دوائر كهربائية – ٢

مبادئ التيار المتردد وتحليل دوائره

مبادئ التيار المتردد وتحليل دوائره

الجدارة: معرفة الخطوات المستعملة لتحليل دوائر التيار المتردد البسيطة.

الأهداف:

بعد دراسة هذه الوحدة يكون المتدرب قادراً على:

- الإلمام بخواص التيار المتردد وكيفية توليده .
- **لإلمام بتعريف الموجه – الزمن الدوري – التردد**.
- **الإلمام بالممانعات الحثية والسعوية**.
- **الإلمام بدوائر الرنين**.
- **الإلمام بتعريف القدرة الظاهرية والفعالة وغير الفعالة**.

مستوى الأداء المطلوب: أن يصل المتدرب إلى إتقان هذه الوحدة بنسبة ٩٠٪

الوقت المتوقع للتدريب: 30 ساعة.

الوحدة الأولى : مبادئ التيار المتردد وتحليل دوائره

الفصل الأول : التيار المتردد

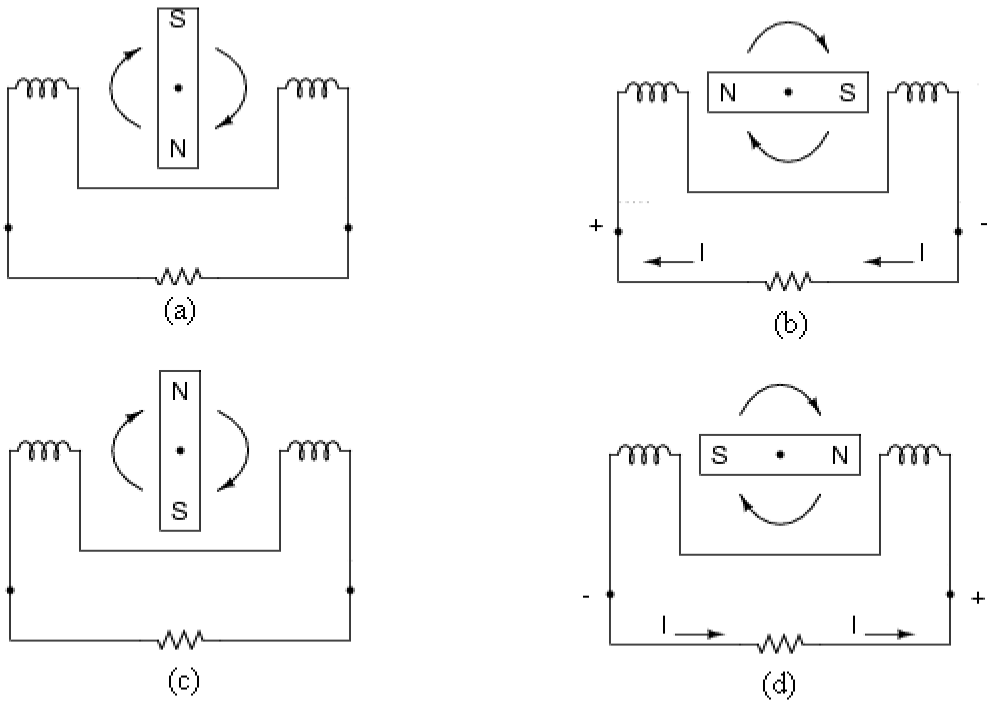
التيار المتردد هو الأكثر استعمالاً في كل مجالات التقنية الكهربائية، ولهذا يجب فهم خصائصه جيداً. وسنحاول شرح هذه الخصائص في هذا الفصل بإيجاز غير مخل.

١- ١- ١ تعريف التيار المتردد

يكون التيار (أو الجهد) متردداً إذا تغير اتجاهه و قيمته بصفة دورية منتظمة مع الزمن t، بحيث يمر في كل دورة بنفس التغيرات التي مر بها في الدورة السابقة.

١- ١- ٢ كيفية توليد التيار المتردد

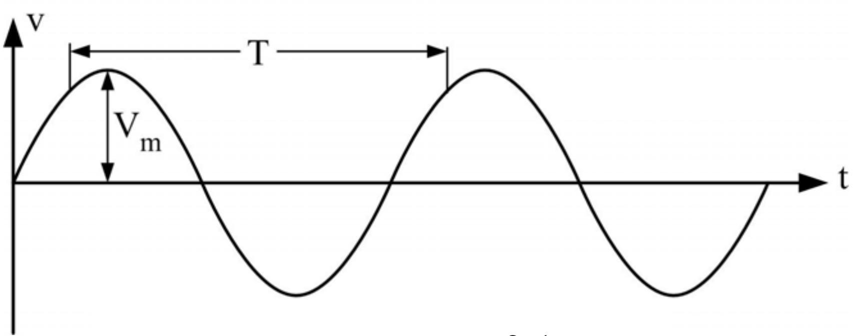
إذا وضع موصل كهربائي في مجال مغناطيسي متغير فإنه ينتج فبه قوة دافعة كهربائية مستحثة حسب قانون "فاراداي". و الشكل ١- ١ يوضح مولد تيار متردد يحتوى على قطبين مغناطيسيين شمالي (N) وجنوبي (S) يدوران في اتجاه عقرب الساعة. المجال المغناطيسي الذي يقطع موصلات الملفين سيولد قوة دافعة كهربائية في هذه الموصلات. هذه القوة ستسبب مرور تيار إذا أغلقت دائرة الملفات عن طريق الحمل. ويكون اتجاه التيار متردداً ويمر بالصفر في الشكلين (a) و(c) كما يمر بقيمته العظمى في الشكل (b) ويمر بقيمته العظمى في الاتجاه المعاكس في الشكل (d)



الشكل 1-1

3-1-1 التيار المتردد الجيبي

إذا كان تغير التيار(أو الجهد) مع الزمن على شكل دالة جيبية فنقول إن التيار (أو الجهد) متردد جيبي ، وهذا الشكل هو الأكثر استعمالا حيث إن المولدات المستعملة في الشبكات الكهربائية تنتج جهوداً قريبة جداً منه. ويمثل الشكل 1-2 جهداً متردداً جيبياً.



شكل 1-2 : الجهد المتردد الجيبي

١- ١- ٤ الموجة

هي المسار الذي يرسمه الجهد (أو التيار) بدلالة الزمن أو بدلالة كمية أخرى (كزاوية الطور كما سنرى فيما بعد). ونسمي نصف الموجة فوق المحور الأفقي النصف الموجب، أما النصف الآخر فيسمى النصف السالب.

١- ١- ٥ التردد (f) والزمن الدوري (T)

التردد f هو عدد الدورات التي ترسمها الموجة في وحدة الزمن، ووحدته الهرتز (Hertz ورمزه Hz) وهو يمثل عدد الدورات في الثانية. والزمن اللازم لكي تكمل الموجة دورة كاملة يسمى الزمن الدوري أو زمن الدورة Tو بما أنه كلما انخفضت الدورة ازداد التردد بنفس النسبة ، نستخلص أن

$$T=\frac{1}{f} \qquad 1\text{-}1$$

مثال ١- ١- ١: احسب زمن دورة موجة مترددة ترددها يساوي:

أ- 50 Hz
ب- 60 Hz

الحل :

أ- $$T=\frac{1}{f}=\frac{1}{50}=0.02\,\text{s}=20\,\text{ms}$$

ب- $$T=\frac{1}{f}=\frac{1}{60}=0.01667\,\text{s}=16.67\,\text{ms}$$

وهذان الترددان هما المستعملان في الشبكات الكهربائية عبر العالم (في المملكة العربية السعودية تستعمل 60 Hz).

١- ١- ٦ القيمة اللحظية

نسمي قيمة الجهد (أو التيار) في زمن معين t بالقيمة اللحظية للجهد (أو للتيار) ، ونرمز لها بـ v (أو i). وأكبر قيمة للقيمة اللحظية تسمى القيمة العظمى للجهد (أو للتيار) ورمزها V_m (أو I_m) .
ونستطيع أن نحسب القيمة اللحظية للجهد باستعمال الطريقة الموضحة في الشكل ١- ٣: نمثل مسار الجهد بنقطة A تدور في محيط دائرة بسرعة زاوية ω (وتسمى كذلك التردد الزاوي ووحدتها الراديان

لكل ثانية (rad/s) بحيث أن المسافة Aa من النقطة A إلى الإسقاط العمودي لهذه النقطة على المحور الأفقي تعطي القيمة اللحظية. ويساوي نصف قطر الدائرة OA القيمة العظمى للجهد ، أما الزاوية α بين نصف القطر OA و المحور الأفقي فإنها تسمى زاوية طور الجهد وتعطى بالمعادلة

$$\alpha=\omega t+\theta_v \qquad (1\text{-}2)$$

حيث θ_v هي زاوية طور الجهد في بداية الزمن ($t = 0$).

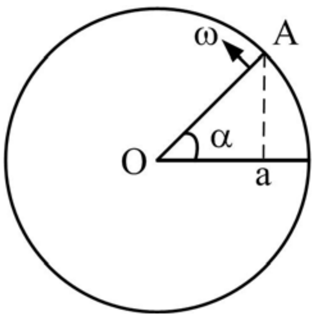
بما أن التردد يعطي عدد الدورات في وحدة الزمن ، وحيث أن دورة واحدة تناسبها زاوية 2π راديان ، فإن العلاقة بين السرعة الزاوية و التردد هي

$$\omega = 2\pi f \qquad (1\text{-}3)$$

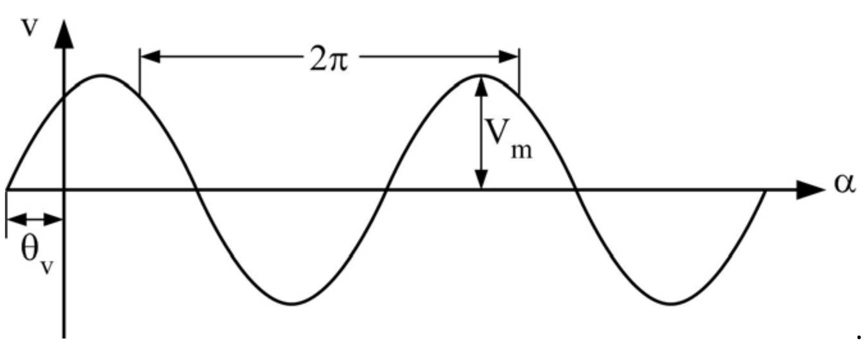
بناء على ما سبق نكتب القيمة اللحظية للجهد كما يلي

$$\begin{aligned} v(t) &= V_m \sin\alpha \\ &= V_m \sin(\omega t+\theta_v) \\ &= V_m \sin(2\pi f t+\theta_v) \end{aligned} \qquad (1\text{-}4)$$

و نمثل موجة الجهد (أو التيار) بدلالة الزاوية α كما في الشكل ١- ٤



الشكل ١- ٣ : طريقة تحديد القيمة اللحظية لموجة جيبية



الشكل ١- ٤ : الجهد المتردد الجيبي بدلالة الطور

مثال ١- ١- ٢ : احسب التردد الزاوي لموجه مترددة ترددها 60 Hz

الحل :

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 60 = 377\ rad/s$$

مثال ١- ١- ٣ : إذا كانت معادلة موجة الجهد هي

$$v(t) = 100\ \sin(377\,t + \frac{\pi}{6})\ \ V$$

استنتج ما يلي :

أ- القيمة العظمى
ب- زاوية الطور عند بداية الزمن
ج- زاوية الطور عند الزمن $t = 0.025\ s$
د- القيمة اللحظية عند الزمن $t = 0.025\ s$

الحل :

أ- $V_m = 100\ V$

ب- $\theta_v = \frac{\pi}{6}\ rad = 30^\circ$

ج- $\alpha = 377 \times 0.025 + \frac{\pi}{6} = 9.95\,rad = \frac{9.95 \times 180}{\pi} deg = 570^\circ$

د- $v = 100 \times \sin\ 570^\circ = -50\ V$

١- ١- ٧ القيمة المتوسطة والقيمة الفعالة

تعرف القيمة المتوسطة خلال الفترة الزمنية T_0 لأي دالة $a(t)$ تتغير مع الزمن بالمعادلة

$$A_{av} = \frac{1}{T_0}\int_0^{T_0} a(t)\,dt \qquad 1\text{-}5$$

وهي المساحة المحصورة بين منحنى الدالة $a(t)$ والمحور الأفقي مقسومة على الفترة الزمنية التي نحسب خلالها هذه القيمة المتوسطة. وتجدر الإشارة إلى أن المساحة تعتبر موجبة إذا كان المنحنى فوق المحور الأفقي و تعتبر سالبة إذا كان المنحنى تحت المحور الأفقي.

مثال ١- ١- ٤: أوجد القيمة المتوسطة للجهد الجيبي المبين في الشكل 1-2 خلال :

أ- دورة كاملة T

ب- نصف دورة T/2

الحل :

أ- بما أن المساحة الموجبة لموجة الجهد تساوي المساحة السالبة خلال دورة كاملة نستنتج أن القيمة المتوسطة للجهد الجيبي خلال دورة كاملة تساوي الصفر

ب- خلال نصف دورة نعوض T_0 بـ T/2 في المعادلة ١- ٥.

$$V_{av} = \frac{1}{T/2}\int_0^{T/2} v(t)\,dt = \frac{1}{T/2}\int_0^{T/2} V_m \sin(\omega t + \theta_v)\,dt = \frac{2}{\pi}V_m = 0.637V_m$$

نعرف القيمة الفعالة لتيار متردد بأنها القيمة التي تنتج نفس القدرة الحرارية في مقاومة R كالتي ينتجها تيار مستمر معين.

بما أن قيمة التيار المتردد تتغير ، فإن القدرة الحرارية الناتجة هي القدرة المتوسطة (خلال دورة T) والتي تساوي

$$P_{ac} = \frac{1}{T}\int_0^{T} R\,i(t)^2\,dt$$

أما القدرة التي ينتجها تيار مستمر I_{dc} فهي

$$P_{dc} = R\, I_{dc}^2$$

بما أن

$$P_{ac} = P_{dc}$$

نستنتج أن

$$I_{dc} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i(t)^2\, dt} \qquad 1\text{-}6$$

ونرمز للقيمة الفعالة (التي تساوي I_{dc}) بالرمز I أو I_{rms} . والرمز الأخير يعني الجذر التربيعي لمتوسط مربع التيار (Root Mean Square) والتسمية المستخرجة من المعادلة ١-٦.

وبنفس الطريقة نعرف القيمة الفعالة للجهد

$$V_{dc} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v(t)^2\, dt} \qquad 1\text{-}7$$

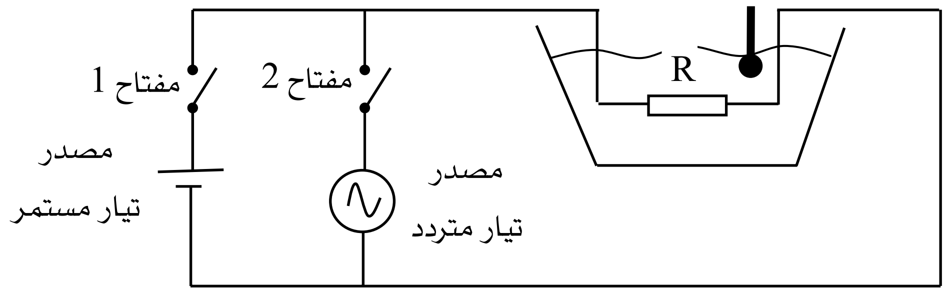
و باستعمال المعادلة 2-4 ، نستنتج أن

$$V = V_{dc} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = 0.707\, V_m \qquad 1\text{-}8$$

وكذلك نكتب

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0.707\, I_m \qquad 1\text{-}9$$

و نستطيع قياس القيمة الفعالة لتيار متردد بإجراء التجربة الموضحة في الشكل١- ٥: نأخذ مقاومة R معلومة القيمة ونغمرها في إناء مملوء بالماء ثم نوصلها إلى مصدر تيار مستمر ذي جهد معلوم بإغلاق المفتاح1 ، وعندئذ يمر التيار المستمر I وقيمته V/R ، وترتفع درجة حرارة الماء إلى قيمة معينة. بعد ذلك نفتح المفتاح 1 ونترك الماء يبرد ويرجع إلى حرارته قبل بدء التجربة. ثم نغلق المفتاح2 ونزيد في القيمة العظمى لجهد مصدر التيار المتردد حتى تصل درجة حرارة الماء إلى نفس القيمة التي وصلت إليها عند تطبيق التيار المستمر. عندئذ تكون القيمة العظمى للتيار المتردد تساوي I/0.707 حسب المعادلة ١- ٩.



الشكل١- ٥ : تجربة لقياس القيمة الفعالة لتيار متردد

مثال ١- ١- ٥ : في الشكل ١- ٥ إذا كانت قيمة $R = 50\Omega$ ، وكان جهد التيار المستمر $V_{dc} =$ 220V، احسب القيمة العظمى للتيار المترددالذي ينتج نفس القدرة في المقاومة ، واحسب قيمة هذه القدرة.

الحل:

نحسب قيمة التيار المستمر I_{dc} باستعمال قانون أوم

$$I_{dc} = \frac{V_{dc}}{R} = \frac{220}{50} = 4.4\,A$$

القيمة الفعالة للتيار المتردد I تساوي قيمة التيار المستمر الذي يعطي نفس القدرة في المقاومة ، أي

$$I = I_{dc} = 4.4\,A$$

القيمة العظمى للتيار المتردد تحسب باستعمال المعادلة 9-2

$$I_m = \sqrt{2}\,I = \sqrt{2} \times 4.4 = 6.2\,A$$

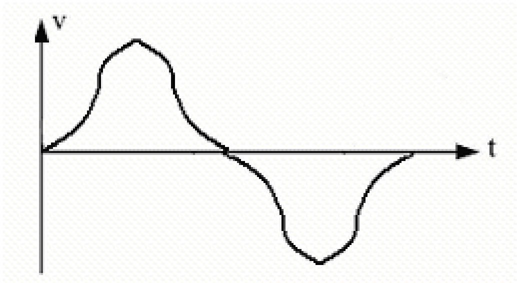
القدرة الحرارية الناتجة في المقاومة

$$P = R\,I^2 = 50 \times 4.4^2 = 968\,W$$

١- ١- ٨ معامل الشكل ومعامل القيمة العظمى

نسعى دائما لتوليد الجهود المترددة ذات الموجات الجيبية، وذلك لأنها الأحسن في الاستعمال من حيث التقليل من مفاقيد القدرة وغيرذلك. ولكن ولأسباب عدة تكون موجات التيارات والجهود غير جيبية، وفي هذه الحالة نقول إن الموجة مشوهة. ويوضح الشكل ١- ٦ مثالاً لموجة مشوهة، وكلما كان شكل الموجة قريبا من الشكل الجيبي كلما كانت درجة التشويه أقل. وهناك قانون "لفورييه"

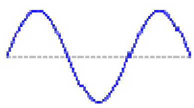
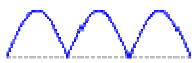
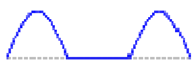
(Fourier) ينص على أن أي موجة مترددة يمكن أن تعوض بموجة جيبية لها نفس تردد الموجة الأصلية والتي تسمى المكونة الأساسية لمجموعة موجات ذات ترددات مضاعفة للتردد الأصلي ولكن ذات قيم عظمى أقل.

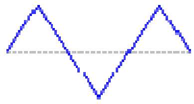
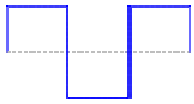


الشكل ١- ٦ : موجة جهد مترددة غير جيبية

نعرف معامل الشكل بأنه النسبة بين القيمة الفعالة والقيمة المتوسطة للموجة.

ونعرف معامل القيمة العظمى بالنسبة بين القيمة العظمى والقيمة الفعالة للموجة. ويعطي الجدول ١- ١ معاملات القيمة العظمى لبعض الموجات المترددة

اسم الموجة	شكل الموجة	معامل القيمة العظمى
جيبية		$\sqrt{2}$
موجة كاملة مقومة		$\sqrt{2}$
نصف موجة مقومة		٢

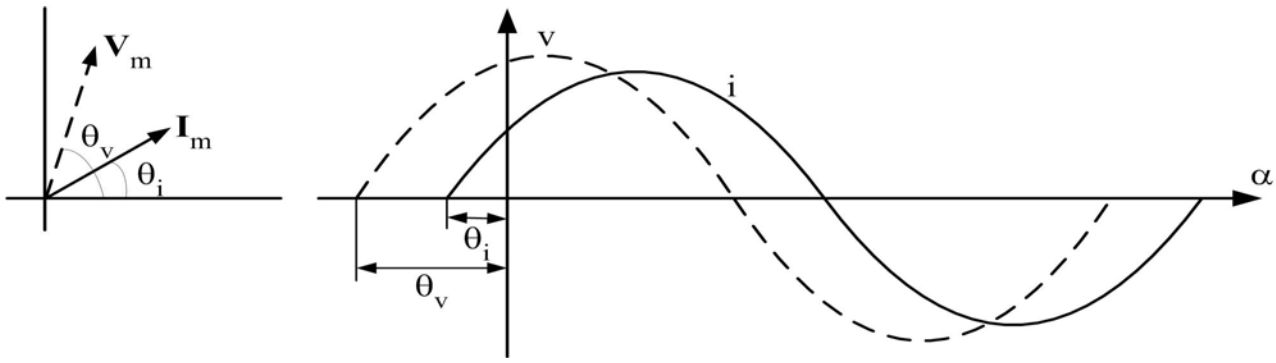
مثلثية		$\sqrt{3}$
مربعة		١

الجدول ١- ١

١- ١- ٩ التمثيل الاتجاهي والمطاور (Phasor)

لكي يتم تطبيق قانون أوم (وقوانين كيرشوف) في دوائر التيار المتردد بطريقة سهلة نستعمل مفهوم الجهد المطاور و التيار المطاور ومفهوم المعاوقة المركبة. لقد رأينا من قبل (الشكل ١- ٣) أننا نستطيع تمثيل الجهد (أو التيار) الجيبي بمتجه يساوي قياسه القيمة القصوى للجهد ويدور بسرعة زاوية تساوي التردد الزاوي لهذا الجهد. وبما أن كل تيارات وجهود الدائرة لها نفس التردد الزاوي، فإن متجهاتها تدور بنفس السرعة، وبهذا تبقى الزاوية الفاصلة بين أي متجهين ثابتة بالنسبة للزمن وتساوي قيمتها عند الزمن t=0. ولتسهيل الحسابات نرسم كل المتجهات عند بداية الزمن. ويمثل الشكل ١- ٧ العلاقة بين الكميات الجيبية v و i ومتجهاتها $\mathbf{V}_m$ و $\mathbf{I}_m$، حيث إن طوري v و i عند بداية الزمن هما θ_v وθ_i على التوالي.

وعلماً بأننا نستعمل القيم الفعالة للجهود والتيارات في تحليل الدوائر عوضاً عن القيم القصوى وذلك لاعتبارات القدرة كما سنرى في الفصل القادم، فإنه من الأفضل أخذ القيمة الفعالة كطول للمتجه (أي نقسم قيم المتجهات على $\sqrt{2}$). وفي هذه الحالة فإننا نرمز لمتجه v مثلاً بالرمز **V** بدلاً من $\mathbf{V}_m$.



شكل ١- ٧ : العلاقة بين موجتي الجهد والتيار ومتجهاتها

ونستطيع تمثيل متجه الجهد (أوالتيار) بعدد مركب، قيمته الحقيقية هي إحداثية المتجه في المحور الأفقي وقيمته التخيلية هي إحداثية المتجه في المحور العمودي، يسمى الجهد (أوالتيار) المطاور ، وهذا التمثيل يسهل كثيراً الحسابات في دوائر التيار المتردد. وهكذا نحول الجهد الجيبي

$$v(t)=V_m \sin(\omega t+\theta_v)=V\sqrt{2}\sin(\omega t+\theta_v)$$

إلى الجهد المطاور

$$\mathbf{V}=V\angle\theta_v \qquad 1\text{-}10$$

حيث V هو مقياس الجهد المطاور (القيمة الفعالة للجهد) و θ_V هي إزاحته الزاوية (طور الجهد عند بداية الزمن). ونلاحظ هنا أننا استعملنا الصيغة القطبية للجهد المطاور، وهذا يسهل عمليتي الضرب والقسمة. أما الصيغة المتعامدة والتي تسهل حسابات الجمع والطرح فهي

$$\mathbf{V}=V\cos\theta_v+j\,V\sin\theta_v \qquad 1\text{-}11$$

حيث $j=\sqrt{-1}$.

ويسمى المخطط المبين للجهود والتيارات المطاورة في دائرة ما بالشكل المطاور (Phasor diagram).

مثال ١- ١- ٦ : أوجد الجهد المطاور للجهد المتردد $v(t)=141.4\sin(377t+30^\circ)\ V$.

الحل

القيمة الفعالة للجهد تعطى بالمعادلة

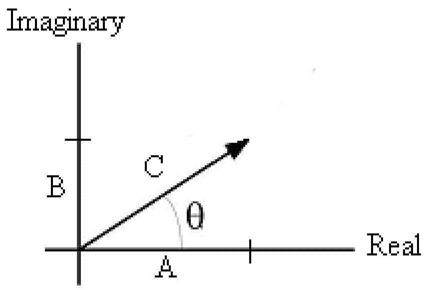
$$V=\frac{V_m}{\sqrt{2}}=\frac{141.4}{\sqrt{2}}=100\,V$$

أما الجهد المطاور فهو

$$\mathbf{V}=100\angle30^\circ\ V$$

١- ١- ١٠ جبر المتجهات

في أغلب الحالات إن لم يكن في كلها نحتاج الى الجمع أو الطرح أو الضرب أو القسمة بين التيارات و الجهود المترددة لحل المسائل المتعلقة بدوائر التيار المتردد. وبما أن التيارات والجهود والمعاوقات تمثل بمتجهات أو أعداد مركبة لذا وجب شرح جبر المتجهات أو الأعداد المركبة. و يمكن تحليل المتجه C في المستوى المتعامد إلى المركبتين A على المحور الأفقي (Real) و المركبة B على المحورالتخيلي (Imaginary) كما هو موضح في الشكل ١- ٨.



الشكل ١- ٨: تمثيل متجه أو عدد مركب

وتكتب الصيغة المتعامدة للمتجه C كالآتي:

$$C = A + jB \qquad 1\text{-}12$$

أما الصيغة القطبية للعدد المركب C فتكتب

$$C = |C|(\cos\theta + j\sin\theta) = |C|\angle\theta \qquad 1\text{-}13$$

حيث

$$|C| = \sqrt{A^2 + B^2} \quad ; \quad \theta = \tan^{-1}(B/A) \qquad 1\text{-}14$$

و

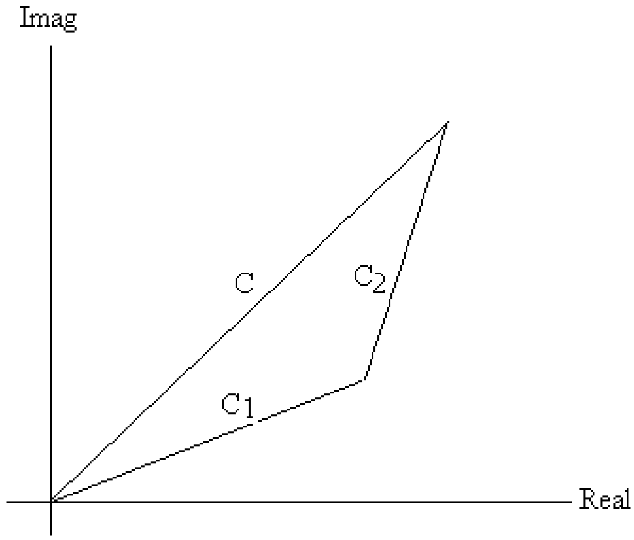
$$A = |C|\cos\theta \; ; \; B = A = |C|\sin\theta \qquad 1\text{-}15$$

<u>جمع وطرح الأعداد المركبة:</u>

تجمع (أو تطرح) الأعداد المركبة بحيث يكون العدد الحقيقي للعدد المركب الحاصل هو حاصل جمع (أو طرح) الأعداد الحقيقية للأعداد المركبة المضافة، ويكون العدد التخيلي للعدد المركب الحاصل هو حاصل جمع (أو طرح) الأعداد التخيلية للأعداد المركبة المضافة، أي

$$C_1 = A_1 + jB_1 \; ;$$
$$C_2 = A_2 + jB_2 \; ;$$
$$C = C_1 \pm C_2 = (A_1 + A_2) \pm j(B_1 + B_2)$$

ولتسهيل عمليتي الجمع والطرح نستعمل التمثيل المتعامد للأعداد المركبة. ويمثل الشكل ١- ٩ جمع عددين مركبين بيانياً



الشكل ١- ٩: جمع عددين مركبين

ضرب وقسمة الأعداد المركبة:

تضرب الأعداد المركبة بحيث تكون القيمة المطلقة للعدد المركب الحاصل هي حاصل ضرب القيم المطلقة للأعداد المركبة المضروبة في بعضها، وتكون زاوية العدد المركب الحاصل هي حاصل جمع زوايا الأعداد المركبة المضروبة في بعضها، أي

$$C_1 = |C_1| \angle\theta_1 ;$$
$$C_2 = |C_2| \angle\theta_2 ;$$
$$C = C_1 \times C_2 = |C_1|\,|C_2| \angle(\theta_1 + \theta_2)$$

أما القسمة فتكون حسب القاعدة التالية

$$C_1 = |C_1| \angle\theta_1 ;$$
$$C_2 = |C_2| \angle\theta_2 ;$$
$$C = C_1 \,/\, C_2 = \left(|C_1|/|C_2|\right) \angle(\theta_1 - \theta_2)$$

ولتسهيل عمليتي الضرب والقسمة نستعمل التمثيل القطبي للأعداد المركبة.

مثال ١- ١- ٧ : إذا كان $C_1=5+j23$ و $C_2=-3.5+j8$، اوجد C_1+C_2، C_1-C_2، C_1C_2، C_1/C_2. واكتب الناتج بالصيغتين المتعامدة والقطبية

الحل

الجمع:

$$C = C_1+C_2 = (5 -3.5) + j(23+8) = 1.5 + j31$$

وباستعمال القانون (1-14)

$$|C| = \sqrt{(1.5)^2 + (31)^2} = 31.04;\ \theta = \tan^{-1}(31/1.5) = 87.2° \Rightarrow C = 31.04\angle 87.2°$$

الطرح:

$$C = C_1-C_2 = (5 +3.5) + j(23-8) = 8.5 + j15$$

وباستعمال القانون (1-14)

$$|C| = \sqrt{(8.5)^2 + (15)^2} = 17.2;\ \theta = \tan^{-1}(15/8.5) = 60.5° \Rightarrow C = 17.2\angle 60.5$$

الضرب:

نستعمل القانون (1-14) للتحويل العددين للصيغة القطبية

$$|C_1| = \sqrt{(5)^2 + (23)^2} = 23.5;\ \theta = \tan^{-1}(23/5) = 77.7° \Rightarrow C_1 = 23.5\angle 77.7°$$
$$|C_2| = \sqrt{(-3.5)^2 + (8)^2} = 8.7;\ \theta = \tan^{-1}(8/(-3.5)) = 113.6° \Rightarrow C_2 = 8.7\angle 113.6°$$
$$|C| = 23.5 \times 8.7 = 204.5;\ \theta = 77.7 + 113.6 = 191.3° \Rightarrow C = 204.5\angle 191.3°$$

وباستعمال القانون (1-15)

$$A = 204.5\cos 191.3 = -200.5;\ B = 204.5\sin 191.3 = -40.1 \Rightarrow C = -200.5 - j40.1$$

القسمة:

$$C_1 = 23.5\angle 77.7°:\ C_2 = 8.7\angle 113.6°$$
$$|C| = 23.5/8.7 = 2.7;\ \theta = 77.7 - 113.6 = -35.9° \Rightarrow C = 2.7\angle -35.9°$$

وباستعمال القانون (1-15)

$$A = 2.7\cos(-35.9) = 2{,}19;\ B = 2.7\sin(-35.9) = -1.58 \Rightarrow C = 2.19 - j1{,}58$$

مسائل الفصل الأول

١- ١- ١ احسب دورة موجة مترددة جيبية تكمل 100 دورة في زمن قدره 30 ms.

١- ١- ٢ ما الزمن اللازم لموجة جيبية لتكمل 6 دورات إذا كان ترددها يساوي 60 Hz ؟

١- ١- ٣ احسب القيمة القصوى و التردد وكذلك الطور في بداية الزمن للموجات الآتية:

$50 \sin (314 t + 30^o)$ ؛ $-30 \sin 942 t$ ، $100 \cos (754 t + 45^o)$ ؛ $8.4 \sin 10000 t$

١- ١- ٤ إذا كانت موجات المسألة ١- ١- ٣ تمثل جهوداً ، احسب القيمة الفعالة لكل منها.

الفصل الثاني : المقاومات الأومية والممانعات الحثية والسعوية في دوائر التيار المتردد

هناك عدة طرق لتحليل دوائر التيار المتردد مهما تعقدت الدائرة، وكلها تستعمل قانون أوم وقوانين كيرشوف، وفي هذا الفصل سنشرح الخطوات المستعملة لتحليل الدوائر البسيطة فقط. وقبل ذلك نعرف المعاوقة المركبة. وفي نهاية الفصل سنتطرق إلى دراسة مقومات التيار المتردد البسيطة.

١- ٢- ١ المقاومة المادية في دائرة التيار المتردد

ينص قانون أوم على أن التيار المار في مقاومة R يتناسب في كل لحظة مع الجهد بين طرفي هذه المقاومة (الشكل ١- ١٠a)، فإذا كان الجهد بين طرفي المقاومة

$$v(t)=V_m \sin(\omega t+\theta_v)$$

فإن التيار الناتج هو

$$i(t)=\frac{v(t)}{R}=\frac{V_m \sin(\omega t+\theta_v)}{R}=I_m \sin(\omega t+\theta_v)$$

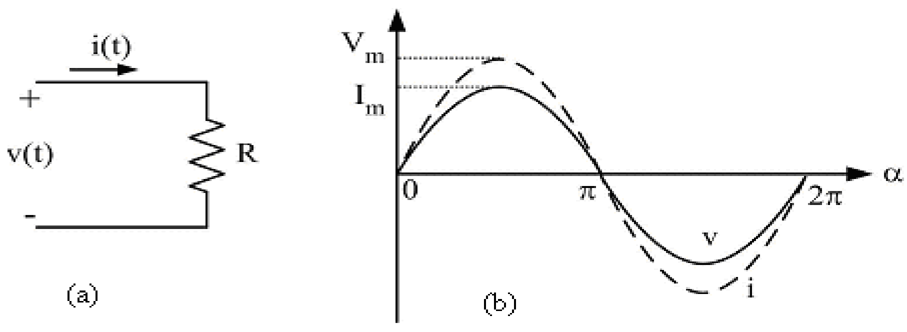
حيث

$$I_m=\frac{V_m}{R}$$

وباستعمال القيم الفعالة نحصل على العلاقة

$$I=\frac{V}{R} \qquad 1\text{-}16$$

وكما نرى فإن الجهد والتيار في مقاومة لهما نفس الطور ، وهذا موضح في الشكل ١- ١٠b حيث أخذنا $\theta_v=0$ لتبسيط الرسم.

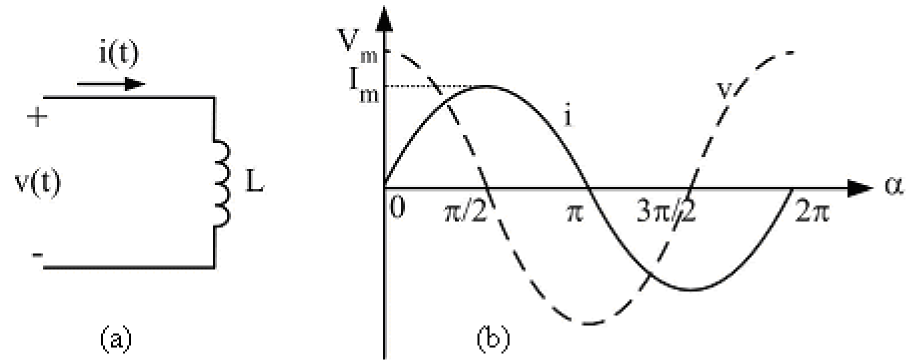


شكل ١- ١٠ : التيار والجهد في مقاومة مادية

١- ٢- ٢ : الممانعة الحثية في دائرة التيار المتردد

رأينا في الفصل مقرر دوائر كهربائية- ١ أنه عند تسليط تيار متردد i(t) على ملف حثية الذاتية L (الشكل١- ١١a) فإن القوة الدافعة الكهربائية الناتجة e(t) تعطى بالمعادلة 1-17. وستحاول هذه القوة.د.ك أن تعاكس الجهد v(t) بين أطراف الملف الذي تسبب في توليد التيار، وهكذا فإن العلاقة بين التيار والجهد في الملف هي

$$v(t) = -e(t) = L\frac{di(t)}{dt} \qquad 1\text{-}17$$



شكل ١- ١١ : التيار والجهد في ممانعة حثية

فعندما يمر التيار

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \theta_i)$$

في ملف، فإن الجهد بين طرفي هذا الملف يكون

$$\begin{aligned} v(t) &= \omega L I_m \cos(\omega t + \theta_i) \\ &= \omega L I_m \sin(\omega t + \theta_i + 90°) \\ &= V_m \sin(\omega t + \theta_i + 90°) \end{aligned}$$

نلاحظ أن القيمة القصوى للجهد تتناسب مع القيمة القصوى للتيار

$$V_m = \omega L I_m \qquad 1\text{-}18$$

ونسمي الكمية

$$X_L = \omega L \qquad 1\text{-}19$$

بالممانعة الحثية للملف ، وذلك لأنها تعارض مرور التيار في هذا الملف .

وباستعمال القيم الفعالة

$$V=\omega L I=X_L I \qquad 1\text{-}20$$

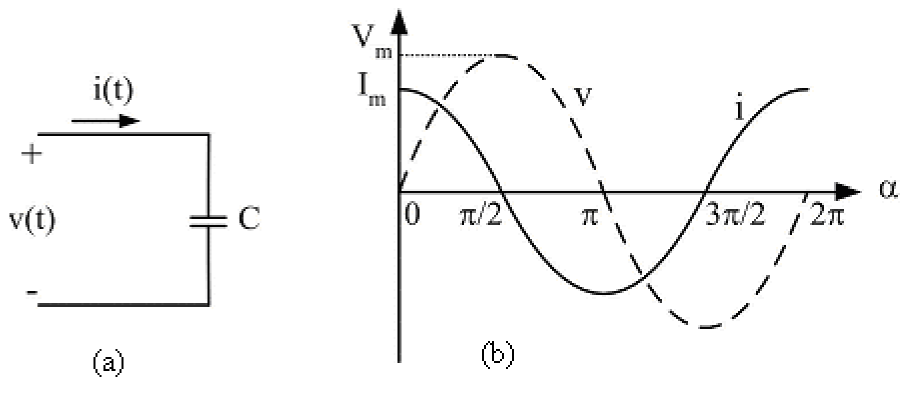
ونلاحظ أن موجة التيار تتخلف عن موجة الجهد بـ90° ، وهذا موضح في الشكل ١- b١١ حيث أخذنا $\theta_i=0$ لتبسيط الرسم.

وننبه إلى أن السلك الذي يلف منه الملف له بعض المقاومة، ولهذا فإنه توجد للملف خاصيتان : خاصية الحثية وخاصية المقاومة. وتصمم الملفات غالبا بحيث تكون ممانعاتها الحثية كبيرة مقارنة بمقاوماتها. والملف الذي لايحتوي على أي مقاومة (ملف مثالي) يسمى ملفاً نقياً، وفي هذه الوحدة فسنعتبر أن كل الملفات نقية.

١- ٢- ٣ : الممانعة السعوية في دائرة التيار المتردد

رأينا في مقرر دوائر- ١ أن سعة المكثفة C تمثل النسبة بين الشحنة الكهربائية لهذه المكثفة والجهد بين طرفيها. وحيث أن التيار يساوي تغير الشحنة بالنسبة للزمن ، فإن العلاقة بين التيار والجهد في مكثفة (الشكل ١- a١٢) هي

$$i(t)=C\frac{dv(t)}{dt} \qquad 1\text{-}21$$



شكل ١- ١٢ : التيار والجهد في ممانعة سعوية

فعندما يكون الجهد بين طرفي المكثفة

$$v(t)=V_m \sin(\omega t+\theta_v)$$

فإن التيارالناتج هو

$$i(t)=\omega C V_m \cos(\omega t+\theta)$$
$$=\omega C V_m \sin(\omega t+\theta+90°)$$
$$=I_m \sin(\omega t+\theta+90°)$$

نلاحظ أن القيمة القصوى للجهد تتناسب مع القيمة القصوى للتيار

$$V_m=\frac{1}{\omega C} I_m \qquad 1\text{-}22$$

ونسمي الكمية

$$X_C=\frac{1}{\omega C} \qquad 1\text{-}23$$

بالممانعة السعوية للمكثفة ، وذلك لأنها تعارض مرور التيار في هذه المكثفة .

وباستعمال القيم الفعالة

$$V=\frac{1}{\omega C} I=X_C I \qquad 1\text{-}24$$

كما نلاحظ أن موجة التيار تتقدم على موجة الجهد بـ90°، وهذا موضح في الشكل ١- b١٢ حيث أخذنا $\theta_V=0$ لتبسيط الرسم.

١- ٢- ٤ : قانون أوم والمخطط الاتجاهي

المعاوقة المركبة

بما أن معاوقة أي عنصر هي النسبة بين الجهد **V** بين أطرافها والتيار **I** المار فيها فإننا نستطيع تمثيلها كذلك بعدد مركب يسمى المعاوقة المركبة **Z**، وهكذا نكتب قانون أوم كما يلي:

$$\mathbf{V}=\mathbf{Z}\,\mathbf{I} \qquad 1\text{-}25$$

ويجب أن ننتبه إلى أنه على العكس من الجهود والتيارات المطاورة، فإن المعاوقة **Z** لا تمثل دالة جيبية.

وفيما يلي نطبق مفهوم المعاوقة المركبة على العناصر الأساسية الثلاثة : المقاومة والملف والمكثفة.

- **المقاومة المادية**

لقد رأينا أن الجهد بين طرفي المقاومة والتيار المار فيها لهما نفس الطور، فلو كان الجهد المطاور

$$\mathbf{V}=V\angle\theta_V$$

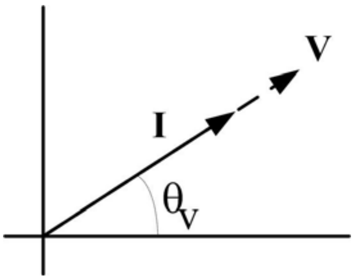
فإن التيار المطاور يكون

$$\mathbf{I} = I\angle\theta_V$$

وعليه فإن النسبة بينهما والتي هي المعاوقة المركبة تساوي

$$\mathbf{Z}_R = \frac{V\angle\theta_V}{I\angle\theta_V} = \frac{V}{I}\angle 0^\circ = R\angle 0^\circ = R \qquad 1\text{-}26$$

حيث استعملنا المعادلة 1-16. وهكذا نرى أن المعاوقة المركبة لمقاومة مادية هي عدد حقيقي وقيمتها هي النسبة بين القيم الفعالة للجهد والتيار. ويبين الشكل ١- ١٣ المخطط الاتجاهي لمقاومة مادية.



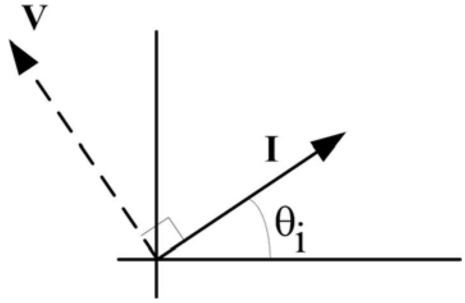
شكل ١- ١٣ : المخطط الاتجاهي لمقاومة مادية

- **الممانعة الحثية**

رأينا من قبل أن الجهد بين طرفي ملف يتقدم على التيار المار فيه بزاوية 90°، وهكذا فإن $\theta_i = \theta_V - 90^\circ$ ، وعليه فإن المعاوقة المركبة الحثية هي

$$\mathbf{Z}_L = \frac{V\angle\theta_V}{I\angle(\theta_V - 90)} = \frac{V}{I}\angle 90^\circ = X_L\angle 90^\circ = jX_L \qquad 1\text{-}27$$

حيث استعملنا المعادلة 1-20 ، وكما نعلم من درس الأعداد المركبة فإن العدد التخيلي j قيمته المطلقة هي الواحد وإزاحته الزاوية هي 90°. نستنتج أن المعاوقة المركبة لملف هي عدد تخيلي نقي. ويبين الشكل ١- ١٤ المخطط الاتجاهي لملف.



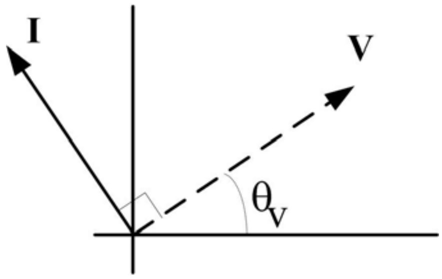
شكل ١- ١٤ : المخطط الاتجاهي لممانعة حثية

- **الممانعة السعوية**

رأينا من قبل أن الجهد بين طرفي ملف يتأخر عن التيار المار فيه بزاوية 90°، وهكذا فإن $\theta_i = \theta_v + 90^\circ$ ، وعليه فإن المعاوقة المركبة السعوية هي

$$\mathbf{Z}_C = \frac{V\angle\theta_v}{I\angle(\theta_v + 90)} = \frac{V}{I}\angle -90^\circ = X_C \angle -90^\circ = -jX_C \qquad 1\text{-}28$$

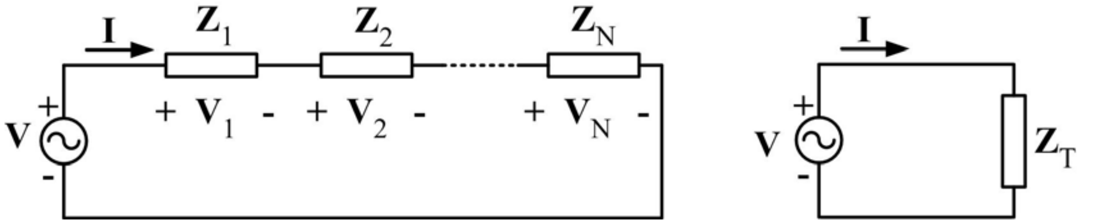
حيث استعملنا المعادلة 1-24 ، وكما نعلم من درس الأعداد المركبة فإن العدد j- قيمته المطلقة هي الواحد وإزاحته الزاوية هي 90^o-. نستنتج أن المعاوقة المركبة لمكثفة هي عدد تخيلي نقي. . ويبين الشكل ١- ١٥ المخطط الاتجاهي لمكثفة.



شكل ١- ١٥ : المخطط الاتجاهي لممانعة سعوية

١- ٢- ٥ : التوصيل على التوالي

يبين الشكل ١- ١٦ دائرة توالي وهي تتكون من مصدر جهد ومن معاوقات يمر فيها نفس التيار. ونستطيع تمثيل هذه المعاوقات بمعاوقة مكافئة $\mathbf{Z}_T$.



الشكل ١- ١٦ : دائرة التوالي

وباستعمال قانون كيرشوف للجهد

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2 + \cdots + \mathbf{V}_N$$

وقوانين أوم

$$\mathbf{V}_x = \mathbf{Z}_x \mathbf{I} \quad , \quad \mathbf{V} = \mathbf{Z}_T \mathbf{I}$$

حيث $x = 1, 2, \ldots, N$ ، نستنتج

$$\mathbf{Z}_T = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \cdots + \mathbf{Z}_N \qquad 1\text{-}29$$

والشكل العام للمعاوقة $\mathbf{Z}_T$ هو

$$\mathbf{Z}_T = R_T + j\,X_T = Z_T \angle\theta \qquad 1\text{-}30$$

والجزء الحقيقي R_T يمثل المقاومة الكلية و هو موجب، أو معدوم (إذا لم تكن هناك أي مقاومة في الدائرة). أما الجزء التخيلي X_T فيمثل الممانعة الكلية ويمكن أن يكون:

- موجباً : إذا كانت الممانعة الحثية الكلية أكبر من الممانعة السعوية الكلية.
- معدوماً : إذا تساوت الممانعة الحثية الكلية و الممانعة السعوية الكلية ، أو إذا لم تكن هناك أي ممانعة في الدائرة.
- سالباً : إذا كانت الممانعة الحثية الكلية أصغر من الممانعة السعوية الكلية.

والعلاقة بين مقياس المعاوقة Z_T والمقاومة R_T والممانعة X_T هي

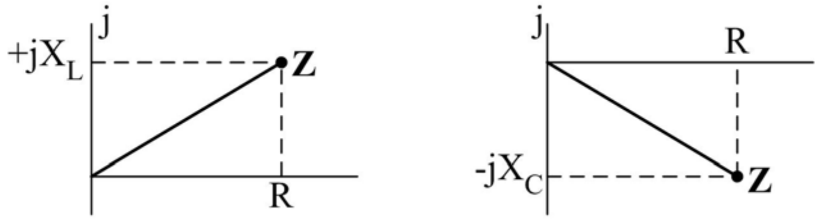
$$Z_T = \sqrt{R_T^2 + X_T^2} \qquad 1\text{-}31$$

أما العلاقة بين الإزاحة الزاوية للمعاوقة θ وR_T و X_T فهي

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{X_T}{R_T}\right) \qquad 1\text{-}32$$

وتمثل هذه الزاوية تخلف التيار المطاور عن الجهد المطاور.

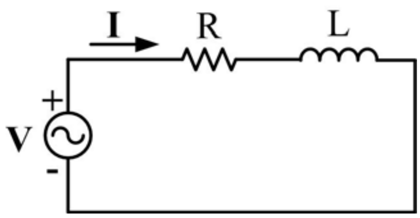
ويمكن توضيح المعاوقة في مستوى مركب. ولما كانت المقاومة لا تأخذ قيما سالبة أبداً فإننا نحتاج إلى الربعين الأول والرابع فقط. ونسمي الشكل التوضيحي الناتج بشكل المعاوقة (Impedance Diagram)، وكما هو مبين في الشكل ١- ١٧ فإن المقاومة R ترسم على المحور الأفقي، أما الممانعة الحثية X_L فترسم على محور j الموجب بينما ترسم الممانعة السعوية X_C على محور j السالب.



شكل ١- ١٧ : أشكال المعاوقة

مثال ١- ٢- ١: في دائرة التوالي الموضحة في الشكل ١- ١٨ ، $R=7\Omega$، $L=8mH$، $v=100\sqrt{2}\sin(377t)\ V$. احسب المعاوقة المكافئة وارسم شكلها، ثم احسب التيار المار في الدائرة والجهدين $\mathbf{V}_R$ و$\mathbf{V}_L$ بين طرفي المقاومة وطرفي الحثية، وارسم المخطط الاتجاهي للتيار والجهود

.



شكل ١- ١٨

الحل:

الممانعة الحثية

$$X_L = \omega L = 377 \times 8 \times 10^{-3} = 3\ \Omega$$

$\mathbf{Z}_T = R + jX_L$ المعاوقة المكافئة:

$$= 7 + j3\ \ \Omega\ = 7.6 \angle 23.2^o\ \ \Omega$$

ويبين الشكل ١- a١٩ شكل المعاوقة.

الجهد الكلي:

$$\mathbf{V} = 100 \angle 0^o\ V$$

التيار :

$$\mathbf{I} = \mathbf{V} / \mathbf{Z}_T\ = 100 \angle 0^o / 7.6 \angle 23.2^o\ = 13.2 \angle -23.2^o\ A$$

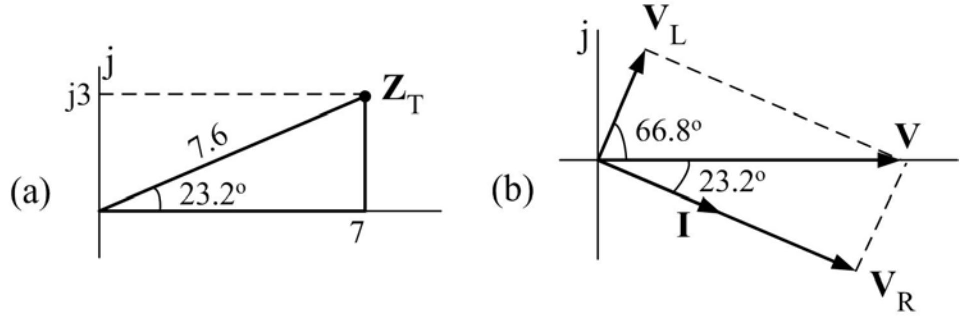
الجهد بين طرفي المقاومة :

$$\mathbf{V}_R = R\,\mathbf{I}\ = 7 \times 13.2 \angle -23.2^o\ = 92.4 \angle -23.2^o\ V$$

الجهد بين طرفي الحثية :

$$\mathbf{V}_L = jX_L\,\mathbf{I} = 3\angle 90^o \times 13.2 \angle -23.2^o = 39.6 \angle 66.8^o \text{ V}$$

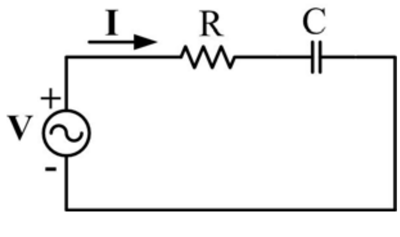
ويبين الشكل ١- b١٩ المخطط الاتجاهي .



شكل ١- ١٩

وعلى العموم فإن التيار يتخلف عن الجهد بزاوية منحصرة بين 0 و 90^o في أي دائرة توالٍ تحتوي على مقاومات وممانعات حثية (حمل مادي - حثي) .

مثال ١- ٢- ٢ : احسب المعاوقة المكافئة للدائرة الموضحة في الشكل ١- ٢٠ وارسم شكلها، ثم ارسم المخطط الاتجاهي للتيار والجهود $\mathbf{V}$ و$\mathbf{V}_R$ (بين طرفي المقاومة) و$\mathbf{V}_C$ (بين طرفي المكثفة)، علما أن $R=5\Omega$، $C=332\mu F$، $v=200\sqrt{2}\,\sin(377t)$ V .



شكل ١- ٢٠

الحل:

الممانعة السعوية $X_C = 1 / (\omega C) = 1/ (377 \times 332 \times 10^{-6}) = 8\ \Omega$

المعاوقة المكافئة:

$$\mathbf{Z}_T = R - jX_C$$
$$= 5 - j8\ \Omega = 9.4 \angle -58^o\ \Omega$$

ويبين الشكل ١- a٢١ شكل المعاوقة.

الجهد الكلي:

$$\mathbf{V} = 200 \angle 0^{o} \text{ V}$$

التيار :

$$\mathbf{I} = \mathbf{V} / \mathbf{Z}_T = 200 \angle 0^{o} / 9.4 \angle -58^{o}$$
$$= 21.3 \angle 58^{o} \text{ A}$$

الجهد بين طرفي المقاومة

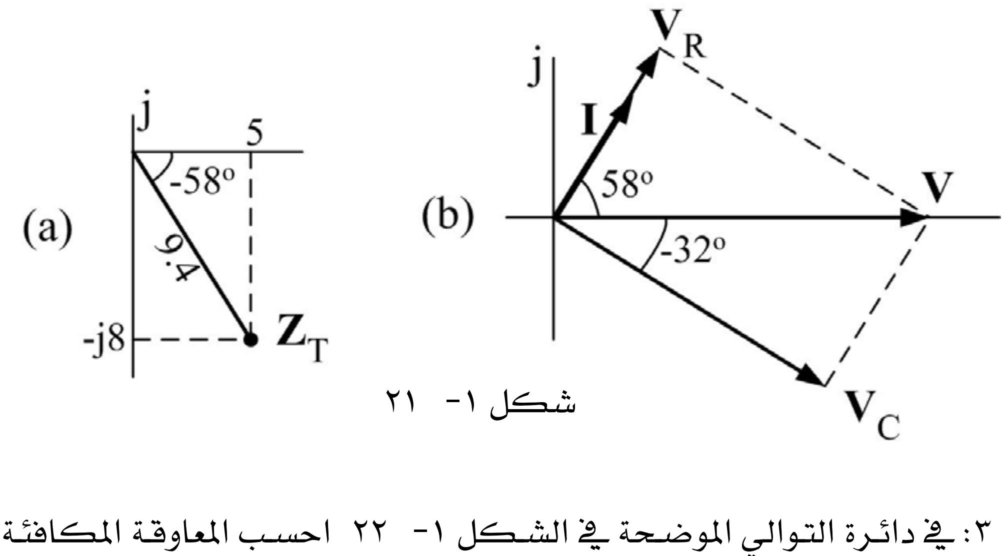
$$\mathbf{V}_R = \text{R}\,\mathbf{I} = 5 \times 21.3 \angle 58^{o} = 106.5 \angle 58^{o} \text{ V}$$

الجهد بين طرفي المكثفة

$$\mathbf{V}_C = -\text{J}x_c\,\mathbf{I} = 8 \angle -90^{o} \times 21.3 \angle 58^{o} = 170.4 \angle -32^{o} \text{ V}$$

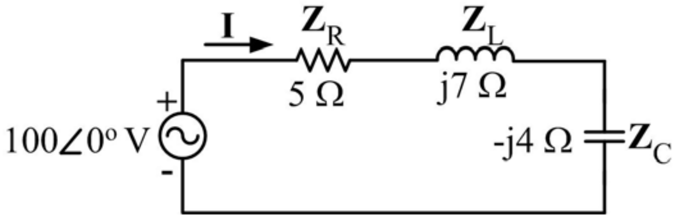
ويبين الشكل ١- b٢١ المخطط الاتجاهي.

وعلى العموم فإن التيار يتقدم على الجهد بزاوية منحصرة بين 0 و90^{o} في أي دائرة توالٍ تحتوي على مقاومات وممانعات سعوية (حمل مادي - سعوي) .



شكل ١- ٢١

مثال ١- ٢- ٣: في دائرة التوالي الموضحة في الشكل ١- ٢٢ احسب المعاوقة المكافئة $\mathbf{Z}_T$ والتيار **I** وبين أن مجموع الهبوط في الجهد يساوي الجهد المطاور المؤثر، ثم ارسم شكل المعاوقة والمخطط الاتجاهي .



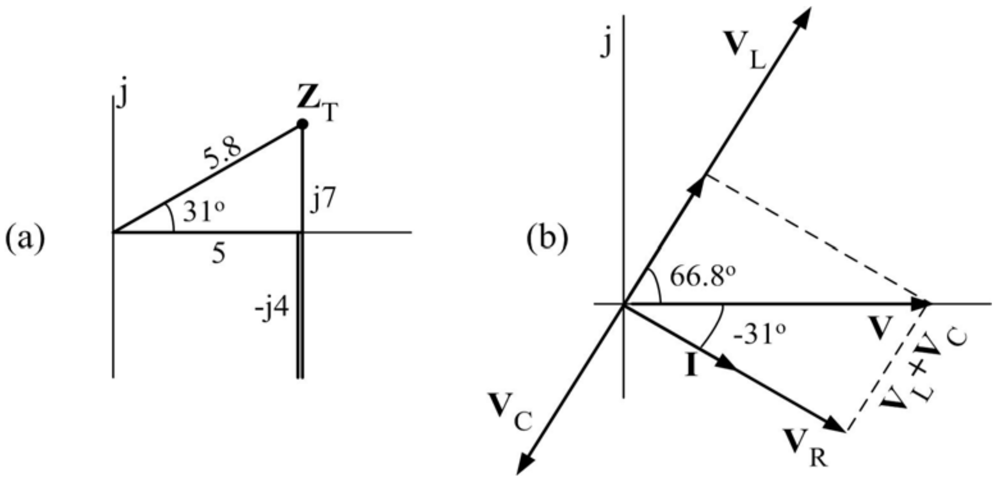
شكل ١- ٢٢

الحل:

$$Z_T = Z_R + Z_L + Z_C = 5 + j7 - j4$$
$$= 5 + j3\ \Omega = 5.8 \angle 31^o\ \Omega$$

$$I = V / Z_T = 100 \angle 0^o / 5.8 \angle 31^o = 17.2 \angle -31^o\ \text{A}$$
$$V_R = R\,I = 5 \times 17.2 \angle -31^o = 86 \angle -31^o\ \text{V}$$
$$V_L = jX_L\,I = 7\angle 90^o \times 17.2 \angle -31^o = 120.4 \angle 59^o\ \text{V}$$
$$V_C = -jX_C\,I = 4\angle -90^o \times 17.2 \angle -31^o = 68.8 \angle -121^o\ \text{V}$$
$$V_R + V_L + V_C = (73.6 - j44.3) + (61.9 + j103.2) + (-35.5 - j59) = 100\ \text{V} = V$$

ويبين الشكل ١- ٢٣a شكل المعاوقة ، كما يبين الشكل ١- ٢٣b المخطط الاتجاهي.



شكل ١- ٢٣

في هذا المثال نرى أن المعاوقة حثية، ولهذا فإن التيار **I** يتخلف عن الجهد المؤثر **V** بزاوية 31^{o} والتي تساوي الإزاحة الزاوية للمعاوقة المكافئة. ونلاحظ أن هبوط الجهد $\mathbf{V}_R$ في المقاومة هو في اتجاه التيار، وأن هبوط الجهد $\mathbf{V}_L$ في الملف يتقدم عن التيار بزاوية 90^{o}، بينما يتخلف هبوط الجهد $\mathbf{V}_C$ في المكثفة عن التيار بزاوية 90^{o}.

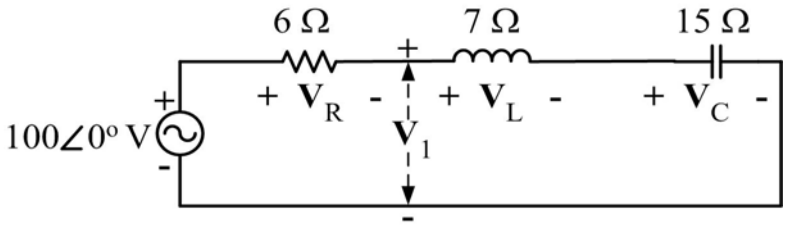
١- ٢- ٦ : قانون توزيع الجهد

يتوزع الجهد في معاوقات دائرة التواليحسب القانون التالي

$$\mathbf{V}_X = \mathbf{V}\frac{Z_X}{\mathbf{Z}_T}$$

حيث $\mathbf{V}_X$ هو الجهد بين طرفي معاوقات متجاورة معاوقتها المكافئة $\mathbf{Z}_X$ ؛ $\mathbf{Z}_T$ هي المعاوقة المكافئة للدائرة ؛ و**V** هو الجهد المؤثر.

مثال ١- ٢- ٤ : احسب الجهود $\mathbf{V}_R$، $\mathbf{V}_L$، $\mathbf{V}_C$ و$\mathbf{V}_1$ في دائرة التوالي المبينة في الشكل ١- ٢٤ ، وذلك باستعمال قانون توزيع الجهد.



شكل ١- ٢٤

الحل:

$$\mathbf{Z}_T = R + j\,X_L - j\,X_C = 6 + j7 - j15 = 6 - j8\ \Omega = 10\ \angle{-53.1^o}\ \Omega$$

$$\mathbf{V}_R = \frac{R\,\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{6\angle 0^\circ \times 100\angle 0^\circ}{10\angle -53.1^\circ} = 60\angle 53.1^\circ\ V$$

$$\mathbf{V}_L = \frac{jX_L\,\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{7\angle 90^\circ \times 100\angle 0^\circ}{10\angle -53.1^\circ} = 70\angle 143.1^\circ\ V$$

$$\mathbf{V}_C = \frac{-jX_C\,\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{15\angle -90^\circ \times 100\angle 0^\circ}{10\angle -53.1^\circ} = 150\angle -36.9^\circ\ V$$

$$\mathbf{V}_1 = \frac{(jX_L - jX_C)\,\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{(7\angle 90^\circ - 15\angle 90^\circ)\ 100\angle 0^\circ}{10\angle -53.1^\circ} = \frac{8\angle -90^\circ \times 100\angle 0^\circ}{10\angle -53.1^\circ}$$

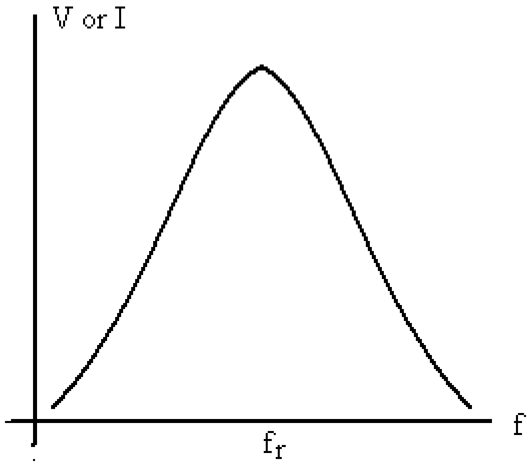
$$= 80\angle -36.9^\circ\ V$$

١- ٢- ٥ : الرنين في دوائر التوالي

دوائر الرنين مــن الدوائر الضرورية لتشغيل كثير من الأنظمة الكهربائية و الإلكترونية، وهي عبارة عن تشكيل من العناصر الأساسية R-L-C . يوضح الشكل ١- ٢٥ منحنى الاستجابة لدائرة رنين وهي عبارة عن تغير القيمة الفعالة للجهد بين طرفي أحد مكونات الدائرة أوالتيار المار فيها بدلالة تردد جهد المصدر. وكما نرى في الشكل ١- ٢٥ فإن الاستجابة القصوى تحدث عندما يساوي التردد fr و ثقل الاستجابة إلى اليمين وإلى اليسار من f_r بمعنى آخر أن دائرة الرنين تنتقي مدى معين من الترددات بحيث تكون الاستجابة قريبة للقيمة القصوى.

دائرة الاستقبال في جهاز الراديو أو التلفزيون لها منحنى استجابة مشابه للمنحنى الموضح في الشكل ١- ٢٥ و بالتالي لا يمكن التقاط أي محطة إلا بعد ضبط التردد على f_r أو قريباً منها أما المحطات التي ترسل على ترددات بعيدة عن f_r الى أقصى اليمين او أقصى الشمال فإنها لا تلتقط .

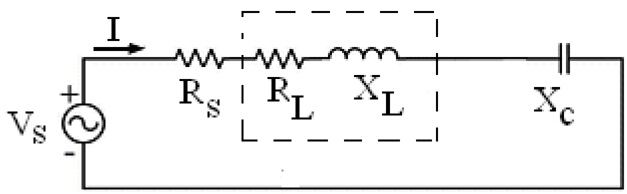
عندما نحصل على استجابة قصوى نقول إن الدائرة في حالة رنين و هذا يحدث عند تردد الرنين f_r .



شكل ١- ٢٥ : منحنى الاستجابة لدائرة رنين

وهناك نوعان من دوائر الرنين : دوائر الرنين الموصلة على التوالي و دوائر الرنين الموصلة على التوازي. وفيما يلي ندرس دوائر الرنين الموصلة على التوالي فيما نرجئ دوائر التوازي فيما بعد.

يوضح الشكل ١- ٢٦ دائرة الرنين الموصلة على التوالي حيث المقاومة R_L هي المقاومة الداخلية للملف و المقاومة R_s هي مقاومة المصدر إضافة إلى أي مقاومة أخرى مضافة للتأثير على شكل منحنى الاستجابة.



شكل ١- ٢٦ : دائرة الرنين الموصلة على التوالي

اعتبر أن $R = R_S + R_L$

إذن المعاوقة الكلية لهذه الدائرة هي :

$$Z_T = R + jX_L - jX_c = R + j\,(X_L - X_c)$$

الرنين يحدث عندما :

$$X_L = X_c \qquad 1\text{-}33$$

إذن المعاوقة الكلية عند حدوث الرنين هي :

$$Z_T = R \qquad 1\text{-}34$$

يمكن الحصول على تردد الرنين بدلالة المحاثة L و السعة C من المعادلة ١- ٣٣

بما أن :

$$X_L = \omega_s L \; ; \; X_C = \frac{1}{\omega_s C}$$

إذن :

$$\omega_s = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad 1\text{-}35$$

ويكون تردد الرنين

$$f_s = \frac{\omega_s}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \qquad 1\text{-}36$$

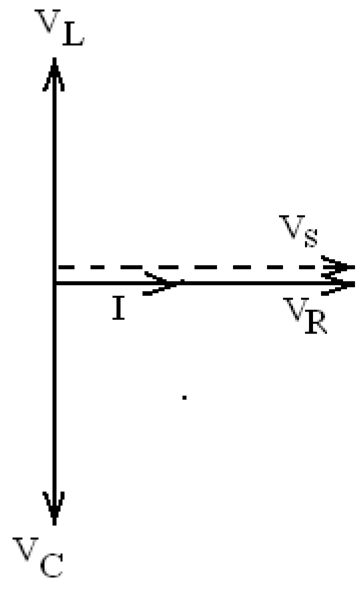
التيار خلال الدائرة أثناء الرنين هو :

$$I \angle \theta_I = \frac{V_s \angle \theta_V}{R} = \frac{V_s}{R} \angle \theta_V$$

حيث يلاحظ أن التيار يصل إلى أعلى قيمة له عند حدوث الرنين و يلاحظ أيضا أن التيار وجهد المصدر لهما نفس زاوية الطور .

بما إن نفس التيار يمر خلال الملف والمكثف فإن الجهد عبر كل منهما متساوٍ في المقدار ومختلف في زاوية الطور بمقدار ١٨٠ درجة

ويمثل الشكل ١- ٢٧ المخطط الاتجاهي للجهود و التيار وكما نلاحظ فإن الجهد بين طرفي المقاومة يساوي جهد المصدرعند حدوث الرنين .



شكل ١- ٢٧ : المخطط الاتجاهي لدائرة الرنين عند حدوث الرنين

مثال ١- ٢- ٥ : في دائرة الرنين الموضحة في الشكل ١- ٢٨ أوجد I V_R, V_L, V_c

الحل :

عند حدوث الرنين

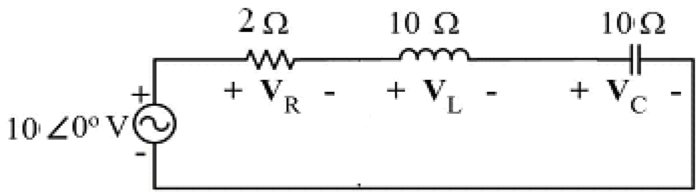
$$Z_T = R = 2\Omega$$

$$I = \frac{V}{Z_T} = \frac{10\angle 0}{2\angle 0} = 5\angle 0\ A$$

$$V_R = IR = 5\angle 0 \times 2 = 10\angle 0\ V$$

$$V_L = I.X_L = 5\angle 0 \times 10\angle 90° = 50\angle 90°\ V$$

$$V_C = I.X_C = 5\angle 0 \times 10\angle -90° = 50\angle -90°\ V$$

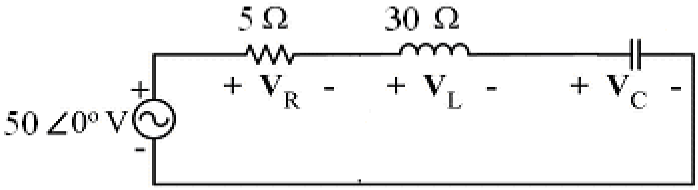


شكل ١- ٢٨

مثال ١- ٢- ٥ : في دائرة الرنين الموضحة في الشكل ١- ٢٩ أوجد ما يلي :

أ- قيمة Xc عند الرنين .

ب- قيمة التيار I وقيم الجهود V_R V_L V_c عند الرنين .



شكل ١- ٢٩

الحل :

أ- عند الرنين :

$X_c = X_L = 30\ \Omega$

ت- عند الرنين :

$$I = \frac{V}{Z_T} = \frac{50\angle 0}{5\angle 0} = 10\angle 0\ A$$

$$V_R = V_s = 50\angle 0\, V$$

$$V_L = I.X_L = 10\angle 0 \times 30\angle 90^\circ = 300\ \angle 90^\circ V$$

$$V_C = I.X_C = 10\angle 0 \times 30\ \angle -90^\circ = 300\ \angle -90^\circ V$$

١- ٢- ٥ : التوصيل على التوازي

يبين الشكل ١- ٣٠ دائرة توازي وهي تتكون من مصدر جهد ومن معاوقات خاضعة لنفس الجهد المؤثر بين أطرافها. ونستطيع تمثيل هذه المعاوقات بمعاوقة مكافئة Z_T.

وباستعمال قانون كيرشوف للتيار

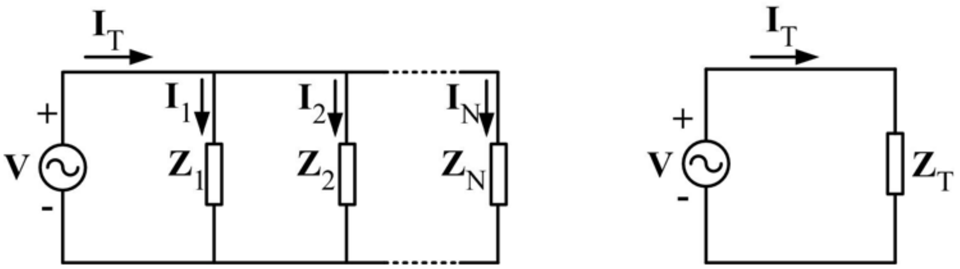
$$\mathbf{I_T = I_1 + I_2 + \cdots + I_N}$$

وقوانين أوم

$$\mathbf{I_x = V / Z_x}\ ,\quad \mathbf{I_T = V / Z_T}$$

حيث $x = 1, 2, \ldots, N$ ، نستنتج

$$\frac{1}{\mathbf{Z_T}} = \frac{1}{\mathbf{Z_1}} + \frac{1}{\mathbf{Z_2}} + \ldots + \frac{1}{\mathbf{Z_N}} \qquad 1\text{-}37$$



الشكل ١- ٣٠: دائرة التوازي

وهنا يستحسن استعمال السماحيات المركبة $\mathbf{Y}$ عوضا عن المعاوقات $\mathbf{Z}$، حيث $\mathbf{Y} = 1/\mathbf{Z}$، وبهذا نكتب المعادلة 1-37 كما يلي

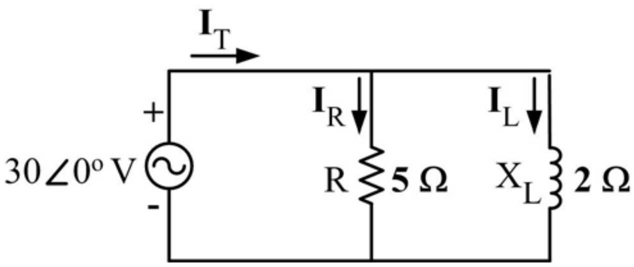
$$\mathbf{Y}_T = \mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \cdots + \mathbf{Y}_N \qquad \text{1-38}$$

ووحدة السماحية هي Siemens (ورمزها S) أما شكلها العام فهو

$$\mathbf{Y}_T = G_T + j\,B_T \qquad \text{1-39}$$

والجزء الحقيقي G_T يسمى المواصلة (مقلوب المقاومة) وهي موجبة، أما الجزء التخيلي B_T فيسمى التقبلية ويمكن أن تكون موجبة (تقبلية سعوية) أو سالبة (تقبلية حثية).

مثال ١- ٢- ٦ : في دائرة التوازي الموضحة في الشكل ١- ٣١ ، احسب السماحية المكافئة وارسم شكلها، ثم احسب التيار الكلي وارسم الشكل المطاور للتيارات والجهد المؤثر.



الشكل ١- ٣١

الحل :

$$\mathbf{Y}_T = \frac{1}{R} + \frac{1}{jX_L} = \frac{1}{5} + \frac{1}{j2} = 0.2 - j0.5 \ \text{S} = 0.54\angle -68.2^{\circ}\ \text{S}$$

$$\mathbf{Z}_T = \frac{1}{\mathbf{Y}_T} = \frac{1}{0.54\angle -68.2^\circ} = 1.9\angle 68.2^\circ\ \Omega$$

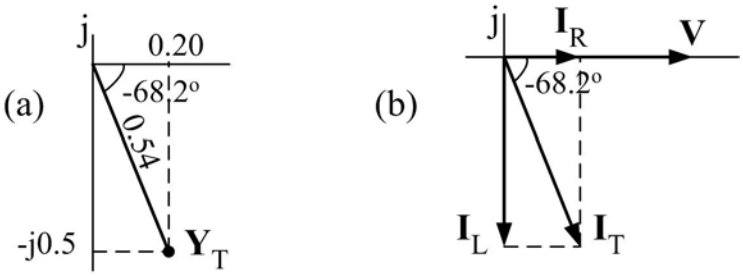
ويبين الشكل ١- ٣٢a شكل السماحية.

$$\mathbf{I}_T = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_T} = \mathbf{Y}_T\mathbf{V} = 0.54\angle -68.2^\circ \times 30\angle 0^\circ = 16.2\angle -68.2^\circ\ \mathrm{A}$$

$$\mathbf{I}_R = \frac{\mathbf{V}}{R} = \frac{30\angle 0^\circ}{5} = 6\angle 0^\circ\ \mathrm{A}$$

$$\mathbf{I}_L = \frac{\mathbf{V}}{jX_L} = \frac{30\angle 0^\circ}{2\angle 90^\circ} = 15\angle -90^\circ\ \mathrm{A}$$

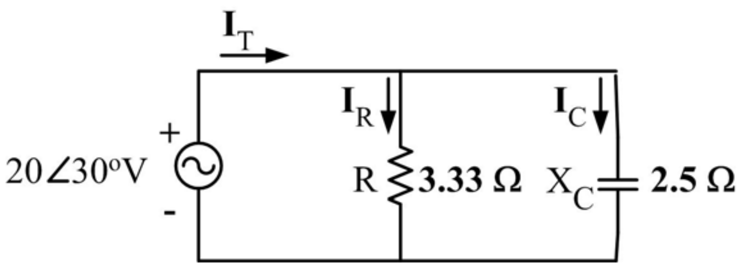
ويوضح الشكل ١- ٣٢b الشكل المطاور للتيارات والجهد المؤثر



الشكل ١- ٣٢

وكما نرى فإن التيار الكلي يتخلف عن الجهد وذلك لأن الحمل مادي - حثي

مثال ١- ٢- ٧ : ارسم شكل السماحية والشكل المطاور للتيارات والجهد المؤثر لدائرة التوازي الموضحة في الشكل ١- ٣٣.



الشكل ١- ٣٣

الحل :

$$\mathbf{Y}_T = \frac{1}{R} + \frac{1}{-jX_C} = \frac{1}{3.33} + \frac{1}{-j2.5} = 0.3 + j0.4\ S = 0.5\angle 53.1^\circ\ S$$

$$\mathbf{Z}_T = \frac{1}{\mathbf{Y}_T} = \frac{1}{0.5\angle 53.1^\circ} = 2\angle -53.1^\circ\ \Omega$$

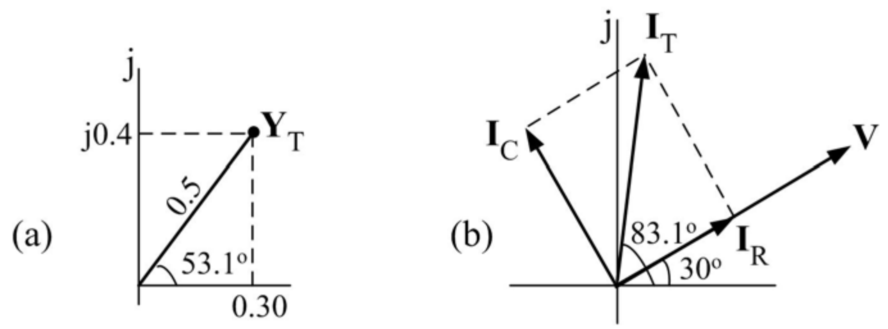
ويبين الشكل ١- a٣٤ شكل السماحية.

$$\mathbf{I}_T = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_T} = \mathbf{Y}_T\mathbf{V} = 0.5\angle 53.1^\circ \times 20\angle 30^\circ = 10\angle 83.1^\circ\ A$$

$$\mathbf{I}_R = \frac{\mathbf{V}}{R} = \frac{20\angle 30^\circ}{3.33} = 6\angle 30^\circ\ A$$

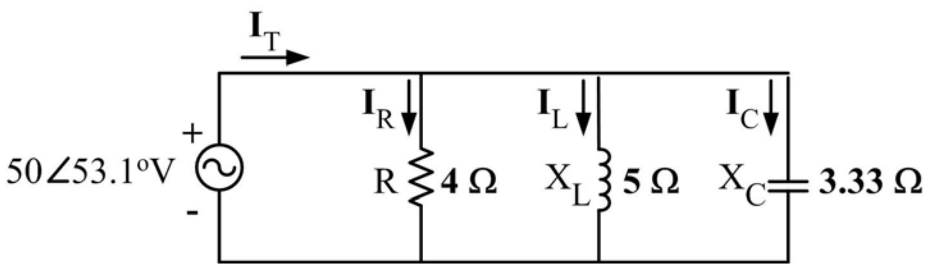
$$\mathbf{I}_C = \frac{\mathbf{V}}{-jX_C} = \frac{20\angle 30^\circ}{2.5\angle -90^\circ} = 8\angle 120^\circ\ A$$

ويوضح الشكل ١- b٣٤ الشكل المطاور للتيارات والجهد المؤثر، ونلاحظ أن التيار يتقدم على الجهد.



الشكل ١- ٣٤

مثال ١- ٢- ٨ :: في دائرة التوازي الموضحة في الشكل ١- ٣٥ احسب السماحية المكافئة $\mathbf{Y}_T$ والتيار الكلي $\mathbf{I}_T$ وبين أن مجموع التيارات $\mathbf{I}_R$ و $\mathbf{I}_L$ و $\mathbf{I}_C$ يساوي $\mathbf{I}_T$، ثم ارسم شكل السماحية والشكل المطاور.



الشكل ١- ٣٥

الحل:

$$\mathbf{Y}_T = \mathbf{Y}_R + \mathbf{Y}_L + \mathbf{Y}_C = \frac{1}{R} + \frac{1}{jX_L} + \frac{1}{-jX_C} = \frac{1}{4} + \frac{1}{j5} + \frac{1}{-j3.33}$$

$$= 0.25 + j0.1\ S = 0.27\angle 21.8^\circ\ S$$

$$\mathbf{Z}_T = 1 / \mathbf{Y}_T = 3.7\ \angle\text{-}21.8^o\ \Omega$$

$$\mathbf{I}_T = \mathbf{Y}_T\,\mathbf{V} = 0.27\ \angle 21.8^o \times 50\ \angle 53.1^o = 13.5\ \angle 74.9^o\ \ A$$

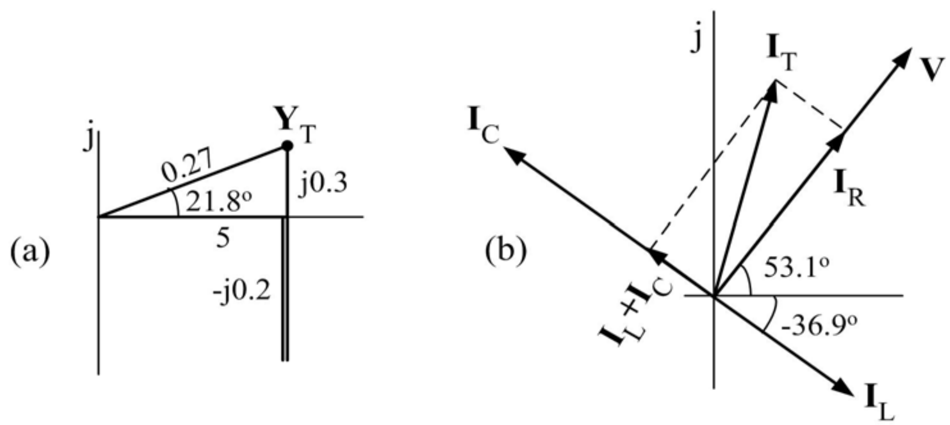
$$\mathbf{I}_R = \mathbf{V} / R = 50\ \angle 53.1^o / 4 = 12.5\ \angle 53.1^o\ A$$

$$\mathbf{I}_L = \mathbf{V} / jX_L = 50\ \angle 53.1^o / 5\ \angle 90^o = 10\ \angle\text{-}36.9^o\ A$$

$$\mathbf{I}_C = \mathbf{V} / \text{-}jX_C = 50\ \angle 53.1^o / 3.33\ \angle\text{-}90^o = 15\ \angle 143.1^o\ A$$

$$\mathbf{I}_R + \mathbf{I}_L + \mathbf{I}_C = (7.5 + j\ 10) + (8 - j\ 6) + (\text{-}12 + j\ 9) = 3.5 + j\ 13\ A = \mathbf{I}_T$$

ويبين الشكل ١- a٣٦ شكل السماحية، كما يبين الشكل ١- b٣٦ الشكل المطاورأو المخطط الاتجاهي.



الشكل ١- ٣٦

وكما نرى فإن التيار الكلي يتقدم على الجهد المؤثر، مما يدل على أن الحمل الكلي مادي – سعوي.

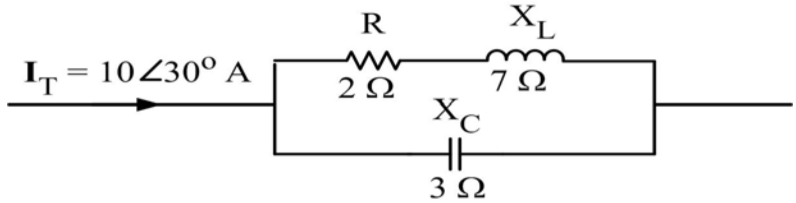
١- ٢- ٥ : قانون توزيع التيار

يتوزع التيار في المعاوقتين $\mathbf{Z}_1$ و $\mathbf{Z}_2$ على التوازي حسب القانونين

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{Z}_2\,\mathbf{I}_T}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2} \;,\quad \mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{Z}_1\,\mathbf{I}_T}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2} \qquad 1\text{-}40$$

حيث $\mathbf{I}_T$ هو التيار الكلي الذي يتفرع في المعاوقتين.

مثال ١- ٢- ٩ : احسب التيار في كل فرع في الشكل **2-28** ، وذلك باستعمال قانون توزيع التيار.



الشكل ١- ٣٧

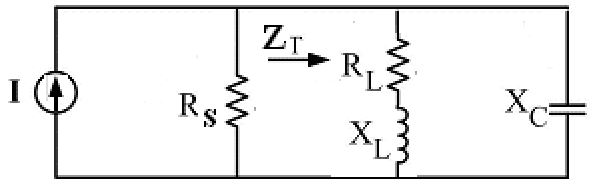
الحل:

$$\mathbf{I}_{RL} = \frac{-j\,X_C\;\mathbf{I}_T}{(R + jX_L) - jX_C} = \frac{3\angle -90^\circ \times 10\angle 30^\circ}{2 + j7 - j3} = \frac{30\angle -60^\circ}{4.47\angle 63.4^\circ} = 6.71\angle -123.4^\circ\ A$$

$$\mathbf{I}_C = \frac{(R + jX_L)\;\mathbf{I}_T}{(R + jX_L) - jX_C} = \frac{(2 + j7)\;10\angle 30^\circ}{4.47\angle 63.4^\circ} = \frac{7.28\angle 74.1^\circ \times 10\angle 30^\circ}{4.47\angle 63.4^\circ} = 16.29\angle 40.7^\circ\ A$$

١- ٢- ٦ : الرنين في دوائر التوازي

دائرة الرنين الموصلة على التوازي تأخذ عادة الشكل الموضح في الشكل ١- ٣٨ حيث R_L هي المقاومة الداخلية للملف و R_S المقاومة الداخلية لمصدر التيار. هذه الدائرة عادة ما تسمى بدائرة الخزان نسبة إلى اختزان الطاقة بواسطة الملف والمكثف .



الشكل ١- ٣٨

بما أن دائرة الخزان هذه تستخدم عادة مع عناصر إلكترونية تحتاج إلى تيار ثابت مثل الترانزستور ، لذا يستحسن إن توصل بمصدر للتيار و ليس بمصدر للجهد كما هو الحال في دوائر الرنين الموصلة علي التوالي .

في البداية سنقوم باستبدال الفرع الذي يحتوي على توالي R-L بفرع آخر يحتوي علي توازي R-L كما يلي :

$$\mathbf{Z}_{R-L} = R_L + jX_L$$

$$\mathbf{Y}_{R-L} = \frac{1}{\mathbf{Z}_{R-L}} = \frac{1}{R_L + jX_L}$$

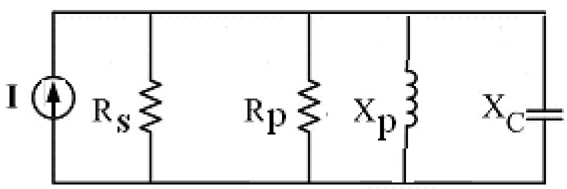
$$\mathbf{Y}_{R-L} = \frac{1}{R_L + jX_L} \times \frac{R_L - jX_L}{R_L - jX_L}$$

$$\mathbf{Y}_{R-L} = \frac{1}{R_p} - j\frac{1}{X_p}$$

حيث

$$R_p = \frac{R_L^2 + X_L^2}{R_L} \qquad X_p = \frac{R_L^2 + X_L^2}{X_L}$$

بالتالي يصبح شكل دائرة الرنين المتوازي كما هو موضح في الشكل ١- ٣٩



الشكل ١- ٣٩

عند حدوث الرنين

$$X_C = X_p \Rightarrow X_C = \frac{R_L^2 + X_L^2}{X_L} \qquad 1\text{-}41$$

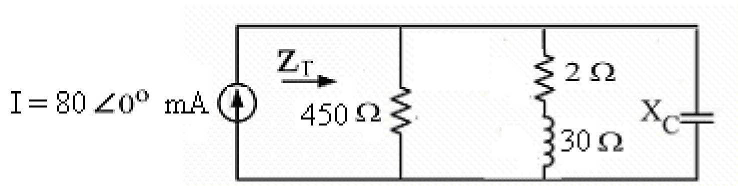
وبعد بعض الخطوات البسيطة نحصل على تردد الرنين

$$f_p = \frac{1}{2\pi L}\sqrt{\frac{L}{C} - R_L^2} \qquad 1\text{-}42$$

ويلاحظ أن هذا التردد يعتمد على قيمة المقاومة R_L و يلاحظ كذلك أن مقاومة المصدر Rs ليس لها تأثير على تردد الرنين .

مثال ١- ٢- ١٠ : من الدائرة الموضحة في الشكل ١- ٤٠ أوجد ما يلي :

- أوجد قيمة Xc عند حدوث الرنين .
- المقاومة الكلية Z_T عند حدوث الرنين
- التيارات I_c ، I_l عند حدوث الرنين
- إذا كان تردد الرنين هو 20.000 Hz أوجد قيمة L و C عند حدوث الرنين .



الشكل ١- ٤٠

الحل :

- عند حدوث الرنين نستعمل المعادلة ١- ٤١

$$X_C = \frac{R_L^2 + X_L^2}{X_L} = \frac{2^2 + 30^2}{30} \approx 30\Omega$$

- **عند حدوث الرنين تكون المعاوقة الكلية**

$$Z_T = \frac{R_s R_p}{R_s + R_p}$$

$$R_p = \frac{R_L^2 + X_L^2}{R_L} = \frac{2^2 + 30^2}{2} = 452\,\Omega$$

$$Z_T = \frac{450 \times 452}{450 + 452} = 225.5\,\Omega$$

- **الجهد بين طرفي المكثفة**

$$V = I\,Z_T = 80 \times 10^{-3}\angle 0 \times 225.5\angle 0 = 18\angle 0\,V$$

وبذلك

$$I_L = \frac{V}{R_L + j\,X_L} = \frac{18\angle 0}{2 + j30} = 0.6\angle -86^\circ\,A$$

$$I_C = \frac{V}{-j\,X_C} = \frac{18\angle 0}{30\angle -90^\circ} = 0.6\angle 90^\circ\,A$$

- **عند حدوث الرنين تكون قيم L و C**

$$X_L = 2\pi\,f_p L \;\Rightarrow\; L = \frac{X_L}{2\pi\,f_p} = \frac{30}{2\pi \times 20000} = 2.4 \times 10^{-4}\,H$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi\,f_p C} \;\Rightarrow\; C = \frac{1}{2\pi\,f_p\,X_C} = \frac{1}{2\pi \times 20000 \times 30} = 2.65 \times 10^{-7}\,F$$

١- ٢- ٧ : التوصيل على التوالي – التوازي

كثير من الدوائر الكهربائية لاتحتوي على عناصر مربوطة على التوالي فقط أو على التوازي فقط، وإنما تتكون من فروع بعضها على التوالي وبعضها على التوازي. وتبين الأمثلة التالية الخطوات المستعملة لتحليل مثل هذه الدوائر.

مثال ١- ٢- ١١ : في الدائرة الموضحة في الشكل ١- ٤١ ، احسب مايلي:

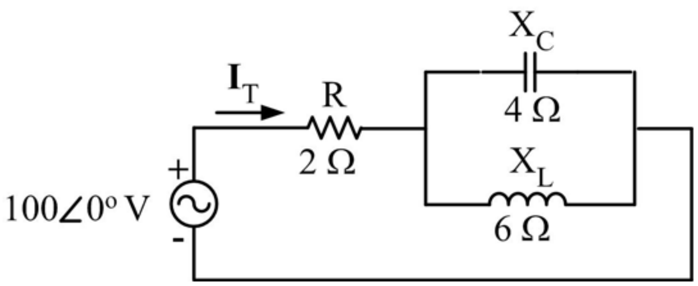
أ- المعاوقة المكافئة Z_T؛

ب- التيار الكلي I_T؛

ج- التيار في الملف I_L؛

د- الجهد بين طرفي المقاومة V_R؛

ه- الجهد بين طرفي المكثفة V_C.



الشكل ١- ٤١

الحل :

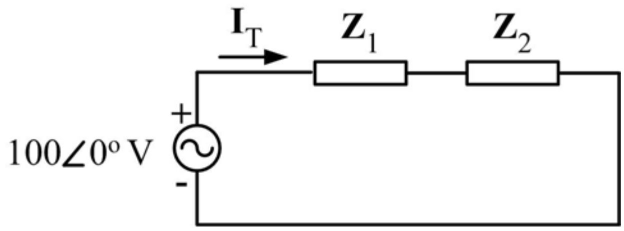
أ- لتسهيل حساب المعاوقة المكافئة أعد رسم الدائرة كما في الشكل ١- ٤٢، حيث

$$\mathbf{Z}_1 = R = 2\Omega$$

$$\mathbf{Z}_2 = \frac{(jX_L)(-jX_C)}{(jX_L)+(-jX_C)} = \frac{(6\angle 90^\circ)(4\angle -90^\circ)}{j6-j4} = -\,j12\Omega = 12\angle -90^\circ\ \Omega$$

$$\mathbf{Z}_T = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 = 2 - j12\ \Omega = 12.17\angle -80.5^\circ\ \Omega$$

نستنتج أن الحمل مادي - سعوي



الشكل ١- ٤٢

ب-

$$\mathbf{I}_T = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{100\angle 0^\circ}{12.17\angle -80.5^\circ} = 8.22\angle 80.5^\circ\ A$$

ج- لحساب التيار في الملف نستعمل قانون توزيع التيار :

$$\mathbf{I}_L = \frac{(-jX_C)\mathbf{I}_T}{(-jX_C)+(jX_L)} = \frac{(4\angle -90^\circ)(8.22\angle 80.5^\circ)}{2\angle 90^\circ} = 16.44\angle -99.5^\circ\ A$$

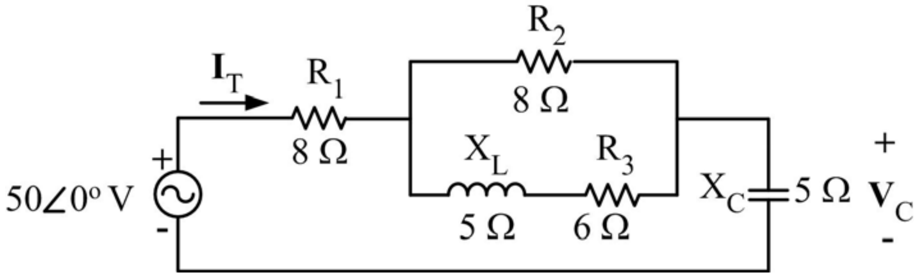
د- $\mathbf{V}_R = R\,\mathbf{I}_T = 2\times 8.22\angle 80.5^\circ = 16.44\angle 80.5^\circ\ V$

هـ- $\mathbf{V}_C = \mathbf{Z}_2\,\mathbf{I}_T = 12\ \angle -90^\circ \times 8.22\angle 80.5^\circ = 98.64\angle -9.5^\circ\ V$

مثال ١- ٢- ١٢: : في الدائرة الموضحة في الشكل ١- ٤٣ ، احسب مايلي:

أ- الجهد بين طرفي المكثفة $\mathbf{V}_C$ باستعمال قانون توزيع الجهد .

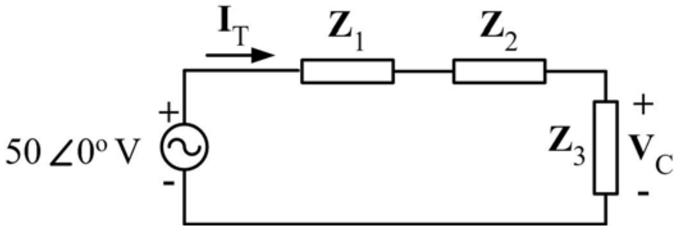
ب- التيار الكلي $\mathbf{I}_T$.



الشكل ١- ٤٣

الحل :

أ- لتسهيل حساب الجهد $\mathbf{V}_C$ أعد رسم الدائرة كما في الشكل ١- ٤٤ ، حيث



الشكل ١- ٤٤

$$\mathbf{Z}_1 = R_1 = 8\Omega$$

$$\mathbf{Z}_2 = \frac{R_2(R_3 + jX_L)}{R_2 + (R_3 + jX_L)} = \frac{8(6+j5)}{8+(6+j5)} = \frac{62.48\angle 39.8^\circ}{14.87\angle 19.7^\circ} = 4.2\angle 20.1^\circ\ \Omega = 3.94 + j1.44\ \Omega$$

$$\mathbf{Z}_3 = -jX_C = -j5\ \Omega$$

وباستعمال قانون توزيع الجهد نحسب الجهد

$$\mathbf{V}_C = \frac{\mathbf{Z}_3\,\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_1+\mathbf{Z}_2+\mathbf{Z}_3} = \frac{(5\angle-90^\circ)(50\angle0^\circ)}{(8)+(3.94+j1.44)+(-j5)} = \frac{250\angle-90^\circ}{12.46\angle-16.6^\circ} = 20.06\angle-73.4^\circ\ \text{V}$$

ب-

$$\mathbf{I}_T = \frac{\mathbf{V}_C}{-jX_C} = \frac{20.06\angle-73.4^\circ}{5\angle-90^\circ} = 4.01\angle16.6^\circ\ \text{A}$$

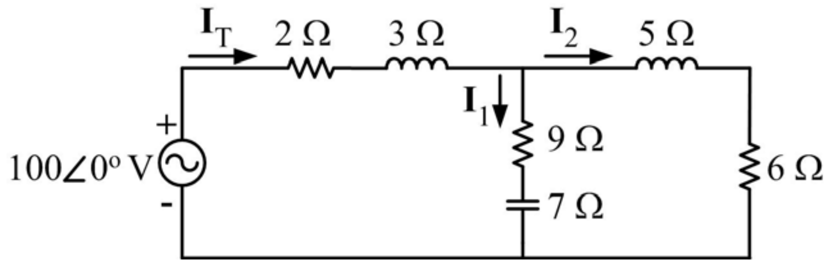
مثال ١- ٢- ١٣: في الدائرة الموضحة في الشكل ١- ٤٥، احسب مايلي:

أ- المعاوقة المكافئة $\mathbf{Z}_T$؛

ب- التيار الكلي $\mathbf{I}_T$؛

ج- التيار في المعاوقة المادية-السعوية $\mathbf{I}_1$؛

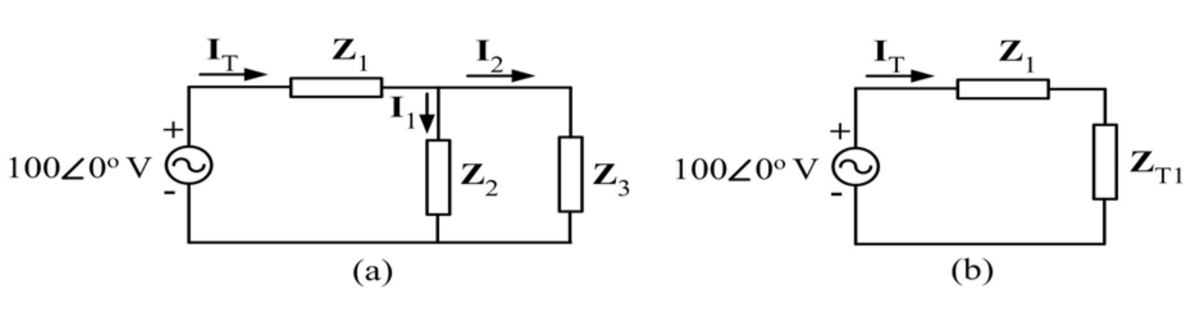
د- التيار في المعاوقة المادية-الحثية $\mathbf{I}_2$.



الشكل ١- ٤٥

الحل :

نعيد رسم الدائرة كما في الشكلين ١- ٤٦ ، حيث:



الشكل ١- ٤٦

$$\mathbf{Z}_1 = 2 + j3\ \Omega = 3.61\angle 56.3^\circ\ \Omega$$

$$\mathbf{Z}_2 = 9 - j7\ \Omega = 11.4\angle -37.9^\circ\ \Omega$$

$$\mathbf{Z}_3 = 6 + j5\ \Omega = 7.81\angle 39.8^\circ\ \Omega$$

$$\mathbf{Z}_{T1} = \frac{\mathbf{Z}_2\,\mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3} = \frac{(11.4\angle -37.9^\circ)(7.81\angle 39.8^\circ)}{(9 - j7) + (6 + j5)} = \frac{89.03\angle 1.9^\circ}{15.13\angle -7.6^\circ}$$

$$= 5.88\angle 9.5^\circ\ \Omega = 5.8 + j0.97\ \Omega$$

أ- $\mathbf{Z}_T = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_{T1} = 2 + j3 + 5.8 + j0.97 = 7.8 + j3.97\ \ \Omega = 8.75\angle 27^\circ\ \Omega$

ب- $\mathbf{I}_T = \dfrac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_T} = \dfrac{100\angle 0^\circ}{8.7\angle 27^\circ} = 14.3\angle -27^\circ\ A$

ج- نستعمل قانون توزيع التيار لحساب التيار $\mathbf{I}_1$

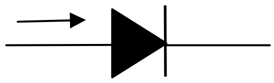
$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{Z}_3\,\mathbf{I}_T}{\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3} = \frac{(7.8\angle 39.8^\circ)(11.43\angle -27^\circ)}{(9 - j7) + (6 + j5)} = \frac{89.154\angle 12.8^\circ}{15.13\angle -7.6^\circ} = 5.9\angle 20.4^\circ\ A$$

د- نستعمل قانون كيرشوف للتيار لحساب التيار $\mathbf{I}_2$

$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{I}_T - \mathbf{I}_1 = (10.69 - j5.71) - (5.52 + j2.05) = 9.25\angle -56^\circ\ A$$

١- ٢- ٨ : دوائر مقومات التيار المتردد البسيطة

تشتغل معظم الأجهزة الإلكترونية وكثير من الأجهزة الكهربائية بالتيار المستمر، ولتوفير القدرة لهذه الأجهزة عبر شبكات التوزيع ذات التيار المتردد نحتاج إلى مقومات (وتسمى كذلك موحدات) لتحويل التيار المتردد إلى تيار مستمر. وتستعمل المقومات الديودات (diodes) وهي أجهزة إلكترونية مصنوعة من أشباه الموصلات (السيليكون غالباً) لاتسمح بمرور التيار إلا في اتجاه واحد، ونسمي قطب الديود الذي يدخل منه التيار المصعد (anode)، كما نسمي القطب الآخر (الذي يخرج منه التيار) المهبط (cathode). ويبين الشكل ١- ٤٧ رمز الديود كما يوضح السهم في الشكل الاتجاه المسموح به للتيار.

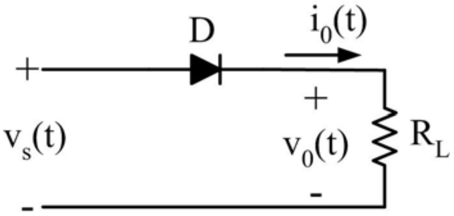


الشكل١- ٤٧ : رمز الديود

فيما يلي سندرس بإيجاز نوعين مشهورين من هذه المقومات.

مقوم نصف موجة

يوضح الشكل ١- ٤٨ دائرة تقويم نصف موجة، وهي تتكون من مصدر تيار متردد (محول غالباً) وديود D وحمل مكون من مقاومة مادية R_L. وبما أن التيار لا يمر في الديود إلا عندما يكون الجهد بين مصعدها ومهبطها موجباً ، فإن أشكال موجات التيار المار في الحمل المادي i_0 والجهد بين طرفيه v_0 تكون كما في الشكل ١- ٤٩ ، كما يبين نفس الشكل موجة جهد المصدر v_s.



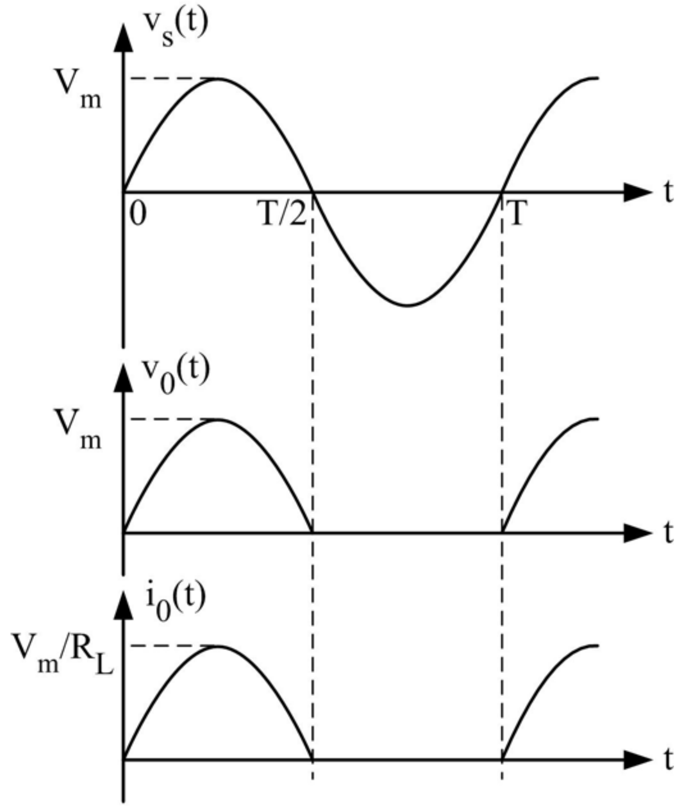
الشكل١- ٤٨ : دائرة المقوم نصف موجة

وكما نلاحظ فإن الجهد بين طرفي الحمل يتغير مع الزمن ولكن قطبيته ثابته، أما قيمته المتوسطة (الجهد المستمر) فإنها تحسب باستعمال المعادلة ١- ٥

$$V_0 = \frac{1}{T}\int_0^{T/2} V_m \sin\omega t \; dt = \frac{V_m}{\pi} = 0.318 V_m \qquad 1\text{-}43$$

حيث V_m هي القيمة القصوى لجهد المصدر. أما القيمة المتوسطة لتيار الحمل فهي

$$I_0 = 0.318\,\frac{V_m}{R_L} = 0.318 I_m \qquad 1\text{-}44$$



الشكل١- ٤٩: الأشكال الموجية لدائرة المقوم نصف موجة

يتميز مقوم نصف الموجة بالبساطة حيث لايستعمل إلا ديود واحدة، ولكن قيمة جهد الحمل المستمر صغيرة مقارنة بالقيمة القصوى لجهد المصدر، وهذا راجع إلى كون المقوم لا يستغل إلا نصف الموجة الموجب لجهد المصدر.

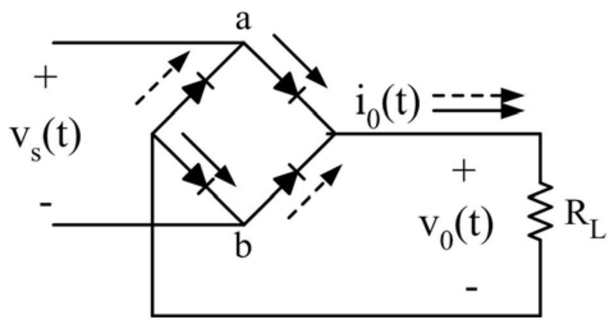
قنطرة التقويم الموجي الكامل

يبين الشكل ١- ٥٠ دائرة قنطرة التقويم الموجي الكامل، وتدل الأسهم ذات الخط المتواصل على اتجاه تيار الحمل عندما يكون الجهد موجباً في النقطة a بينما تدل الأسهم ذات الخط المتقطع على اتجاه التيار عندما يكون الجهد موجباً في النقطة b. وكما نرى فإن هذا المقوم أكثر تعقيداً من المقوم نصف الموجه، حيث يستعمل أربعة ديودات على شكل قنطرة، ولكنه يستغل موجة جهد المصدر كلها مما يؤدي إلى الحصول على جهد مستمر ذي قيمة أعلى. ويوضح الشكل ١- ٥١ الأشكال الموجية لجهدي المصدر والحمل ولتيار الحمل.

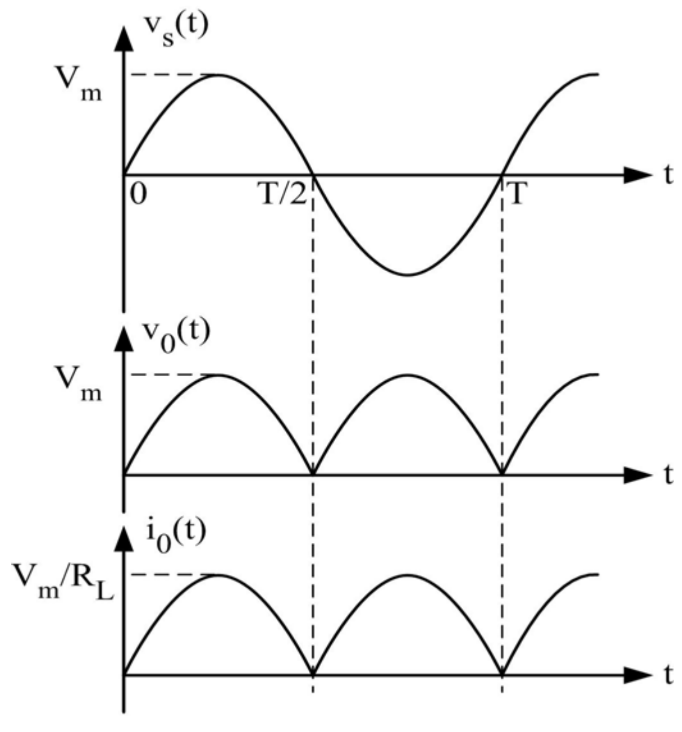
وتعطى القيم المتوسطة لجهد وتيار الحمل بالمعادلتين

$$V_0 = \frac{1}{T}\int_0^T V_m \sin\omega t \, dt = \frac{2V_m}{\pi} = 0.636V_m \qquad 1\text{-}45$$

$$I_0 = 0.636\,\frac{V_m}{R_L} = 0.636 I_m \qquad 1\text{-}46$$



الشكل ١- ٥٠: دائرة قنطرة التقويم الموجي الكامل

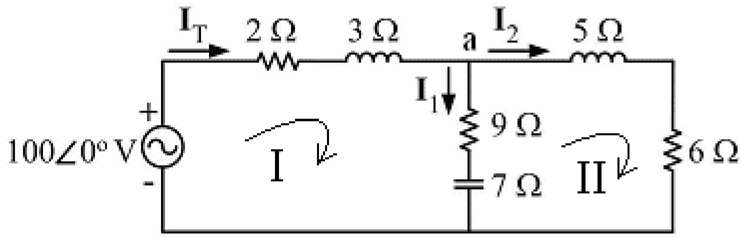


الشكل ١- ٥١: الأشكال الموجية لدائرة قنطرة التقويم الموجي

١- ٢- ٩ : قوانين كيرشوف في دوائر التيار المتردد

لحل مسائل التيار المتردد نستخدم جميع قوانين التيار المستمر بما فيها قوانين كيرشوف للتيار وللجهد شريطة أن نستعمل المعاوقة المركبة مكان المقاومة وأن نعبر عن التيار والجهد عن طريق متجهات. ولتوضيح استعمال قوانين كيرشوف في الدوائر البسيطة نحل المثال التالي.

مثال ١- ٢- ١٤: استعمل قوانين كيرشوف لحساب التيارات في الدائرة المبينة في الشكل ١- ٥٢.



الشكل ١- ٥٢

الحل:

لدينا ثلاثة تيارات للحساب ولذا يجب استعمال ثلاثة معادلات.

<u>المعادلة ١</u>: قانون كيرشوف للتيار عند العقدة a:

$$I_T - I_1 - I_2 = 0$$

<u>المعادلة ٢</u>: قانون كيرشوف للجهد في الفرع I:

$$-100\angle 0° + (2+j3)\,I_T + (9-j7)\,I_1 = 0$$

<u>المعادلة ٣</u>: قانون كيرشوف للجهد في الفرع II:

$$-(9-j7)\,I_1 + (6+j5)\,I_2 = 0$$

ثم نقوم بترتيب المعادلات:

$$\begin{aligned} &I_T - I_1 - I_2 = 0 \\ &(2+j3)\,I_T + (9-j7)\,I_1 + 0\,I_2 = 100\angle 0° \\ &0\,I_T - (9-j7)\,I_1 + (6+j5)\,I_2 = 0 \end{aligned}$$

وباستعمال طريقة المحددات نحصل على التيارات

$$I_T = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 100\angle 0^\circ & (9-j7) & 0 \\ 0 & -(9-j7) & (6+j5) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ (2+j3) & (9-j7) & 0 \\ 0 & -(9-j7) & (6+j5) \end{vmatrix}} = 11.4\angle -27^\circ\ A$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ (2+j3) & 100\angle 0^\circ & 0 \\ 0 & 0 & (6+j5) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ (2+j3) & (9-j7) & 0 \\ 0 & -(9-j7) & (6+j5) \end{vmatrix}} = 5.9\angle 20.4^\circ\ A$$

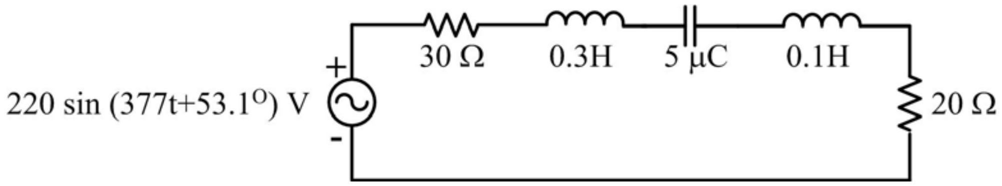
$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ (2+j3) & (9-j7) & 100\angle 0^\circ \\ 0 & -(9-j7) & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ (2+j3) & (9-j7) & 0 \\ 0 & -(9-j7) & (6+j5) \end{vmatrix}} = 5.9\angle 20.4^\circ\ A$$

مسائل الفصل الثاني

١- ٢- ١ إذا كان التيار المار في حمل معين $i(t)=6\sin(377t+30^o)A$، وكان الجهد بين طرفيه $v(t)=220\sin(377t+60^o)V$ ، أوجد التيار المطاور والجهد المطاور وكذلك المعاوقة المركبة للحمل، ثم ارسم الشكل المطاور.

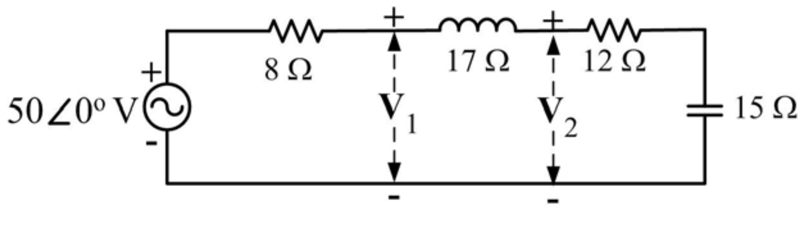
١- ٢- ٢ أعد المسألة ١- ٢- ١ إذا كان التيار $i(t)=10\sin(377t)A$، وكان الجهد $v(t)=380\cos(377t+60^o)V$.

١- ٢- ٣ احسب المعاوقة المكافئة للدائرة المبينة في الشكل ١- ٢- ٣ وارسم شكلها، ثم احسب التيار المار في الدائرة والجهد بين طرفي كل عنصر ، وارسم الشكل المطاور للتيار والجهود.



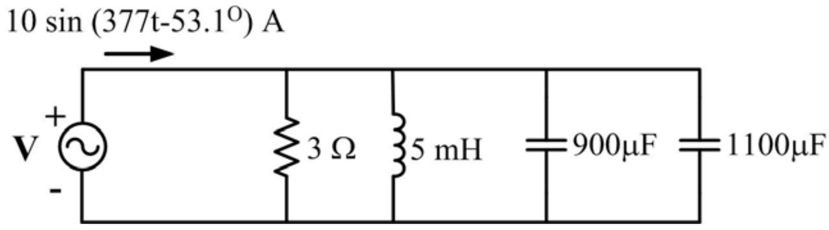
الشكل ١- ٢- ٣

١- ٢- ٤ احسب الجهدين V_1 و V_2 في الدائرة المبينة في الشكل ١- ٢- ٤ ، وذلك باستعمال قانون توزيع الجهد.



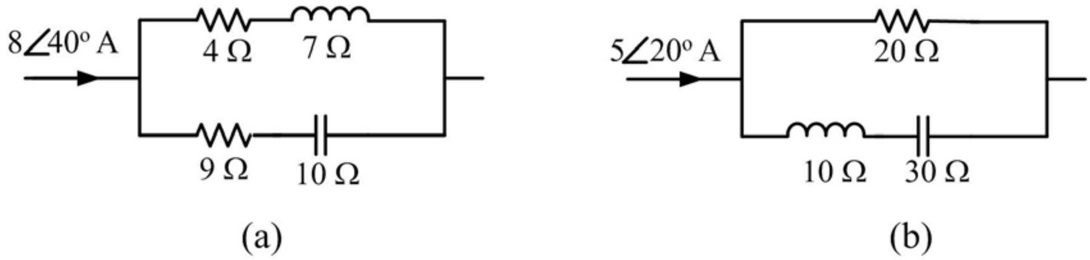
الشكل ١- ٢- ٤

١- ٢- ٥ احسب السماحية المكافئة للدائرة المبينة في الشكل ١- ٢- ٥ وارسم شكلها، ثم احسب الجهد المؤثر وارسم الشكل المطاور للتيارات والجهد المؤثر.



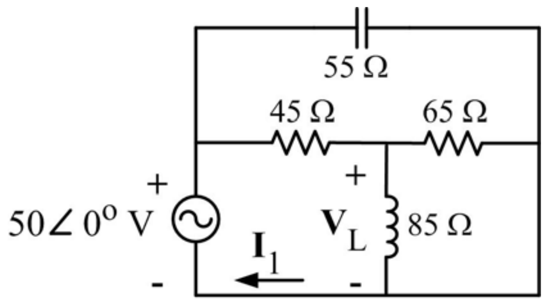
الشكل ١- ٢- ٥

١- ٢- ٦ احسب التيار في كل فرع من الدائرتين a و b المبينتين في الشكل ١- ٢- ٦ باستعمال قانون توزيع التيار.



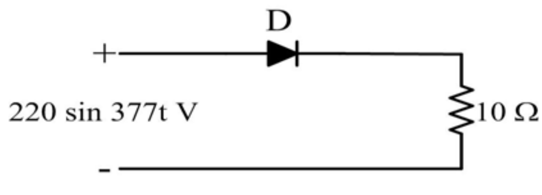
الشكل ١- ٢- ٦

١- ٢- ٧ في الدائرة الموضحة في الشكل ١- ٢- ٧، احسب التيار $\mathbf{I}_1$ والجهد $\mathbf{V}_L$؛



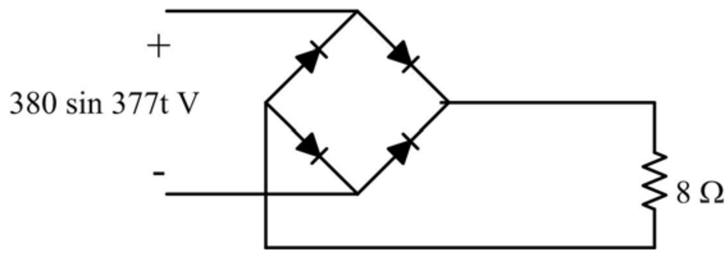
الشكل ١- ٢- ٧

١- ٢- ٨ في دائرة التقويم نصف موجة المبينة في الشكل ١- ٢- ٨، احسب القيم المتوسطة للجهد بين طرفي الحمل وللتيار المار فيه.



الشكل ١- ٢- ٨

١- ٢- ٩ أعد المسألة ١- ٢- ٨ بالنسبة لدائرة التقويم الموجي الكامل المبينة في الشكل ١- ٢- ٩ .



الشكل ١- ٢- ٩

الفصل الثالث : القدرة الكهربائية للتيار المتردد

١- ٣- ١ مقدمة

عندما نغذي حملاً معاوقته $\mathbf{Z} = Z\angle\theta$ بالجهد

$$v(t)=V_m \sin\omega t = V\sqrt{2}\sin\omega t$$

فإن التيار

$$i(t)=I_m \sin(\omega t-\theta)=I\sqrt{2}\sin(\omega t-\theta)$$

سيمر في هذا الحمل. وفي اللحظة t فإن القدرة الداخلة في الحمل هي

$$p(t)=v(t)\,i(t) \qquad \text{1-47}$$

وتسمى القدرة اللحظية للحمل. وتكون هذه القدرة موجبة عندما تكون إشارة التيار تساوي إشارة الجهد ، وفي هذه الحالة نقول إن الحمل يستهلك تلك القدرة. أما إذا اختلفت الإشارتان فإن القدرة تكون سالبة ، وهنا يصبح 'الحمل' مصدرا للقدرة.

وبتعويض قيميي الجهد والتيار وبعد حسابات طفيفة نجد

$$p(t)=VI\cos\theta - VI\cos\theta\,\cos 2\omega t + VI\sin\theta\,\sin 2\omega t \qquad \text{1-48}$$

وكما نلاحظ فإن القدرة اللحظية تتركب من ثلاثة أجزاء : جزء ثابت ويمثل القيمة المتوسطة ، وجزءان يتذبذبان بتردد يساوي ضعف تردد الجهد (والتيار).

أما الشغل الكهربائي الذي يبذل في الحمل بين الفترتين الزمنيتين t_1 و t_2 فهو

$$W=\int_{t_1}^{t_2} p(t)\,dt \qquad \text{1-49}$$

ووحدته الجول (Joule ورمزه J).

وفيما يلي تفاصيل لأنواع القدرة المستعملة في دوائر التيار المتردد.

١- ٣- ٢ القدرة الفعالة

نلاحظ أن القيمة المتوسطة للقدرة اللحظية هي

$$P=\frac{1}{T}\int_0^T p(t)\,dt=VI\cos\theta \qquad 1\text{-}50$$

و نسميها القدرة الفعالة أو الحقيقية للحمل، وهي القدرة التي يستهلكها الحمل فعلياً (التي تتحول إلى حرارة في مقاومة مثلاً)، ووحدتها الواط (Watt ورمزه W).

ففي حالة حمل مادي مقاومته R فإن الجهد و التيار لهما نفس الطور وتكون الزاوية $\theta=0$ وبهذا فإن القدرة اللحظية تصبح

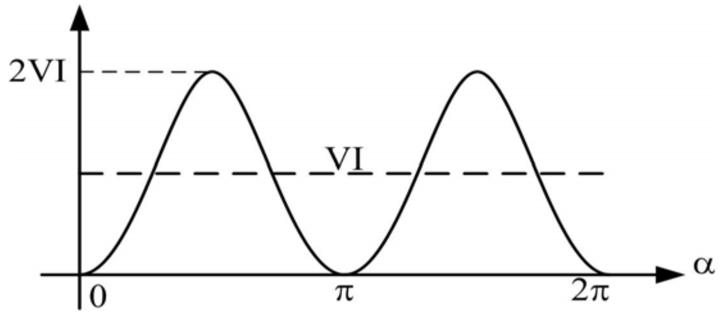
$$p_R(t)=VI-VI\cos 2\omega t \qquad 1\text{-}51$$

وهي مبينة في الشكل ١- ٥٣ نلاحظ أن هذه القدرة موجبة في كل لحظة وهي متذبذبة حول قيمتها المتوسطة

$$P=VI=RI^2=V^2/R \qquad 1\text{-}52$$

بتردد 2f حيث f هو تردد الجهد (والتيار). وهذا يعني أن الحمل المادي يستهلك كل القدرة التي تأتيه من المصدر. أما الشغل الكهربائي المستهلك في المقاومة خلال دورة تيار كاملة فهو

$$W_R=\int_0^T p_R(t)\,dt=VIT=RI^2T=(V^2/R)T \qquad 1\text{-}53$$



الشكل ١- ٥٣ : القدرة اللحظية في مقاومة

أما في حالة حمل حثي (سعوي) فإن الجهد يتقدم (يتأخر) على التيار بزاوية $\theta=90^o$ وبهذا فإن القدرة الفعالة تساوي الصفر، وعليه فإن كلاً من الحمل الحثي والحمل السعوي لا يستهلكان أي قدرة فعلياً وإنما يستعيرانها كما سنرى فيما بعد.

١- ٣- ٣ القدرة الظاهرية ومعامل القدرة

القدرة الظاهرية S في حمل معاوقته Z هي حاصل ضرب القيمة الفعالة للتيار المار في هذا الحمل والقيمة الفعالة للجهد بين طرفيه، ووحدتها الفولط أمبير (VA)، أي

$$S = V\,I = Z\,I^2 = V^2 / Z \qquad 1\text{-}54$$

ورغم أنها ليست هي القدرة المستهلكة فعلياً في كل الحالات إلا أنها مهمة في تحديد القدرة القصوى (المتوفرة عندتيار وجهد معينين) لعدد من الأجهزة كالمحولات مثلاً.

ومن المعادلتين ١- ٥٠ و ١- ٥٤ نرى أن العلاقة بين القدرتين الظاهرية والفعالة هي

$$P = S\cos\theta \qquad 1\text{-}55$$

ونسمي النسبة

$$\cos\theta = \frac{P}{S} \qquad 1\text{-}56$$

معامل القدرة، لأنه يعطي نسبة القدرة المتوفرة التي تستهلك فعلياً من طرف الحمل. فبالنسبة للحمل الذي على شكل مقاومة فإن $\theta=0$، وبهذا فإن كل القدرة الظاهرية الداخلة في المقاومة ستستهلك فعلياً (تحول إلى حرارة). أما بالنسبة لحمل حثي أو سعوي فإن $\cos\theta=0$ ولن يستهلك هذا النوع من الأحمال أي جزء من القدرة الظاهرية فعلياً.

وكلما كان معامل القدرة قريباً من الواحد، كلما كان استعمال القدرة المتوفرة أحسن. وفي الحالات التي يكون فيها هذا المعامل صغيراً، نلجأ إلى تحسينه أي الرفع من قيمته.

١- ٣- ٤ القدرة غير الفعالة

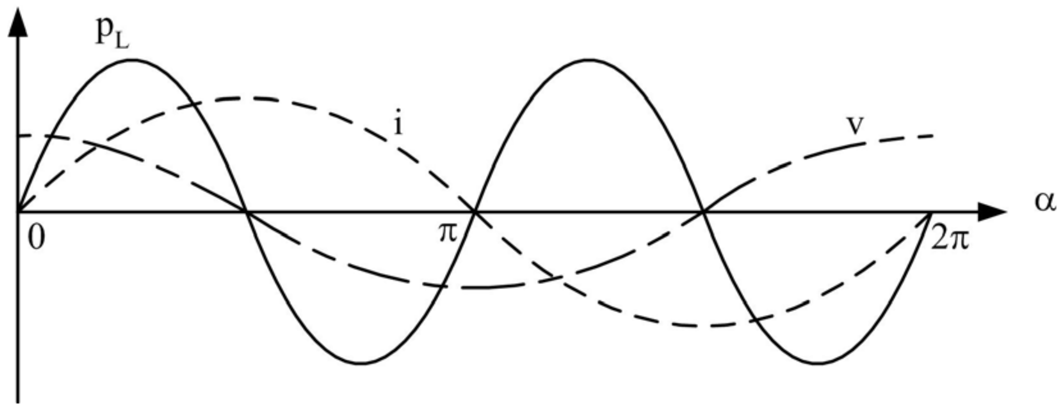
في حالة حمل حثي (ملف) نعوض الزاوية θ بـ 90^o في المعادلة ١- ٤٨، وبهذا تصبح القدرة اللحظية

$$p_L(t) = V\,I\sin 2\omega t \qquad 1\text{-}57$$

وكما نرى فإنها متذبذبة بتردد يساوي ضعف تردد التيار وبقيمة قصوى تساوي القدرة الظاهرية، كما أن قيمتها المتوسطة معدومة.

ويبين الشكل ١- ٥٤ كلاً من القدرة p_L وموجات الجهد والتيار في الحمل الحثي. وهنا فإن الحمل يستعير القدرة الظاهرية VI من المصدر (p_L موجبة) عندما تتساوى إشارة الجهد مع إشارة التيار، وعندئذ فإن الملف يحول طاقة المصدر إلى طاقة مغناطيسية تتخزن في مجاله المغناطيسي. وعندما تختلف إشارة

الجهد مع إشارة التيار فإن الطاقة المغناطيسية تتحول إلى طاقة كهربائية وترجع إلى المصدر. وهكذا فلن يستهلك الملف أي قدرة.



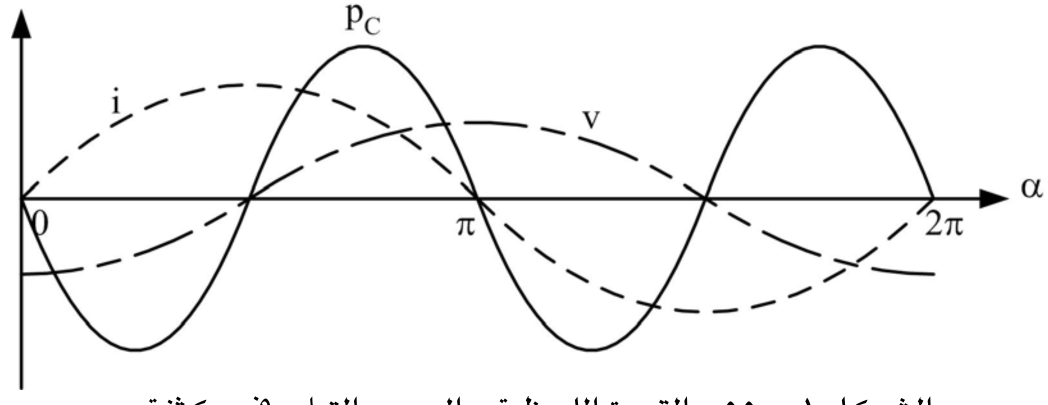
الشكل ١- ٥٤: القدرة اللحظية و الجهد والتيار في ملف

وفي حالة حمل سعوي (مكثفة) فإننا نعوض الزاوية θ بـ$-90°$ في المعادلة ١- ٤٨، وهكذا تصبح القدرة اللحظية

$$p_C(t) = -V\,I\,\sin 2\omega t \qquad 1\text{-}58$$

وكما نرى فإنها متذبذبة بتردد يساوي ضعف تردد التيار وبقيمة قصوى تساوي القدرة الظاهرية، كما أن قيمتها المتوسطة معدومة.

ويبين الشكل ١- ٥٥ كلاً من القدرة p_C وموجات الجهد والتيار في الحمل السعوي. وهنا كذلك فإن الحمل يستعير القدرة الظاهرية VI من المصدر (p_C موجبة) عندما تتساوى إشارة الجهد وإشارة التيار، وعندئذ فإن المكثفة تخزن طاقة المصدر في مجالها الكهروستاتيكي. وعندما تختلف إشارة الجهد مع إشارة التيار فإن الطاقة المخزنة تسترجع إلى المصدر. وهكذا فلن تستهلك المكثفة أي قدرة.



الشكل ١- ٥٥ : القدرة اللحظية و الجهد والتيار في مكثفة

وعلى العموم نعرف القدرة غير الفعالة أو المفاعلة Q في أي حمل معاوقته $\mathbf{Z} = Z\angle\theta$ بالمعادلة

$$Q = V\, I \sin\theta \qquad 1\text{-}59$$

ووحدتها الفولط-أمبير مفاعل (volt-ampere reactive ورمزه VAR) وهي نسبة القدرة الظاهرية التي تستعار من طرف الحمل لإحداث مجال مغناطيسي (ملف) أو مجال كهروستاتيكي (مكثفة).

ففي ملف ممانعته X_L ، فإننا نرمز للقدرة المفاعلة التي يستعيرها بالرمز Q_L وهي تساوي

$$Q_L = V\, I = X_L\, I^2 = V^2 / X_L \qquad 1\text{-}60$$

وكما نرى فإنها موجبة، ولهذا نقول أن الملف "يستهلك" القدرة المفاعلة.

وفي مكثفة ممانعتها X_C ، فإننا نرمز للقدرة المفاعلة التي تستعيرها بالرمز Q_C وهي تساوي

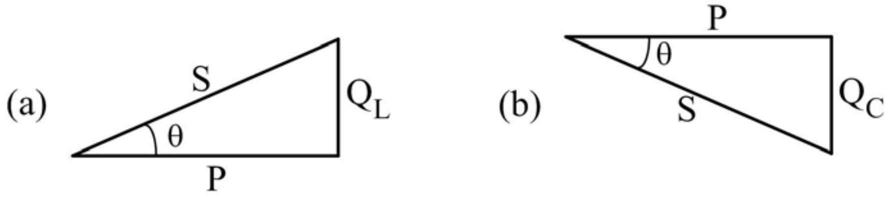
$$Q_C = -V\, I = -X_C\, I^2 = -V^2 / X_C \qquad 1\text{-}61$$

وهي سالبة، ولهذا السبب نقول إن المكثفة "تولد" القدرة المفاعلة.

١- ٣- ٥ مثلث القدرة

نستطيع تمثيل العلاقة بين أنواع القدرة الثلاثة باستعمال مثلث القدرة. فلو رسمنا مثلثاً قائماً تساوي قاعدته القدرة الفعالة، ويساوي ارتفاعه القدرة غير الفعالة، فإن الوتر سيساوي القدرة الظاهرية وذلك حسب المعادلات ١- ٥٠ و ١- ٥٤ و ١- ٥٩.

ويبين الشكلان ١- a٥٦ و ١- b٥٦ مثلثي القدرة في حالة حمل مادي-حثي و في حالة حمل مادي-سعوي. وإذا كان الحمل يحتوي على مقاومة وملف ومكثفة فإن القدرة غير الفعالة Q تساوي مجموع Q_L و Q_C ، حيث Q_L هي القدرة المفاعلة للملف و Q_C هي القدرة المفاعلة للمكثفة. فإذا كانت القدرة الأولى أكبر فإن Q تكون موجبة ويظهر الحمل كأنه مادي-حثي، وإذا كان العكس فإن الحمل يظهر كأنه مادي-سعوي. أما إذا تساوت Q_L و Q_C فإن الحمل يصبح مادي بحت .



الشكل ١- ٥٦ : مثلث القدرة في حمل مادي-حثي (a)، وفي حمل مادي-سعوي (b)

ونستطيع استعمال العلاقة

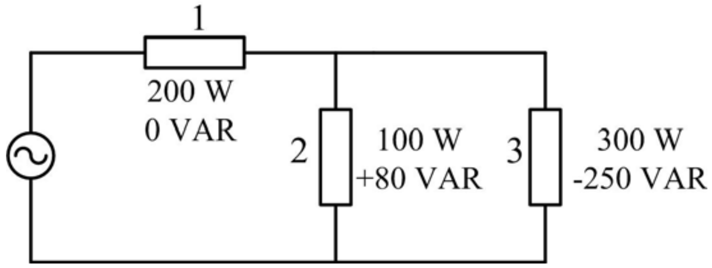
$$S^2 = P^2 + Q^2 \qquad 1\text{-}62$$

لحساب إحدى القدرات عندما تكون القدرتان الأخرتان معلومتين.

في دائرة كهربائية مكونة من عدة عناصر نحسب القدرات الكلية و معامل القدرة الكلي حسب الطريقة الآتية:

- تساوي القدرة الفعالة الكلية P_T مجموع القدرات الفعالة لكل عنصر؛
- تساوي القدرة المفاعلة الكلية Q_T مجموع القدرات المفاعلة لكل عنصر؛
- تعطى القدرة الظاهرية الكلية S_T بالمعادلة $S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2}$. نلاحظ هنا أن القدرة الظاهرية الكلية لا تساوي مجموع القدرات الظاهرية لكل عنصر، فلننتبه لهذا.
- معامل القدرة الكلي هو : $\cos\theta_T = P_T / S_T$

مثال ١- ٣- ١: احسب القدرات الفعالة والمفاعلة والظاهرية الكلية وكذلك معامل القدرة الكلي للدائرة المبينة في الشكل ١- ٥٧ ، ثم ارسم مثلث القدرة. بين طبيعة كل حمل من الأحمال الثلاثة.



الشكل ١- ٥٧

الحل:

القدرة الفعالة الكلية: $P_T = P_1 + P_2 + P_3 = 200 + 100 + 300 = 600$ W

القدرة المفاعلة الكلية: $Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 + 80 - 250 = -170$ VAR

نستنتج أن الحمل الكلي مادي- سعوي.

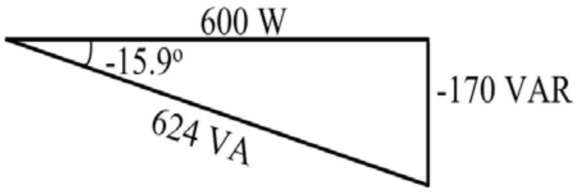
القدرة الظاهرية الكلية:

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = \sqrt{(600)^2 + (-170)^2} = 624 \text{ VA}$$

معامل القدرة الكلي :

$$\cos\theta_T = \frac{P_T}{S_T} = \frac{600}{624} = 0.96$$

ويتقدم التيار الكلي على الجهد المؤثر بالزاوية $\theta_T = 15.9^o$. ويبين الشكل ١- ٥٨ مثلث القدرة.



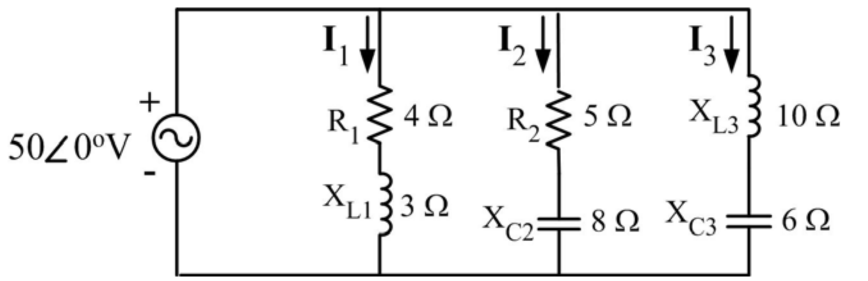
الشكل ١- ٥٨

طبيعة الأحمال: الحمل 1: مادي ، الحمل، 2: مادي-حثي ، الحمل 3: مادي-سعوي .

مثال ١- ٣- ٢:

أ- احسب القدرات الفعالة والمفاعلة والظاهرية وكذلك معامل القدرة لكل فرع من فروع الدائرة المبينة في الشكل ١- ٥٩

ب- احسب القدرات الفعالة والمفاعلة والظاهرية الكلية وكذلك معامل القدرة الكلي للدائرة.



الشكل ١- ٥٩

الحل:

أ-

الفرع 1:

$$\mathbf{I}_1=\frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_1}=\frac{50\angle 0^\circ}{4+j3}=\frac{50\angle 0^\circ}{5\angle 36.9^\circ}=10\angle -36.9^\circ\ \text{A}$$

$$P_1=R_1\,I_1^2=4\times 10^2=400\,\text{W}$$

$$Q_1=X_{L1}\,I_1^2=3\times 10^2=300\,\text{VAR}$$

$$S_1=V\,I_1=50\times 10=500\,\text{VA}$$

$$\cos\theta_1=\frac{P_1}{S_1}=\frac{400}{500}=0.8$$

الفرع 2:

$$\mathbf{I}_2=\frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_2}=\frac{50\angle 0^\circ}{5-j8}=\frac{50\angle 0^\circ}{9.43\angle -58^\circ}=5.3\angle 58^\circ\ \text{A}$$

$$P_2=R_2\,I_2^2=5\times 5.3^2=141\,\text{W}$$

$$Q_2=-X_{C2}\,I_2^2=-8\times 5.3^2=-225\,\text{VAR}$$

$$S_2=V\,I_2=50\times 5.3=265\,\text{VA}$$

$$\cos\theta_2=\frac{P_2}{S_2}=\frac{140.5}{265}=0.53$$

الفرع 3:

$$\mathbf{I}_3=\frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_3}=\frac{50\angle 0^\circ}{j10-j6}=\frac{50\angle 0^\circ}{4\angle 90^\circ}=12.5\angle -90^\circ\ \text{A}$$

$$P_3 = 0\,W$$
$$Q_3 = (X_{L3} - X_{C3})\, I_3^2 = (10-6)\, 12.5^2 = 625\,VAR$$
$$S_3 = V\, I_3 = 50 \times 12.5 = 625\,VA$$
$$\cos\theta_3 = \frac{P_3}{S_3} = 0$$

ب-

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 = 400 + 141 = 541\ W$$
$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 300 - 225 + 625 = 700\ VAR$$
$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = \sqrt{(541)^2 + (700)^2} = 885\,VA$$
$$\cos\theta_T = \frac{P_T}{S_T} = \frac{541}{885} = 0.61$$

١- ٣- ٦ استخدام الواتميتر لقياس القدرة الفعالة

هناك عدة أنواع من الواطميترات، وهي تحتوي على ملفات للتيار وملفات للجهد، وتعتمد قراءتها على زاوية الطور بينهما. ومن بين الأجهزة المستعملة نذكر الواتميتر الكهروديناميكي والواتميتر الحثي.

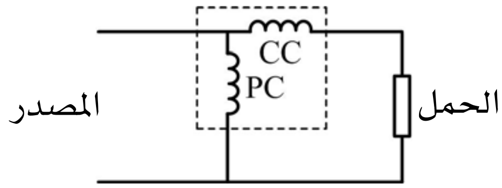
ويحتوي جهاز الواتميتر على ملفين: يغذى الملف الأول بتيار الحمل ويعرف هذا الملف بملف التيار، أما الملف الآخر والمعروف بملف الجهد فإنه يغذى بتيار يتناسب مع الجهد بين طرفي الحمل.

وهناك طريقتان لتوصيل جهاز الواتميتر لقياس القدرة التي يستهلكها حمل معين :

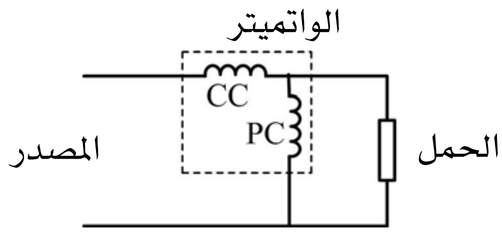
ففي الطريقة الأولى المبينة في الشكل ١- ٦٠، نوصل ملف التيار (CC في الشكل) على التوالي مع الحمل، أما ملف الجهد (PC في الشكل) فإنه يوصل عبر ملف التيار والحمل معاً. وهنا فإن القدرة المقاسة أكبر من القدرة التي يستهلكها الحمل لأننا نقيس كذلك القدرة المفقودة في ملف التيار.

وفي الطريقة الثانية المبينة في الشكل ١- ٦١، فإننا نوصل ملف الجهد PC عبر أطراف الحمل فقط، وهنا فإن التيار المار في ملف التيار CC يساوي مجموع قيمتي التيار المار في الحمل والتيار المار في ملف الجهد، وعلى ذلك فإن القدرة المقاسة تساوي مجموع القدرة الحقيقية والقدرة المستهلكة في ملف الجهد.

الواتميتر



الشكل ١- ٦٠: الطريقة الأولى لتوصيل الواتميتر



الشكل ١- ٦١: الطريقة الثانية لتوصيل الواتميتر

وتعتمد طريقة توصيل الواتميتر على نوع الحمل المراد قياسه. فعندما يكون الحمل صغيراً يستحسن استعمال الطريقة الأولى لأن في هذه الحالة يكون هبوط الجهد عبر ملف التيار (ذي المقاومة الصغيرة) صغيراً يمكن إهماله. أما إذا كان الحمل كبيراً ، فمن الأفضل استعمال الطريقة الثانية لأن قيمة التيار المار في ملف الجهد (ذي المقاومة الكبيرة) صغيرة في هذه الحالة.

وتزود كثير من الواتميترات بملفات خاصة لتعويض الخطأ الناتج عن فقد القدرة في أحد ملفي الجهاز.

مثال ١- ٣- ٣: إذا كانت القيمة الفعالة للجهد بين طرفي حمل $V=220V$ ، وكانت القيمة الفعالة للتيار المار فيه $I=3A$ ، وكان معامل قدرته $\cos\theta=0.8$ ، احسب القدرة التي يقيسها واتميتر حسب الطريقتين، علماً أن مقاومة ملف الجهد للجهاز $R_V=2000\Omega$ ، ومقاومة ملف التيار للجهاز $R_i=3\Omega$.

الحل:

القدرة الحقيقية التي يستهلكها الحمل:

$$P = V\, I \cos\theta = 220\times3\times0.8 = 528\ \text{W}$$

حسب الطريقة الأولى:

القدرة المستهلكة في ملف التيار:

$$P_i = R_i\, I^2 = 3\times3^2 = 27\ \text{W}$$

القدرة التي يقيسها الجهاز :

$$P_T = P + P_i = 528 + 27 = 555\ \text{W}$$

حسب الطريقة الثانية:

القدرة المستهلكة في ملف الجهد:

$$P_v = V^2/ R_v = 220^2/2000 = 24.2\ \text{W}$$

القدرة التي يقيسها الجهاز :

$$P_T = P + P_v = 528 + 24.2 = 552.2\ \text{W}$$

مسائل الفصل الثالث

١- ٣- ١ احسب القدرات الفعالة والمفاعلة والظاهرية التي يوفرها مصدر الدائرة المبينة في الشكل١-٢- ٣ أعلاه (مسائل الفصل الثاني) ، ثم احسب معامل القدرة الكلي للدائرة.

١- ٣- ٢ احسب القدرة غير الفعالة التي يستهلكها ملف الدائرة المبينة في الشكل١- ٢- ٧ أعلاه (مسائل الفصل الثاني).