة التوزيعات التكرارية.
- يشرح مفهوم النزعة المركزية وعلاقتها بجودة المنتج.
- يحسب مقاييس النزعة المركزية مثل المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال.
- يشرح مفهوم التشتت وعلاقته بجودة المنتج.
- يحسب مقاييس التشتت مثل المدى والانحراف المعياري والتباين.
- يشرح تطبيقات تقنية التوزيع التكراري في المجال الصناعي.

متطلبات الجدارة:

إجراء العمليات الرياضية المستخدمة في علم الإحصاء، والقيام بعمليات القياس المطلوبة من مقرر قياسات 113 ميك.

مستوى الأداء المطلوب:

لا تقل نسبة إتقان هذه الجدارة عن 100 ٪ .

الوقت المتوقع للتدرب على الجدارة:

6 ساعات.

الوسائل المساعدة على تحقيق الجدارة:

الأمثلة التوضيحية ودراسة الحالة.

أظهرت الدقة المتزايدة التي تتطلبها عمليات تصنيع الأجزاء أو المنتجات الحاجة إلى طرق أفضل لتجميع وجدولة وتفسير وتقديم البيانات في صورة كمية من أجل ضبط جودة الإنتاج، وهو ما يعرف باستخدام علم الإحصاء الصناعي الذي يعتبر أكثر الأساليب الهامة المستخدمة في ضبط الجودة وتزايدت أهميته بإدخال برامج الحاسب الآلي المتطورة مما تمخض عن تطبيقات عملية مذهلة تزايدت وتعمقت في مجال البرامج الحديثة لضبط الجودة.

وسوف نتناول في هذه الوحدة ما يلي:

- الاختلافات التصنيعية.
- البيانات الخام لجودة.
- التوزيعات التكرارية.
- المدرجات التكرارية.
- العلاقة بين حجم العينة ودقة التوزيعات التكرارية.
- النزعة المركزية وعلاقتها بجودة المنتج.
- مقاييس النزعة المركزية.
- التشتت وعلاقته بجودة المنتج.
- مقاييس التشتت مثل المدى والانحراف المعياري والتباين.
- تطبيقات تقنية التوزيع التكراري في المجال الصناعي.

2- 1 الاختلافات التصنيعية:

إن السمة الأساسية للإنتاج الحديث أنه إنتاج متكرر أي إنتاج أعداد كبيرة من الوحدات المتماثلة، و لكن الفحص الدقيق للوحدات الخارجة من خط الإنتاج بأي صناعة تظهر أنها ليست متماثلة تماما وإنما متشابهة إلى حد كبير حيث إنها تختلف في خواصها الطبيعية أو الكيمياوئية أو الميكانيكية أو غير ذلك من الخواص المحددة لجودتها حتى لو تم تصنيعها بواسطة أدق الماكينات مثل ماكينات التشغيل بالتحكم الرقمي بالحاسب، وهذه الاختلافات تسمى الاختلافات التصنيعية.

أنواع الاختلافات التصنيعية: يمكن تقسيم الاختلافات التصنيعية للوحدات الخارجة إلى ثلاثة أنواع : الاختلاف التصنيعي داخل الوحدة، و الاختلاف التصنيعي بين الوحدات المنتجة في نفس فترة الإنتاج، والاختلاف التصنيعي بين الوحدات المنتجة في فترات تشغيلية مختلفة.

(أ) **الاختلاف التصنيعي داخل الوحدة:** هذا النوع من الاختلاف التصنيعي يمكن توضيحه بالاختلاف الموجود في درجة نعومة أو خشونة جزء من سطح مشغل عن درجة نعومة أو خشونة في جزء آخر من هذا السطح.

(ب) **الاختلاف التصنيعي بين الوحدات المنتجة في نفس فترة الإنتاج:** ويمكن توضيح هذا النوع بالاختلافات الحادثة في المقاومات الكهربائية لمجموعة من الملفات المنتجة في خلال نفس الفترة التشغيلية.

(ج) **الاختلاف التصنيعي بين الوحدات المنتجة في فترات تشغيلية مختلفة:** مثال ذلك الاختلاف التصنيعي المتمثل في الاختلاف الحادث بين وحدة أنتجت في الفترة الصباحية عن وحدة أنتجت في الفترة المسائية.

أسباب الاختلافات التصنيعية: و تعزى أسباب هذه الاختلافات التصنيعية السابق ذكرها إلى مجموعة من المصادر الأساسية تتمثل في الماكينات و المواد الخام والظروف البيئية و العمالة بالإضافة إلى الطرق.

(أ) **الماكينات:** و يشمل هذا المصدر التغيرات الحادثة في أدوات القطع و مثبتات الشغلات والماكينات ذاتها ، وهذه التغيرات جميعها تشكل مقدرة معينة تعمل في إطاره الماكينة ، ويتساوى في ذلك الماكينات المستعملة وكذلك الماكينات الجديدة ولكن بتغيرات أقل.

(ب) **المواد الخام:** من المعروف أن المواد الخام ما هي إلا منتجات نهائية لعمليات تصنيعية سابقة ، ولذلك فتختلف هذه المواد من مورد لآخر ، وتختلف أيضا على مستوى كل دفعة من نفس المورد ، ومثال ذلك اختلاف نسب الرطوبة في حبيبات بلاستيك خام تورد لمصنع لإنتاج المنتجات البلاستيكية.

(ج) **الظروف البيئية:** تمثل الظروف البيئية مصدرا هاما للاختلافات للتصنيعية للوحدات، مثال ذلك درجة الحرارة التي تختلف من خط إنتاج لآخر أو حتى على طول خط إنتاج لآخر أو من مرحلة لأخرى لخط إنتاج معين.

(د) **العمالة:** تختلف مهارة عامل عن آخر بمدى تأهيله لأداء عمله وكذلك مدى تدريبه على هذا الأداء بالإضافة إلى عدد سنوات خبرته في هذا العمل، وبالتالي يختلف أداء العامل عن الآخر، الأمر الذي يسبب اختلافات تصنيعية كبيرة في إنتاج الوحدات، ولكن هذه الاختلافات تقل بصورة جلية كلما كانت المعدات أكثر آلية أو أوتوماتيكية.

(هـ) الطرق: يعتبر هذا المصدر من أهم أسباب الاختلافات التصنيعية حيث هناك اختلاف تصنيعي لإنتاج وحدات بنفس طريقة الإنتاج، مثال ذلك إنتاج أسطح مستوية بواسطة عملية القشط، أما إذا تم إنتاج هذه الأسطح بواسطة طرق مختلفة مثل عملية قشط، أو عملية تفريز فالاختلاف التصنيعي سوف يكون أكثر وضوحا عما إذا أنتجت هذه الأسطح بطريقة واحدة.

2- 2 البيانات الخام لجودة:

البيانات الخام لجودة هي بيانات جمعت لخواص الجودة من خطوط الإنتاج و لكنها غير منتظمة عدديا. مثال ذلك الأوزان الآتية لعينة عشوائية مكونة من مائة شريحة مصنوعة من النحاس أخذت من إنتاج أحد المصانع الوطنية للنحاس (الوزن بالجرام gm) وسجلت في نموذج جمع بيانات الموضح بالشكل(2- 1)

نموذج جمع بيانات	
اسم الجزء: شريحة نحاس	التاريخ: 10/11/1422
المرحلة: التفتيش النهائي	الوردية: الصباحية
الجزء المقاس: وزن شريحة النحاس	القسم: 12
عدد الوحدات / عينة: 100	الفاحص: 111
الماكينة: (أ)	رقم أمر التشغيل: 105

72	60	61	63	66	70	64	72	65	68
67	69	68	64	68	70	65	68	70	66
74	66	68	65	69	66	64	72	61	62
66	71	66	71	70	66	70	68	69	66
73	61	66	63	66	67	71	73	64	68
66	71	67	71	68	69	66	71	70	69
74	63	64	70	66	67	65	74	68	69
66	71	70	70	67	68	66	70	66	70
66	71	68	70	66	68	66	67	67	69
63	66	68	65	67	64	67	63	63	65

التاريخ	التوقيع	ملاحظات
10/11/1422	.....	.....

جدول (2- 1) نموذج لجمع البيانات الخام لمائة شريحة من شرائح النحاس

2- 3 التوزيعات التكرارية:

عند تلخيص أعداد كبيرة من البيانات الخام لجودة فإنه من المفيد توزيعها على فئات (مجموعات جزئية للبيانات) وتحديد عدد البيانات التي تنتمي لكل فئة ويسمى هذا بتكرار الفئة ويسمى الجدول الذي يحتوي على الفئات وتكراراتها المتناظرة بالتوزيع التكراري، وتسمى البيانات المنظمة في صورة التوزيع التكراري بالبيانات المجمعة أو المبوبة.

ويمثل الجدول (2- 1) توزيعا تكراريا لأوزان (100) شريحة من شرائح النحاس (بالجرام gm) . الفئة الأولى على سبيل المثال تشتمل على الأوزان (60-62) جرام ، ويعبر عنها بالرمز (60-62) و بما أن عدد الشرائح التي تنتمي إلى هذه الفئة هو (5) شرائح فإن التكرار المقابل لهذه الفئة هو(5).

أوزان شرائح النحاس (بالجرام	عدد شرائح النحاس
62-60	5
65-63	18
68-66	42
1-697	27
4-727	8
مجموع التكرارات	100

جدول (2- 2) التوزيع التكراري لشرائح النحاس

آلية تكوين تقنية التوزيعات التكرارية:

1- حدد أكبر قيمة وأقل قيمة في البيانات الخام لجودة ومنها أوجد المدى (Range R) وهو الفرق بين أكبر رقم وأقل رقم) مثال ذلك من البيانات الخام لجودة المذكورة في جدول (2- 1) فالمدى لهذه البيانات

$$R = 74 - 60 = 14 \quad gm$$

2- قسم المدى إلى عدد مناسب من الفئات المتساوية الطول، ويؤخذ عدد الفئات عادة بين (5:20) حسب طبيعة البيانات. ويختار الفئات أيضا بحيث يتفق مركز الفئة مع المشاهدات الفعلية ،مثال ذلك: إذا قسمنا البيانات المذكورة في شكل (3- 1) إلى (5) فئات فإن طول كل فئة($C=\frac{14}{5}=2.8 \ gm$) أي حوالي ($C=3 \ gm$)، وتكون فترة الفئة (2gm). فإذا بدأنا برقم (60) وهو أصغر رقم تكون النهاية الدنيا للفئة الأولى وإذا أضفنا (2) إلى هذه النهاية حصلنا على النهاية العليا للفئة الأولى أي (62)، وبالتالي تصبح فترة الفئة الأولى (60- 62) ويكون الحد الأدنى للفئة الأولى (59.5) والحد الأعلى للفئة الأولى (62.5) وهكذا تحسب باقي نهايات وحدود الفئات.

3- حدد عدد المشاهدات التي تقع في كل فترة فئة. وتوضع علامة لكل مشاهدة أمام الفئة التي تنتمي إليها هذه المشاهدة وللتسهيل تحزم كل أربع علامات بالعلامة الخامسة مكونة حزمة. وبذلك نحصل على التوزيع التكراري. مثال ذلك الجدول رقم (2- 3) وهو التوزيع التكراري للبيانات الخام لجودة لأوزان شرائح النحاس المعطاة في جدول (2- 1)

نهايات الفئات	حدود الفئات	العلامات (الحزم)	التكرار
62-60	62.5-59.5	𝍸	5
65-63	65.5-62.5	𝍸 𝍸 𝍸 ///	18
68-66	68.5-65.5	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 //	42
1-697	1.5-68.57	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 //	27
4-727	4.5-71.57	𝍸 ///	8
مجموع التكرارات			100

جدول رقم (2-3) التوزيع التكراري لأوزان مائة طبق قهوة

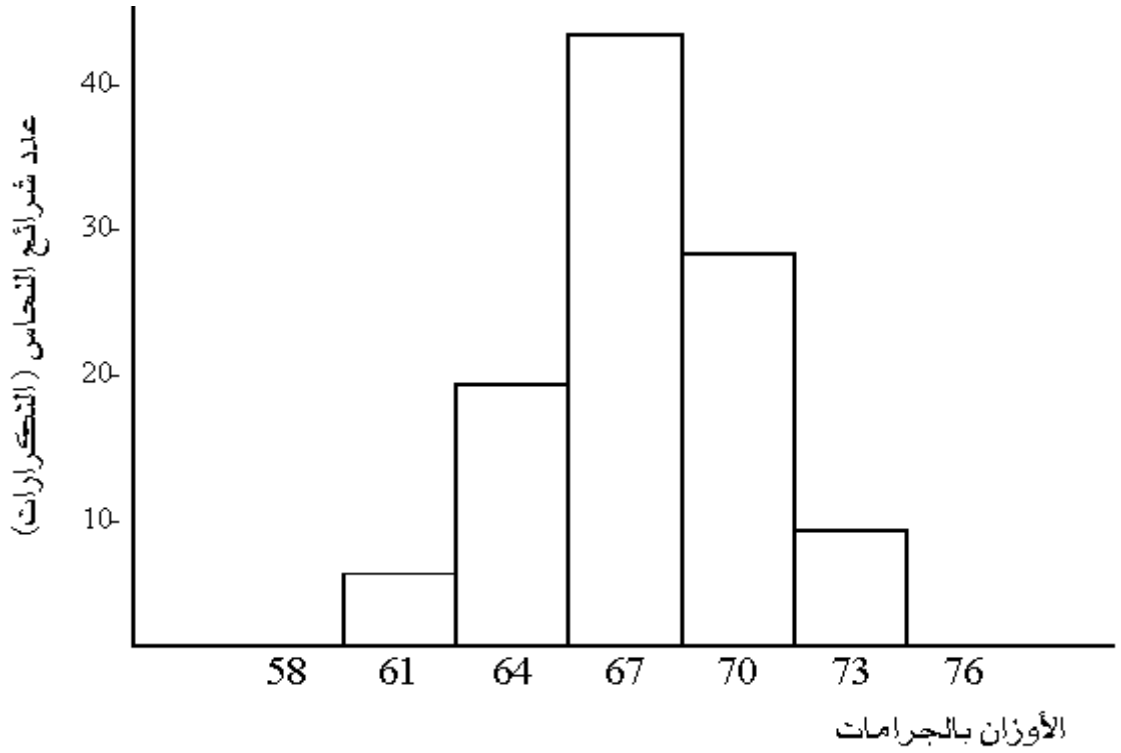
2- 4 المدرجات التكرارية:

يعتبر المدرج التكراري تمثيلا بيانيا للتعبير عن التوزيعات التكرارية بصورة مرئية أكثر وضوحا.

فالمدرج التكراري أو مدرج التكرارات: يتكون من مجموعة من المستطيلات لكل منها:

- قاعدة على المحور الأفقي (محور X) مركزها عند مركز الفئة وطول القاعدة يساوي طول فترة الفئة.
- مساحة متناسبة مع تكرار الفئة. وحيث إن الفئات كلها لها نفس الطول فإنه من المعتاد أن تؤخذ الارتفاعات مساوية لتكرارات الفئات.

ويوضح شكل (2- 1) المدرج التكراري لبيانات التوزيع التكراري لأوزان المائة شريحة من شرائح النحاس.



شكل (2- 1) المدرج التكراري لأوزان مائة شريحة نحاس

2- 5 العلاقة بين حجم العينة ودقة التوزيعات التكرارية:

من المعروف أنه كلما زاد حجم العينة زادت دقة التوزيع التكراري الناتج عنها في التعبير عن دفعة الإنتاج المأخوذة منها هذه العينة، ولكن عند اتخاذ قرار عملي بالحجم المناسب للعينة يؤخذ في الاعتبار العاملان الآتيان:

- اقتصاديات الإنتاج أي ما هي تكلفة فحص كل مفردة من مفردات العينة.
- الدقة الإحصائية المطلوبة أي ما هو الخطأ المسموح به فيما يخص التمركز والتشتت بالنسبة لمفردات العينة عن مفردات الدفعة كلها.

ومن البديهي أن كلا من العاملين السابقين يعمل عكس الآخر، نتيجة لذلك فإن تحديد حجم العينة المناسب لتحليل توزيع تكراري معين يعتمد على الموازنة بين درجة الدقة الإحصائية المطلوبة

واقتصادياتها، وتلعب الخبرة السابقة والمعرفة التامة بالعملية الإنتاجية دورا كبيرا في اتخاذ قرار تحديد حجم العينة المناسب.

2- 6 النزعة المركزية وعلاقتها بجودة المنتج:

تعرف خاصية النزعة المركزية لمجموعة من بيانات الجودة بأنها ميل هذه البيانات للتجمع حول قيمة معينة نموذجية تكون هي القيمة المنشودة لتحقيق جودة المنتج. مثال ذلك إذا كان الوزن الأمثل لشريحة من النحاس منتجة من أحد المصانع الوطنية هو (67 gm) فإذا تجمعت قيم أوزان الشرائح المأخوذة قريبة من هذا الوزن كان ذلك معبرا عن جودة إنتاج هذه الشرائح طبقا لأوزانها.

2- 7 مقاييس النزعة المركزية:

يعتبر المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال من أهم مقاييس النزعة المركزية والذي سوف نستعرضها فيما يلي:

2- 7 - 1 المتوسط الحسابي:

يعرف المتوسط على أنه مجموع بيانات الجودة المأخوذة مقسوما على عددها، ويرمز له بالرمز $\overline{X}$.

مثال: المتوسط الحسابي لخمسة أقطار أعمدة من الصلب هي 10, 12, 5, 4, 9 بالمليمتر.

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{N}$$

$\overline{X}$ =المتوسط

X_i = قيمة القراءة رقم (i)

N = عدد القراءات

$$\overline{X} = \frac{10+12+5+4+9}{5} = 8 \ mm$$

وسوف نستعرض طريقة حساب المتوسط الحسابي للبيانات المجمعة، فإذا كانت القيم $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_N$ تحدث بتكرارات $f_1, f_2, f_3, \ldots, f_N$ على الترتيب فإن المتوسط الحسابي سيكون:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{j=1}^{N} f_j X_j}{\sum_{j=1}^{N} f_j}$$

حيث

$$\sum_{j=1}^{N} f_j = \text{مجموع التكرارات}$$

عندما تعرض البيانات في توزيع تكراري (كأحد صور البيانات المجمعة) فإن جميع القيم التي تقع داخل فئة معينة تعتبر مطابقة لمركز الفئة أو منتصف مدى الفئة. فالصيغة السابقة لإيجاد المتوسط وهي:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{j=1}^{N} f_j X_j}{\sum_{j=1}^{N} f_j}$$

يمكن استخدامها [إذا اعتبرنا (X_j) مركز الفئة و(f_j) التكرار المقابل لها].

مثال ذلك: لإيجاد المتوسط الحسابي لأوزان شرائح النحاس من الجدول الآتي:

الفئة الوزن (gm)	التكرار (f_j)
62-60	5
65-63	18
68-66	42
1-697	27
4-727	8
مجموع التكرارات	100

الوزن المتوسط =

$$\overline{X} = \frac{\sum_{j=1}^{N} f_j X_j}{\sum_{j=1}^{N} f_j}$$

حيث

X_j = مركز الفئة (j)

f_j = تكرار الفئة (j)

N = عدد الفئات

الفئة الوزن (gm)	التكرار (f_j)	مركز الفئة (X_j)	X_j x f_j
62-60	5	61	053
65-63	18	64	1152
68-66	42	67	2814
1-697	27	70	1890
4-727	8	73	584
المجموع	100	-------	6745

الوزن المتوسط لشرائح النحاس =

$$\overline{X} = \frac{6745}{100} = 67.45 \ gm$$

2- 7 - 2 الوسيط:

يعرف الوسيط لمجموعة من بيانات الجودة المرتبة حسب قيمتها بمنظومة بأنه القيمة التي في المنتصف (إذا كان عدد البيانات فردياً) أو المتوسط الحسابي للقيمتين اللتين في المنتصف (إذا كان عدد البيانات زوجياً)، ويرمز له بالرمز X_{med}

مثال: الوسيط لخمسة أطوال لقضبان من النحاس (مرتبة تصاعديا وعددها فردي) هي 10, 9, 8, 7, 6 بالمتر.

الوسيط X_{med} :

$$X_{med} = 8\,m$$

مثال:الوسيط لأربع ارتفاعات من كتل الحديد (مرتبة تنازليا وعددها زوجي) هي 15, 13, 11, 9 بالمتر.

الوسيطX_{med} :

$$X_{med} = \frac{13+11}{2} = 12\ m$$

و سوف نستعرض طريقة حساب الوسيط للبيانات المجمعة، فإذا كانت القيم $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_N$ تحدث بتكرارات $f_1, f_2, f_3, \ldots, f_N$ على الترتيب فإن الوسيط سيكون:

$$X_{med} = L_1 + \left(\frac{\frac{N}{2} - (\sum f)_1}{f_{med}} \right) \times c$$

L_1 = الحد الأدنى للفئة الوسطية (أي التي يقع فيها الوسيط الذي يناظر منتصف التكرارات)

N = عدد البيانات (مجموع التكرارات)

$(\sum f)_1$ = مجموع التكرارات لجميع الفئات قبل الفئة الوسطية

f_{med} = تكرار الفئة الوسطية

c = طول الفئة الوسطية

مثال: لإيجاد الوسيط لأوزان شرائح النحاس من الجدول الآتي:

الفئة الوزن (gm)	التكرار (f_j)
62-60	5
65-63	18
68-66	42
1-697	27
4-727	8
مجموع التكرارات	100

حيث إن عدد الشرائح 100 فالوسيط يوجد في الفئة (66- 68) التي بها منتصف التكرارات أي تكرار 50

الوسيط =

$$X_{med} = L_1 + \left(\frac{\frac{N}{2} - (\sum f)_1}{f_{med}} \right) \times c$$

$$X_{med} = 65.5 + \left(\frac{\frac{100}{2} - (5+18)}{42} \right) \times 3 = 67.43 \ \ gm$$

2- 7 - 3 المنوال:

يعرف المنوال لمجموعة من بيانات الجودة على أنه هو القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها أو القيمة الأكثر شيوعاً وقد يوجد لبيانات الجودة أكثر من منوال وقد لا يكون لبيانات الجودة منوال على الإطلاق، ويرمز له بالرمز X_{mode}

مثال: المنوال لمجموعة من أطوال قضبان من النحاس هي 6 ,7 ,7 ,8 ,9 ,10 بالمتر.

المنوال: $X_{mode} = 7 \ \ m$

مثال: المجموعة من أطوال قضبان من النحاس هي 6 ,7 ,8 ,9 ,10 بالمتر، ليس لها منوال حيث إن جميع البيانات تساوت في التكرار مرة واحدة.

مثال: المنوال لمجموعة من أطوال قضبان من النحاس هي 3,2 ,4 ,5,4 ,5 ,6 بالمتر، لها منوالان المنوال الأول $X_{mode}=4\ m$ والمنوال الثاني $X_{mode}=5\ m$ حيث تكرر الطولان 4,5 مرتين.

وسوف نستعرض طريقة حساب المنوال للبيانات المجمعة، فإذا كانت القيم $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_N$ تحدث بتكرارات $f_1, f_2, f_3, \ldots, f_N$ على الترتيب فإن المنوال سيكون:

$$X_{mode}=L_1+\left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2}\right)\times c$$

L_1 = الحد الأدنى للفئة المنوالية (أي الفئة التي يقع فيها المنوال)

Δ_1 = زيادة تكرار الفئة المنوالية عن تكرار الفئة قبل المنوالية

Δ_2 = زيادة تكرار الفئة المنوالية عن تكرار الفئة بعد المنوالية

c = طول الفئة المنوالية

مثال ذلك: لإيجاد المنوال لأوزان شرائح النحاس من الجدول الآتي:

الفئة الوزن (gm)	التكرار (f_j)
62-60	5
65-63	18
68-66	42
1-697	27
4-727	8
مجموع التكرارات	100

حيث إن الفئة التي بها المنوال (الفئة ذات أكبر تكرار = 42) هي الفئة (66- 68) وعلى ذلك سيكون المنوال X_{mode} :

$$X_{mode}=L_1+\left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2}\right)\times c$$

$$X_{mode}=65.5+\left(\frac{(42-18)}{(42-18)+(42-27)}\right)\times 3=67.35\ gm$$

2- 8 التشتت وعلاقته بجودة المنتج:

الدرجة التي تتجه بها بيانات الجودة الرقمية للانتشار حول قيمة وسطى تسمى تشتت البيانات وكلما كان التشتت قليلا دل ذلك على ثبات جودة المنتج و انتظامها ، مثال ذلك إذا كان الوزن المتوسط لشرائح من النحاس هو (67gm) فإذا انتشرت قيم القياسات للعينات المأخوذة حول هذا الوزن انتشارا محدودا دل ذلك على ثبات جودة شرائح النحاس طبقا لأوزانها.

2- 9 مقاييس التشتت:

وهناك عديد من مقاييس التشتت يمكن استخدامها وإن كان الأكثر شيوعا هو المدى والانحراف المعياري والتباين.

2- 9 - 1 المدى:

مدى مجموعة من البيانات هو الفرق بين أكبر قيمة و أصغر قيمة في هذه البيانات.

مثال: لإيجاد المدى لخمسة أحجام لقوارير من البلاستيك هي 90 ,94 ,91 ,88 ,100 ليتر، أكبر حجم هو 100ليتر، و أصغر حجم هو 88 ليتر.

إذن المدى لأحجام قوارير البلاستيك بالليتر

R= 100-88 = 12 litres

مثال: لإيجاد المدى من الجدول الآتي لأوزان مجموعة من شرائح من النحاس مقاسة بالجرام.

الفئة الوزن (gm)	التكرار (f_j)
62-60	5
65-63	18
68-66	42
1-697	27
4-727	8
مجموع التكرارات	100

المدى (R) = النهاية العليا للفئة الأخيرة – النهاية الدنيا للفئة الأولى

المدى لأوزان شرائح النحاس بالجرام

R= 74-60 = 14 gm

2- 9 - 2 الانحراف المعياري:

يعرف الانحراف المعياري (S) لمجموعة من القيم بأنه المتوسط التربيعي لانحرافات هذه القيم عن متوسطها الحسابي أي أنه يساوي الجذر التربيعي لمجموع مربعات الانحرافات عن المتوسط الحسابي مقسومة على عدد قيم المجموعة.

في بعض الأحيان يعرف الانحراف المعياري لبيانات من عينة بالقسمة على (N-1) بدلا من N لقيم N الصغيرة (N<30) لأن هذا يؤدي للحصول على تقدير أحسن للانحراف المعياري للمجتمع الذي سحبت منه، و لقيم N الكبيرة (N>30) فإنه من الناحية العملية لا يوجد فرق حقيقي بين التعريفين.

لحساب الانحراف المعياري (S) لمجموعة من القيم الفردية، نستخدم المعادلة الآتية:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(X_i - \overline{X})^2}{N-1}}$$

$\overline{X}$ =المتوسط

X_i = قيمة القراءة رقم (i)

N = عدد القراءات

مثال: لإيجاد الانحراف المعياري لأربع مقاومات كهربائية هي 3.7 ,3.4 ,3.6 ,3.3 أوم (Ω).

نحسب أولا المتوسط الحسابي

$$\overline{X} = \frac{3.7+3.4+3.6+3.3}{4} = 3.5\ \Omega$$

ولحساب الانحراف المعياري نكون الجدول الآتي لتسهيل الحسابات.

X_i	$\left(X_i-\overline{X}\right)$	$\left(X_i-\overline{X}\right)^2$
.73	+0.2	+0.04
.43	-0.1	+0.01
.63	+0.1	+0.01
.33	-0.2	+0.04
المجموع	0	+0.1

إذن الانحراف المعياري(S) للأربع مقاومات مقدراً بالأوم (Ω).

$$S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(X_i-\overline{X})^2}{N-1}}=\sqrt{\frac{0.1}{3}}=0.18\Omega$$

لحساب الانحراف المعياري (S) لمجموعة من البيانات المجمعة فإذا كانت البيانات $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_N$ تحدث بتكرارات $f_1, f_2, f_3, \ldots, f_N$ على الترتيب فإن الانحراف المعياري يمكن كتابته على صورة:

$$S=\sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{N} f_j(X_j-\overline{X})^2}{\sum_{j=1}^{N} f_j}}$$

وتستخدم هذه الصيغة للبيانات المجمعة والمبوبة في جداول.

حيث $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_N$ تمثل مراكز الفئات، $f_1, f_2, f_3, \ldots, f_N$ تمثل التكرارات المقابلة لها.

مثال: لإيجاد الانحراف المعياري لأوزان شرائح النحاس:

الفئة الوزن (gm)	التكرار (f_j)
62-60	5
65-63	18
68-66	42
1-697	27
4-727	8
مجموع التكرارات	100

المتوسط الحسابي $\overline{X}$

$$\overline{X} = \frac{\sum_{j=1}^{N} f_j X_j}{\sum_{j=1}^{N} f_j}$$

حيث

X_j = مركز الفئة (j)

الفئة الوزن (gm)	التكرار (f_j)	مركز الفئة (X_j)	X_j x f_j
62-60	5	61	053
65-63	18	64	1152
68-66	42	67	2814
1-697	27	70	1890
4-727	8	73	584
	100		6745

$$\overline{X} = \frac{6745}{100} = 67.45 \text{ gm}$$

الانحراف المعياري (S)

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{N} f_j (X_j - \overline{X})^2}{\sum_{j=1}^{N} f_j}}$$

حيث

X_j = مركز الفئة (j)

f_j = تكرار الفئة (j)

الفئة الوزن (gm)	التكرار (f_j)	مركز الفئة (X_j)	$\left(X_j - \overline{X}\right)$	$\left(X_j - \overline{X}\right)^2$	$f_j\left(X_j - \overline{X}\right)^2$
62-60	5	61	-6.45	41.6025	208.0125
65-63	18	64	-3.45	11.9025	214.245
68-66	42	67	-0.45	0.2025	.5058
1-697	27	70	2.55	6.5025	175.5675
4-727	8	73	5.55	30.8025	246.42
	100				52.758

الانحراف المعياري (S)

$$S = \sqrt{\frac{852 \ .75}{100}} = \sqrt{8 \ .5275} = 2 \ .92 \quad gm$$

2- 9 - 3 التباين:

ويعرف التباين (S^2) لمجموعة من البيانات بأنه مربع الانحراف المعياري.

ويكون التباين في المثال السابق لحساب الانحراف المعياري لأربع مقاومات كهربائية والمذكور في الجزء السابق **2- 9 - 2 الانحراف المعياري** كمثال على مجموعة من القيم الفردية :

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} (X_i - \overline{X})^2}{N-1} = \frac{0.1}{3} = 0.33 \quad \Omega$$

ويكون التباين في المثال السابق لحساب الانحراف المعياري لأوزان شرائح النحاس والمذكور في الجزء السابق **2- 9 - 2 الانحراف المعياري** كمثال على البيانات المجمعة والمبوبة في جدول.

ويكون التباين في المثال كمثال على:

$$S^2 = \frac{\sum_{j=1}^{N} f_j (X_j - \overline{X})^2}{\sum_{j=1}^{N} f_j} = \frac{852.75}{100} = 8.5275 \quad gm$$

2- 10 تطبيقات تقنية التوزيع التكراري في المجال الصناعي:

يتضح مما تم استعراضه في هذه الوحدة أن تقنية التوزيع التكراري تفيد في تفهم التغير الموجود بين مجموعة البيانات بسرعة فائقة.

فالتوزيع التكراري أولا يشير إلى حجم التغير فيها و ما إذا كان يوجد للبيانات منطقة تمركز ومكان هذه المنطقة وثانيا يبين مدى التغير في البيانات وثالثا يوضح مقدار التماثل بالنسبة للاختلافات في جودة المفردات أو العينات التي تم أخذها.

وعلى ذلك فإن التوزيعات التكرارية تعطي معلومات مفيدة عن جودة المنتجات في صورة بيانية يسهل فهمها ثم تحليلها ثم اتخاذ إجراء حيال تصحيحها إذا تطلب الأمر ذلك حيث يمكن أن يمثل التوزيع التكراري بالآتي:

1- التمثيل العددي للتوزيع التكراري: مثل العلامات و الحزم و كذلك جدول التوزيع التكراري .

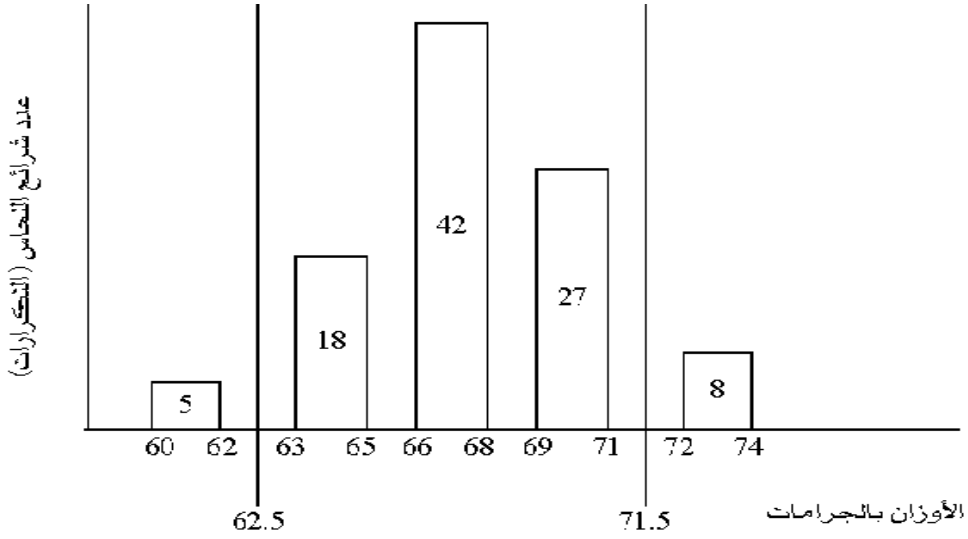
2- التمثيل البياني للتوزيع التكراري مثل المدرج التكراري.

ولهذه التوزيعات التكرارية بكافة صورها استخدامات كثيرة في ضبط جودة المنتجات في المجال الصناعي حيث إنها توضح في المثال السابق الخاص بأوزان شرائح النحاس:

1- القيمة المتوسطة التقريبية لأوزان شرائح النحاس التي تعكس متوسط العملية الإنتاجية لهذه الشرائح موجودة في الفئة (66 gm – 68 gm).

2- مدى انتشار أوزان شرائح النحاس أي مدى التباين في العملية الإنتاجية لهذه الشرائح هو (74 gm:60 gm).

3- العلاقة بين العملية الإنتاجية و سماح المواصفات لأوزان شرائح النحاس، فإذا كان الحد الأدنى لمواصفات أوزان شرائح النحاس هو (62.5 gm) والحد الأعلى لأوزان شرائح النحاس هو (1.5 gm7).



شكل رقم (2- 2) المدرج التكراري

فإننا نجد من خلال شكل رقم (2- 2) المتضمن المدرج التكراري النسبي أن:

- نسبة أوزان شرائح النحاس المطابق للمواصفات هي (78 ٪).
- نسبة أوزان شرائح النحاس غير المطابق للمواصفات هي (13 ٪).
- نسبة أوزان شرائح النحاس غير المطابق للمواصفات و أخف وزنا هي (5 ٪) وهذه النسبة من شرائح النحاس تصبح خردة.

- نسبة أوزان شرائح النحاس غير المطابق للمواصفات و أثقل وزنا هي (8 ٪) وهذه النسبة من شرائح النحاس يمكن إعادة تشغيلها بهدف تقليل أوزانها حتى تتطابق مع المواصفات.

ملخص الوحدة

1. **علم الإحصاء الصناعي في مجال ضبط الجودة**: يتناول تجميع و جدولة و تفسير و تقديم البيانات في صورة كمية من أجل ضبط جودة الإنتاج.
2. **يوجد اختلافات تصنيعية للوحدات الخارجة من خط الإنتاج الواحد.**
3. **أنواع الاختلافات التصنيعية**: الاختلاف التصنيعي داخل الوحدة، و الاختلاف التصنيعي بين الوحدات المنتجة في نفس فترة الإنتاج، و الاختلاف التصنيعي بين الوحدات المنتجة في فترات تشغيلية مختلفة.
4. **أسباب الاختلافات التصنيعية**: التغيرات في الماكينات و المواد الخام والظروف البيئية والعمالة والطرق.
5. **البيانات الخام لجودة**: بيانات جمعت لخواص الجودة من خطوط الإنتاج ولكنها غير منتظمة عدديا.
6. **التوزيع التكراري**: هو الجدول الذي يحتوي على الفئات و تكراراتها المتناظرة.
7. **آلية تكوين تقنية التوزيعات التكرارية**: تحديد مدى البيانات و تقسيم المدى إلى فئات وتحديد عدد المشاهدات التي تقع في فترة كل فئة وبذلك يتكون التوزيع التكراري.
8. **المدرج التكراري**: مجموعة من المستطيلات قواعدها أطوال فترات الفئات وارتفاعاتها مساوية لتكرارات الفئات.
9. **كلما زاد حجم العينة زادت دقة التوزيع التكراري.**
10. **النزعة المركزية وعلاقتها بجودة المنتج**: تعرف خاصية النزعة المركزية لمجموعة من بيانات الجودة بأنها ميل هذه البيانات للتجمع حول قيمة معينة نموذجية تكون هي القيمة المنشودة لتحقيق جودة المنتج.
11. **من مقاييس النزعة المركزية**: المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال.
12. **المتوسط الحسابي**: مجموع القراءات المأخوذة مقسوم على عددها.

13. **الوسيط:** يعرف الوسيط لمجموعة من بيانات الجودة المرتبة حسب قيمتها بمنظومة بأنه القيمة التي في المنتصف (إذا كان عدد البيانات فردياً) أو المتوسط الحسابي للقيمتين اللتين في المنتصف (إذا كان عدد البيانات زوجياً).

14. **المنوال:** يعرف المنوال لمجموعة من بيانات الجودة على أنه هو القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها أو القيمة الأكثر شيوعاً.

15. **التشتت وعلاقته بجودة الإنتاج:** التشتت هو الدرجة التي تتجه بها بيانات الجودة الرقمية للانتشار حول قيمة وسطى تسمى تشتت البيانات و كلما كان التشتت قليلا دل ذلك على ثبات جودة المنتج وانتظامها.

16. **من مقاييس التشتت:** المدى والانحراف المعياري والتباين.

17. **المدى:** مدى مجموعة من البيانات هو الفرق بين أكبر قيمة و أصغر قيمة في هذه البيانات.

18. **الانحراف المعياري:** يعرف الانحراف المعياري (S) لمجموعة من القيم بأنه المتوسط التربيعي لانحرافات هذه القيم عن متوسطها الحسابي أي أنه يساوي الجذر التربيعي لمجموع مربعات الانحرافات عن المتوسط الحسابي مقسومة على عدد قيم المجموعة.

19. **التباين:** يعرف التباين (S^2) لمجموعة من البيانات بأنه مربع الانحراف المعياري.

20. **تطبيقات تقنية التوزيع التكراري في المجال الصناعي:** ترجع أهمية تقنية التوزيع التكراري في ضبط جودة المنتجات في المجال الصناعي إلى أنه تمثيل عددي والمدرج التكراري كتمثيل بياني حيث: أولا يشيران إلى حجم التغير فيها وما إذا كان يوجد للبيانات منطقة تمركز ومكان هذه المنطقة وثانيا يبينان مدى التغير في البيانات وثالثا يوضحان مقدار التماثل بالنسبة للاختلافات في جودة المفردات أو العينات.

تدريبات

(1) ضع علامة (✓) أمام الإجابة الصحيحة و علامة (✗) أمام الإجابة الخاطئة:

(أ) جميع المنتجات المصنعة متماثلة تماما. ( )

(ب) التوزيع التكراري تمثيل عددي. ( )

(ج) المتوسط الحسابي مجموع البيانات مقسوما على عددها. ( )

(2) أكمل الفراغات:

(أ) علم الإحصاء الصناعي في ضبط جودة الإنتاج: تجميع، و.....، و..... و..... البيانات في صورة كمية من أجل ضبط جودة الإنتاج .

(ب) أسباب الاختلافات التصنيعية: الاختلافات في المواد الخام ، و.....، و..... ، و ..... ، و ..... ، و.....

(ج) المدرج التكراري: تمثيل ..... لبيانات الجودة.

(3) اختر الإجابة الصحيحة و ضع علامة (✓) أمامها علما بأن هناك إجابة واحدة صحيحة فقط:

(أ) الاختلافات التصنيعية نتيجة:

1- للاختلافات بين المواد الخام. ( )

2- للاختلافات بين الماكينات. ( )

3- الإجابتان السابقتان. ( )

(ب) كلما زاد حجم العينة:

1- زادت دقة التوزيع التكراري. ( )

2- قلت دقة التوزيع التكراري. ( )

3- لا تتأثر دقة التوزيع التكراري. ( )

(ج) التباين:

1- أحد مقاييس النزعة المركزية. ( )

2- أحد مقاييس التشتت. ( )

3- مجموع بيانات الجودة مقسوم على عددها. ( )

(4) اذكر أمثلة على ما يلي:

(أ) الاختلافات التصنيعية بين الوحدات المنتجة في فترات تشغيلية مختلفة.

(ب) خاصية النزعة المركزية في مجال جودة الإنتاج.

(ح) خاصية التشتت في مجال جودة الإنتاج.

(5) رتب:

1- تقسيم مدى البيانات إلى فئات.

2- لتكوين توزيع تكراري.

3- تحديد عدد المشاهدات التي تنتمي لكل فئة.

4- يتم تحديد مدى البيانات

(6) أجب عما يأتي:

(أ) عرف البيانات الخام؟

(ب) ما هي أهمية التوزيعات التكرارية في جودة الإنتاج؟

(ج) كيف تنشئ مدرجا تكراريا؟

حالات تدريبية عملية

(1) احسب كل من مقاييس النزعة المركزية (المتوسط الحسابي و الوسيط و المنوال) ومقاييس التشتت (المدى و الانحراف المعياري و التباين) لنسب الرطوبة الآتية: 8.7% ,8.5% ,8.9% ,8.6% ,8.8%.

(2) كون توزيعا تكراريا و ارسم مدرجا تكراريا للبيانات الآتية لأطوال 20 عمودا من الصلب مقاس بالسنتيمتر (cm)

7	11	7	3	14	3	18	13	10	14
16	8	15	12	5	15	11	12	6	11

خذ الفترات (1-5, 6-10, 11-15)

(3) لبيانات المسألة السابقة رقم (2).

أوجد ما يلي:

(أ) المدى.

(ب)الانحراف المعياري.

(ج) التباين.

(د) نسبة المقبول ونسبة الخردة و نسبة إعادة التشغيل، إذا كانت المواصفات من 10cm إلى 16 cm

حالة دراسية

ينوي أحد المستهلكين شراء مواسير من الصلب، ووجد مجموعتين A أو B من المواسير الصلب مختلفة الأطوال كما هو موضح بالجدولين الآتيين، علماً بأن الطول المطلوب 5. m3 ، بماذا توصي لمساعدة هذا المستهلك في اختيار المجموعة الأفضل بناءً على جودة أطوالها وثبات جودة هذه الأطوال معاً.

A	
الفئة الطول (m)	التكرار (f_j)
.2-3.03	15
.5-3.33	28
.8-3.63	52
4.1-3.9	37
4.4-4.2	18
مجموع التكرارات	150

B	
الفئة الطول (m)	التكرار (f_j)
.2-3.03	23
.5-3.33	42
.8-3.63	57
4.1-3.9	33
4.4-4.2	20
مجموع التكرارات	175

(علماً بأن من مؤشرات جودة الإنتاج : المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال، ومن مؤشرات ثبات جودة الإنتاج : المدى والانحراف المعياري والتباين).

أجوبة عن تدريبات مختارة

(1) الإجابات الصحيحة:

(أ) (✗)

(ب) (✓)

(ج) (✓)

(2) التكملة الصحيحة للفراغات:

(أ) جدولة وتفسير وتقديم.

(ب) الماكينات، و العمالة، و الطرق، والظروف البيئية.

(ج) بياني.

(3) الاختيارات الصحيحة:

(أ) 3- الإجابتان السابقتان.

(ب) 1- زادت دقة التوزيع التكراري.

(ج) 3- مجموع بيانات الجودة مقسوم على عددها.