الوحدة الثانية

إقامة وإسقاط الأعمدة وحساب الأطوال والمساحات

الوحدة الثانية

إقامة وإسقاط الأعمدة وحساب الأطوال والمساحات

الأهداف:

عندما تكتمل هذه الوحدة تكون لدى المتدرب القدرة على أن :

1. يقيم إقامة الأعمدة بالشريط.
2. يحسب الأطوال.
3. يحسب المساحات.

مستوى الأداء المطلوب:

يجب أن يتمكن المتدرب في نهاية تدربه في هذه الوحدة من أن يكون قادراً على أن:

1- يقيس بواسطة الشريط ويقيم ويسقط الأعمدة

2 - يحسب مساحة الأشكال المتعددة الأضلاع.

3 - يحسب مساحة الأشكال المحددة بمنحنيات خاصة.

الوقت المتوقع للتدريب :

يتوقع أن يتدرب المتدرب على محتويات هذه الوحدة في 16 ساعات تدريبية.

الوسائل المساعدة:

أنواع شريط القياس وشوك وشوا خص لمساعدة المدرب على الشرح وتسهيل الفهم للمتدرب .

متطلبات الجدارة:

أن يستطيع المتدرب القياس بواسطة الشريط

أن يحسب المتدرب مساحات الأشكال المتعددة الأضلاع .

أن يحسب المتدرب مساحات الأشكال المحددة بمنحنيات خاصة

إقامة و إسقاط الأعمدة بالشريط

مقدمة :

عند بداية أي مشروع لابد من عمل رفع مساحي للأرض، وقد نصادف عوائق أثناء الرفع المساحي والذي لابد من حله بطريقة إسقاط أو إقامة الأعمدة، ولذلك لابد من التدريب على طرق إسقاط وإقامة الأعمدة بالشريط.

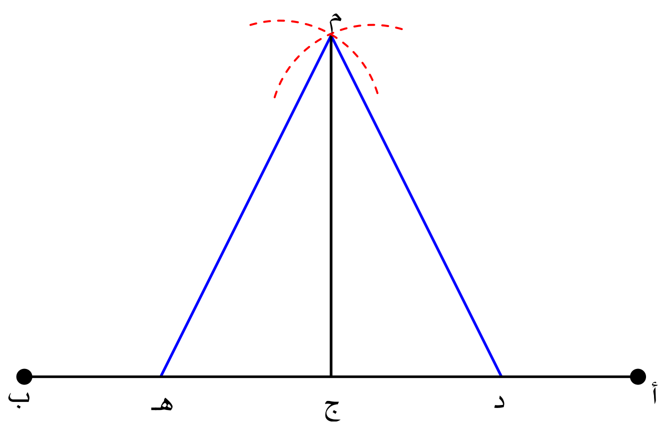
نظرية من قوانين المثلثات: الخط الواصل من رأس المثلث المتساوي الساقين إلى منتصف القاعدة يكون عمودياً على هذه القاعدة .

أولاً : إقامة عمود بالشريط :

يمكن إقامة عمود بالشريط من نقطة معلومة على أي خط معلوم بطريقة المثلث المتساوي الساقين .

تدريب عملي:

المطلوب إقامة عمود من نقطة معلومة هي (ج) على خط معلوم هو (أ ب) بطريقة المثلث المتساوي الساقين .



شكل إقامة عمود بالشريط

الأدوات المستخدمة:

1. شريطي قياس لهما طول مناسب.
2. شوك.
3. شواخص.

خطوات العمل:

1. نحدد نقطتين على الخط (أ ب) إحداهما على يمين النقطة (ج) ولتكن النقطة (د) والأخرى على يسارها ولتكن النقطة (هـ) وتكون المسافة (د ج) = (هـ ج) كما بالشكل المقابل .
2. نثبت صفر الشريط عند النقطة (د) ونمد الشريط بمسافة مناسبة ونرسم قوساً على الأرض.
3. نثبت صفر الشريط عند النقطة (هـ) وبنفس المسافة السابقة نرسم قوساً آخر يقطع القوس الأول في نقطة ولتكن (م). فيكون الخط (م ج) هو العمود المراد إقامته على الخط (أ ب) من نقطة (ج).

ثانياً: إسقاط عمود بالشريط :

يمكن إسقاط عمود بالشريط من نقطة معلومة يمكن الوصول إليها على خط معلوم بطريقة المثلث المتساوي الساقين .

تدريب عملي:

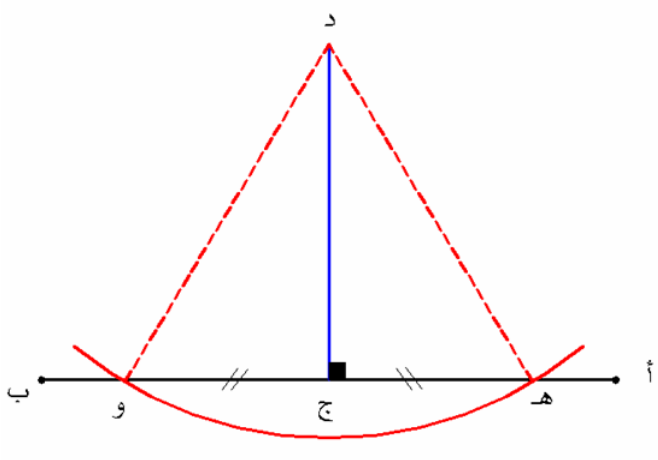
المطلوب إسقاط عمود بالشريط من نقطة معلومة هي (د) على خط معلوم هو (أ ب) بطريقة المثلث المتساوي الساقين .

الأدوات المستخدمة:

1. شريطي قياس لهما طول مناسب.
2. شوك.
3. شواخص.

خطوات العمل:

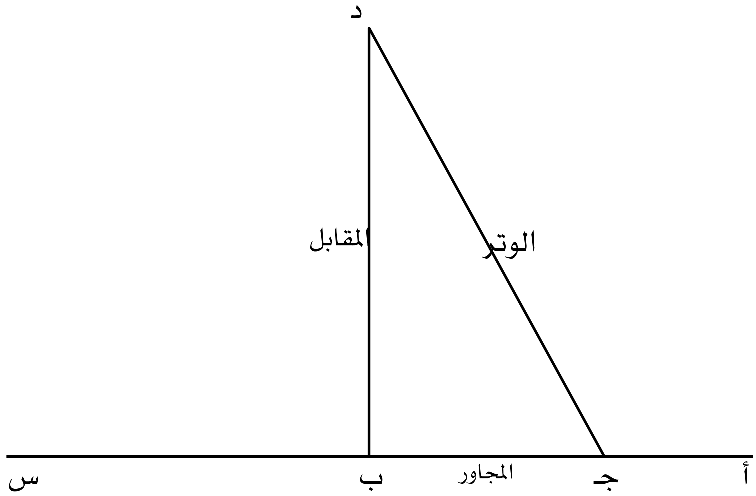
1. نثبت صفر الشريط عند النقطة (د) المطلوب إسقاطها كمركز.
2. نمد الشريط أفقياً بمسافة مناسبة ونرسم قوساً يقطع الخط (أب) في نقطتين هما (هـ، و) كما في الشكل التالي :



شكل إسقاط عمود بالشريط

3. ننصف الخط (هـ و) وتكون نقطة (ج) في منتصف المسافة بين النقطة (هـ) والنقطة (و) فيكون الخط (ج د) هو العمود المطلوب إسقاطه من النقطة (د) .

ثالثاً : إقامة عمود باستخدام نظرية فيثاغورث :



نظرية : المربع المنشأ على الوتر يكافئ مجموع المربعين المنشأين على الضلعين الآخرين .

تدريب عملي :

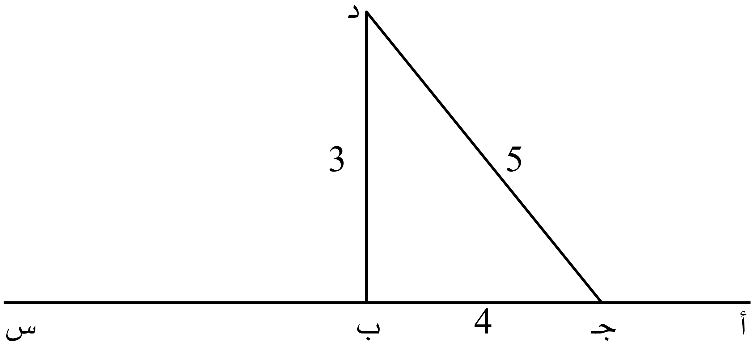
المطلوب إقامة عمود باستخدام نظرية فيثاغورث من النقطة (د) على الخط (أس) .

الأدوات المستخدمة:

1. شريطي قياس لهما طول مناسب.
2. شوك.
3. شواخص.

خطوات العمل: -

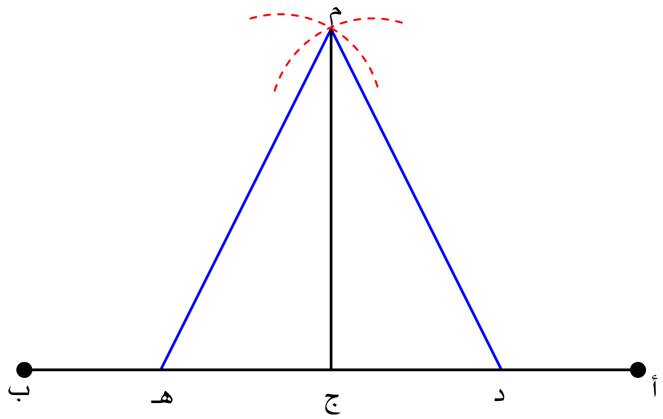
1. نثبت صفر الشريط عند النقطة (جـ) وبقياس مسافة مقدارها 5 أمتار ونضيف إليها مسافة 3 متر وبذلك تكون المسافة 8 أمتار ونضيف إليها مسافة 4 متر وتكون المسافة 12 م كما في الشكل التالي :



2. يقوم أحد أفراد الطاقم بتثبيت صفر الشريط عند نقطة (جـ) ومعه في نفس الوقت الرقم (المسافة) على الشريط 12 متراً.
3. يمسك الفرد الآخر عند نقطة (ب) وتكون المسافة 8 أمتار يشد الشريط وهو على نفس المسافات نحصل على مثلث فيثاغورث وتكون النقطة (ب) هي النقطة المطلوبة ويكون (ب د) هو العمود المقام.

تمارين على إسقاط وإقامة الأعمدة

تمرين(1):المطلوب إقامة عمود طوله 10م على الخط (أب) من النقطة (ج) والتي تنتمي إلى الخط وتقع في منتصف الخط الذي طوله 20م كما في الشكل.

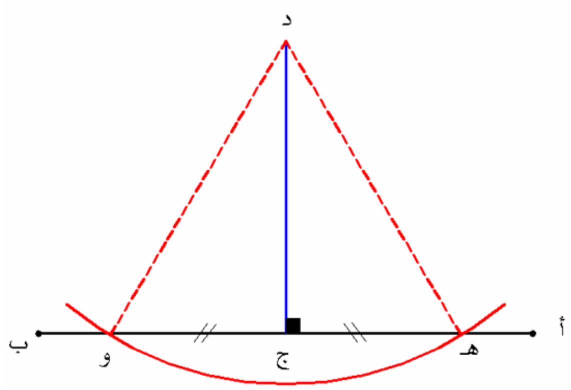


شكل إقامة عمود بالشريط

تمرين(2):

المطلوب إسقاط عمود من النقطة

(د) والتي تبعد عن الخط (أب) 12م ويلتقي بالنقطة (ج) والتي تنتمي إلى الخط (أب) وتقع في منتصف الخط الذي طوله 25م .



تمرين(3):

المطلوب إقامة عمود باستخدام نظرية فيثاغورث من النقطة (د) والتي تبعد عن الخط (أب) 6م ويلتقي بالنقطة (ج) والتي تنتمي إلى الخط (أب) وتقع في منتصف الخط الذي طوله 20م .

حساب الأطوال و المساحات

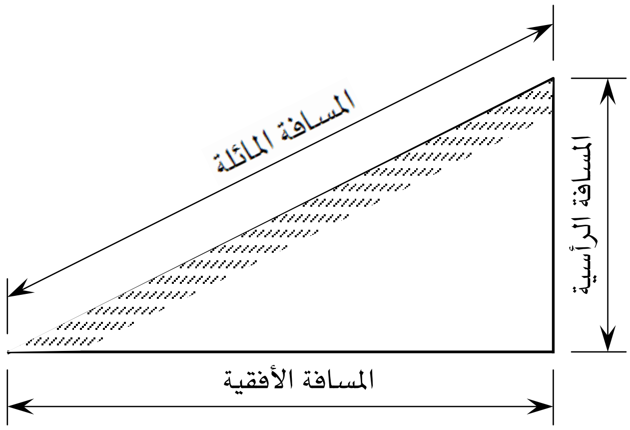
مقـدمـة :

في الأعمال الإنشائية يتعامل المساح مع أنواع مختلفة من المسافات (الأطوال) التي يتوقف طرق قياسها على نوعية وطبيعة الأرض والتي لابد من قياسها حتى يمكن حساب المساحات والحجوم، وقد تم تقسيم المسافات إلى ثلاثة أنواع هي :

1 – المسافة الأفقية .

2 – المسافة المائلة .

3 – المسافة الرأسية .



وفي هذه الوحدة سوف نتعرف على المسافة الأفقية والمسافة المائلة والمسافة الرأسية ، وكذلك سنجري بعض العمليات الحسابية لإيجاد المسافة الأفقية والمسافة الرأسية مع إعطاء أمثلة محلولة لتسهيل فهم المتدرب لطرق حساب المسافة الأفقية والمسافة الرأسية والشكل يوضح أنواع المسافات.

1 – المسافة الأفقية :

وهي التي يجب التعامل معها في العمليات الحسابية المساحية.

2 – المسافة المائلة :

ولابد من تحويلها إلى مسافة أفقية لاستخدامها في العمليات الحسابية المساحية ، ويتم حساب المسافة الأفقية من المسافة المائلة بمعرفة مقدار الميل لهذه المسافة.

و أيضا نحتاج إلى حساب المسافة الرأسية المقابلة للمسافة المائلة وذلك لاستخدامها في عمليات حساب المناسيب.

3 – المسافة الرأسية:

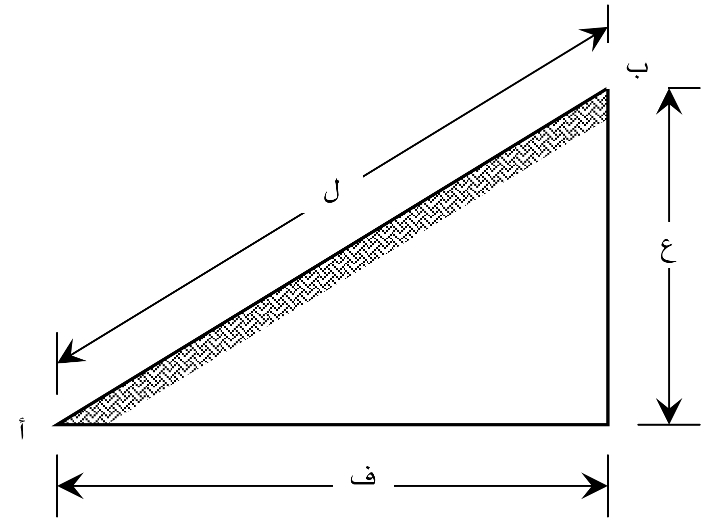
وتستخدم في عمليات حساب المناسيب وفروق الارتفاعات بين المواقع والأهداف الواقعة في المناطق الجبلية .

1. حساب المسافة الأفقية :

يعتمد حساب المسافة الأفقية على طريقة الرصد والمعلومات المرصودة، وسنوضح بعض الطرق المستخدمة في حساب المسافة الأفقية:

أ- حساب المسافة الأفقية بمعلومية المسافة المائلة وفرق المنسوب:

يتم حساب المسافة الأفقية بقياس المسافة المائلة وتعيين فرق المنسوب بين نهايتي الخط والشكل المقابل يوضح العلاقة بين المسافة المقاسة للخط (أ ب) على أرض منتظمة الانحدار والمسافة الأفقية المقابلة لها وفرق المنسوب بين طرفي الخط (أ ب) .



وفي غالب طرق الرصد يتم تعيين فرق المنسوب بين طرفي الخط بواسطة الميزانية العادية وهو المبين بالرمز (ع) في الرسم، وأما المسافة المائلة (ل) فتقاس مباشرة بالشريط، وأما المسافة الأفقية المطلوب حسابها فيرمز لها (ف) على الرسم.

ولأن الشكل الذي يربط العناصر الثلاثة (ل ، ع ، ف) مثلث قائم الزاوية ، يمكن تطبيق نظرية فيثاغورث للمثلث القائم الزاوية:

$$\text{المسافة الأفقية (ف)} = \sqrt{(\text{المسافة المائلة (ل)})^2 - (\text{فرق المنسوب (ع)})^2}$$

مثال(1):

قام مساح بقياس المسافة المائلة على أرض منتظمة الانحدار بين النقطة (أ) والنقطة (ب) فكانت 179م، وقام بتعيين فرق المنسوب بينهما فكان 13م . احسب المسافة الأفقية بينهما.

الحل:

المسافة الأفقية (أب) = $\sqrt{(ل)^2 - (ع)^2}$

$= \sqrt{(179)^2 - (13)^2}$

$= \sqrt{32041 - 169} = \sqrt{31872}$

= 178.527 م

مثال 2:

تم قياس المسافة المائلة بين النقطة (أ) والنقطة (ب) على أرض منتظمة الانحدار فكانت 145.25م ، وتم تعيين فرق المنسوب بين النقطتين (أ ، ب) فوجد أنه يساوي 16.34م . احسب المسافة الأفقية بين النقطتين .

الحل:

المسافة الأفقية (أب) = $\sqrt{(ل)^2 - (ع)^2}$

$= \sqrt{(145.25)^2 - (16.34)^2}$

$= \sqrt{21097.562 - 266.996}$

$= \sqrt{2083.894}$

= 144.328 م

ب- حساب المسافة الأفقية بمعلومية المسافة المائلة و نسبة الانحدار:

نظراً لأهمية المسافة الأفقية في الأعمال والمشاريع الهندسية، يمكن حساب المسافة الأفقية بين نقطتين بمعلومية المسافة المائلة ونسبة الانحدار من القانون التالي:

$$ف = م_2 \times ل \div \sqrt{(م_1)^2 + (م_2)^2}$$

حيث:

ف = المسافة الأفقية .

$م_2$ = المسافة الأفقية من نسبة الميل .

$م_1$ = المقدار الرأسي من نسبة الميل .

ل = المسافة المائلة .

ملحوظة:

- يتم التعبير عن نسب الميل والانحدار في صورة نسبة مثل 1 : 2 حيث يمثل الحد الأول من النسبة المقدار الرأسي وسوف نرمز له بالرمز ($م_1$) أما الحد الثاني من النسبة فيمثل المسافة الأفقية وسوف نرمز له بالرمز ($م_2$).
- ويمكن التعبير عن نسبة الانحدار أو الميل في صورة مئوية 2٪ ، وهذه تعني أن لكل 100م مسافة أفقية تكون الرأسية 2م .

مثال(1):

قيست المسافة المائلة على سطح طريق بين النقطتين (أ ، ب) فكانت 285م ، وكان الانحدار التصميمي لهذا الطريق 4٪ ، احسب المسافة الأفقية بين نقطة (أ)، ونقطة (ب) .

الحل:

نسبة الانحدار (م1 : م2) = 4 : 100 ، ل = 285م

$$\text{ف} = \text{م}_2 \times \text{ل} \div \sqrt{(\text{م}_1)^2 + (\text{م}_2)^2}$$

$$= 100 \times 285 \div \sqrt{(4)^2 + (100)^2}$$

$$= 28500 \div \sqrt{16 + 10000}$$

$$= 28500 \div 100.078$$

$$= 284.77\text{م}$$

مثال(2):

قيست المسافة المائلة على أرض منتظمة الانحدار بين النقطتين (أ ، ب) فكانت 224م ، وكانت نسبة الانحدار 1:2 ، احسب المسافة الأفقية للمنحدر .

الحل:

نسبة الانحدار (م1 : م2) = 1 : 2 ، ل = 224م

$$\text{ف} = \text{م}_2 \times \text{ل} \div \sqrt{(\text{م}_1)^2 + (\text{م}_2)^2}$$

$$= 2 \times 224 \div \sqrt{(1)^2 + (2)^2}$$

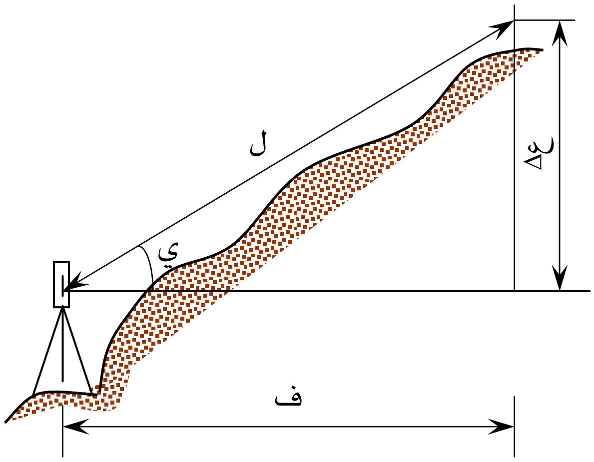
$$= 448 \div \sqrt{1 + 4}$$

$$= 448 \div 2.236$$

$$= 200.3578\text{م}$$

جـ- حساب المسافة الأفقية بمعلومية المسافة المائلة والزاوية الرأسية:

يتم حساب المسافة الأفقية بمعلومية المسافة المائلة والزاوية الرأسية إما باستخدام البرنامج المجهز به جهاز الرفع الشامل أو بحسابه يدوياً من خلال القانون التالي:



المسافة الأفقية (ف) = المسافة المائلة (ل) × جتا الزاوية الرأسية (ى)	
ف = ل × جتا ى	

حيث :

ف = المسافة الأفقية .

ل = المسافة المائلة .

Δع = فرق المنسوب .

مثال :

أجرى مساح عملية قياس المسافة المائلة بين نقطة المرصد (أ)، ونقطة الهدف (ب) فكانت 273.400م ، و قام برصد الزاوية الرأسية لارتفاع الهدف (ب) فوق مستوى المحور الأفقي للجهاز فوق المرصد (أ) فكانت $05^\circ\ 20'\ 35''$. احسب المسافة الأفقية بين (أ ، ب) .

الحل:

المسافة الأفقية (ف) = ل × جتا ى

= 273.400 × جتا ($05^\circ\ 20'\ 35''$)

= 273.400 × 0.996

= 272.306م

تمارين:

تمرين (1) :

قام مساح بقياس المسافة المائلة بين نقطة المرصد (أ) ونقطة الهدف (ب) فكانت 325.35م ، ثم قام برصد الزاوية الرأسية لارتفاع الهدف (ب) فكانت 04° 23′ 40″ . احسب المسافة الأفقية بين النقطتين (أ ، ب) .

تمرين (2) :

تم قياس المسافة المائلة على أرض منتظمة الانحدار بين النقطة (أ) والنقطة (ب) فكانت 112م ، وتم حساب فرق المنسوب بينهما فكان يساوي 9م . احسب المسافة الأفقية بين النقطتين .

تمرين (3) :

أجرى مساح عملية القياس بين نقطتين على أرض منتظمة الميل فوجد أنها تساوي 323م، وقام بحساب فرق المنسوب بينهما فوجد أنه يساوي 21.32م . احسب المسافة الأفقية بين النقطتين.

تمرين (4) :

قام مساح بعملية القياس بين النقطة (أ) والنقطة (ب) على أرض منتظمة الميل فوجد أنها تساوي 430م ، وبتعين فرق المنسوب بينهما وجد أنه يساوي 18.60م . احسب المسافة الأفقية بين النقطتين.

تمرين (5) :

أجرى مساح عملية قياس المسافة المائلة بين نقطة المرصد (أ)، ونقطة الهدف (ب) فكانت 288.65م ، و قام برصد الزاوية الرأسية لارتفاع الهدف (ب) فوق مستوى المحور الأفقي للجهاز فوق المرصد (أ) فكانت 03° 10′ 25″ . احسب المسافة الأفقية بين (أ ، ب) .

2 - حساب المسافة الرأسية :

مقدمة:

أوضحنا من قبل أن المسافة الرأسية تستخدم في عمليات حساب المناسيب وفروق الارتفاعات بين المواقع والأهداف، ويمكن حساب المسافة الرأسية بمعلومية المسافة المائلة ونسبة الانحدار أو بمعلومية المسافة المائلة والزاوية الرأسية وسوف نوضح ذلك بالتفصيل.

أ- حساب المسافة الرأسية بمعلومية المسافة المائلة و نسبة الانحدار:

يمكن حساب طول المسافة الرأسية إذا علم أن طول المسافة المائلة ونسبة الانحدار للميل من خلال القانون التالي :

$$ف = م_1 \times ل \div \sqrt{(م_1)^2 + (م_2)^2}$$

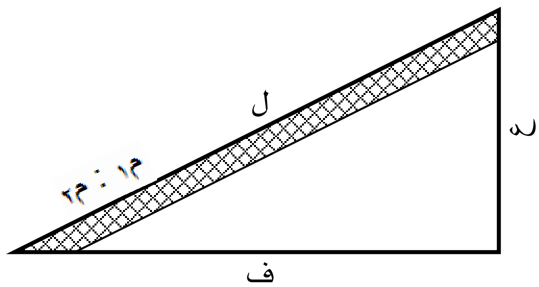
حيث:

ع = المسافة الرأسية .

م1 = المقدار الرأسي من نسبة الميل .

م2 = المسافة الأفقية من نسبة الميل .

ل = المسافة المائلة .



مثال(1):

قيست المسافة المائلة على سطح طريق إسفلت بين نقطتين (أ ،ب) فكانت 135 متر، وكان الانحدار التصميمي لهذا الطريق 1 : 6 ، احسب المسافة الرأسية بين المستوى الأفقي المار بنقطة (أ) والمستوى الأفقي المار بنقطة (ب) .

الحل:

نسبة الانحدار (م_1 : م_2) =1 : 6 ، ل = 135 م

$$\text{ف} = \text{م}_1 \times \text{ل} \div \sqrt{(\text{م}_1)^2 + (\text{م}_2)^2}$$

$$= 1 \times 135 \div \sqrt{(1)^2 + (6)^2}$$

$$= 135 \div \sqrt{1 + 36}$$

$$= 135 \div 6.083 = 22.193\text{م}$$

مثال(2):

قيست المسافة المائلة على سطح طريق ترابي ممهد بين النقطتين (أ ، ب) فكانت 165م، وكان الانحدار التصميمي لهذا الطريق 4٪، احسب المسافة الرأسية التي تمثل ارتفاع نقطة(أ) فوق المستوى الأفقي المار بنقطة (ب) .

الحل:

نسبة الانحدار (م_1 : م_2) = 4 : 100 ، ل = 165م

$$\text{ف} = \text{م}_1 \times \text{ل} \div \sqrt{(\text{م}_1)^2 + (\text{م}_2)^2}$$

$$= 4 \times 165 \div \sqrt{(4)^2 + (100)^2}$$

$$= 660 \div \sqrt{10016}$$

$$= 660 \div 100.08$$

$$= 6.594 \text{ م}$$

ب- حساب المسافة الرأسية (فرق المنسوب) بمعلومية المسافة المائلة والزاوية الرأسية:

كما سبق بيانه في البند السابق في معظم الأعمال المساحية يتم قياس المسافة المائلة بين نقطة المرصد ونقطة الهدف بالإضافة إلى الزاوية الرأسية ومن هذه العناصر المرصودة يتم حساب المسافة الأفقية بين المرصد والهدف، وفي هذا البند سوف نتعرف على كيفية حساب المسافة الرأسية.

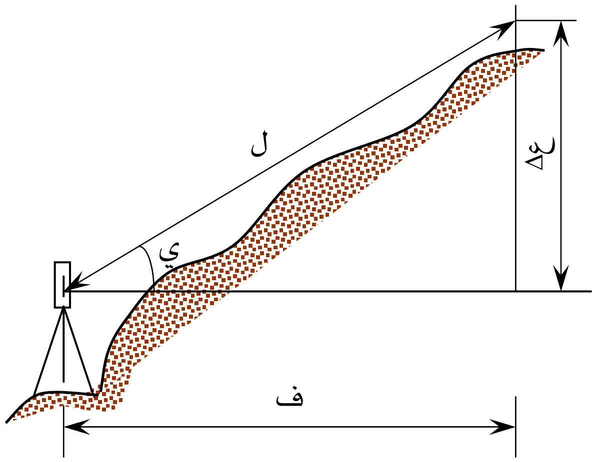
المسافة الرأسية (Δع) = المسافة المائلة (ل) × جا الزاوية الرأسية (ى)

Δع = ل × جا ى

حيث : ل = المسافة المائلة .

Δع = المسافة الرأسية .

ي = الزاوية الرأسية .



مثال(1) :

قاس مساح المسافة المائلة بين نقطة المرصد (أ)، ونقطة الهدف (ب) فكانت 345.3م ، ثم قام برصد الزاوية الرأسية لارتفاع الهدف (ب) فوق المستوى الأفقي لمحور الجهاز فوق المرصد (أ) فكانت $06° \ 24' \ 32''$. احسب المسافة الرأسية بين النقطتين (أ ،ب) المقابلة للزاوية الرأسية المرصودة .

الحل:

المسافة الرأسية (Δع) = ل × جا ى

= 345.3 × جا ($06° \ 24' \ 32''$)

= 345.3 × 0.1116

= 38.543م

مثال(2) :

قام مساح بقياس المسافة المائلة بين نقطة المرصد (أ)، ونقطة الهدف (ب) فكانت 224.5م ، ثم رصد بالجهاز الزاوية الرأسية لارتفاع الهدف (ب) فوق المستوى الأفقي لمحور الجهاز فوق المرصد (أ) فكانت $05^\circ\ 15'\ 25''$. احسب المسافة الرأسية بين النقطتين (أ ،ب) المقابلة للزاوية الرأسية المرصودة .

الحل:

المسافة الرأسية (Δع) = ل × جا ى

= 224.5 × جا ($05^\circ\ 15'\ 25''$)

= 224.5 × 0.0916

= 20.569م

تمارين على حساب المسافة الرأسية بمعلومية المسافة المائلة ونسبة الانحدار

تمرين (1):

قيست المسافة المائلة على سطح طريق أسفلت بين نقطتين (أ ،ب) فكانت 140 م، وكان الانحدار التصميمي لهذا الطريق 7.5٪، احسب المسافة الرأسية بين المستوى الأفقي المار بنقطة (أ) والمستوى الأفقي المار بنقطة (ب) .

تمرين (2):

قيست المسافة المائلة على سطح طريق ترابي ممهد بين النقطتين (أ ، ب) فكانت 74م، وكان الانحدار التصميمي لهذا الطريق 1 : 5 ، احسب المسافة الرأسية التي تمثل ارتفاع نقطة(أ) فوق المستوى الأفقي المار بنقطة (ب) .

تمرين (3) :

قام مساح بقياس المسافة المائلة بين نقطة المرصد (أ)، ونقطة الهدف (ب) فكانت 423.5م ، ثم قام برصد الزاوية الرأسية لارتفاع الهدف (ب) فوق المستوى الأفقي لمحور الجهاز فوق المرصد (أ) فكانت $22'' \ 14' \ 07^\circ$. احسب المسافة الرأسية بين النقطتين (أ ،ب) المقابلة للزاوية الرأسية المرصودة .

تمرين (4) :

قاس مساح المسافة المائلة بين نقطة المرصد (أ)، ونقطة الهدف (ب) فكانت 356.4م ، ثم قام برصد الزاوية الرأسية لارتفاع الهدف (ب) فوق المستوى الأفقي لمحور الجهاز فوق المرصد (أ) فكانت $28'' \ 18' \ 04^\circ$. احسب المسافة الرأسية بين النقطتين (أ ،ب) المقابلة للزاوية الرأسية المرصودة .

تمرين (5) :

تم قياس المسافة المائلة بين نقطة المرصد (أ)، ونقطة الهدف (ب) فكانت 260.5م ، ثم رصد الزاوية الرأسية لارتفاع الهدف (ب) فوق المستوى الأفقي لمحور الجهاز فوق المرصد (أ) فكانت $45'' \ 24' \ 03^\circ$. احسب المسافة الرأسية بين النقطتين (أ ،ب) المقابلة للزاوية الرأسية المرصودة .

حساب مساحات الأشكال

مقدمة :

يعتبر حساب المساحات في الخرائط أو الطبيعة من العمليات الأساسية بالنسبة للمراقب الفني. وترتبط دقة حساب المساحة بدقة القياس، إلا أن القياس من الخرائط هو الأكثر شيوعاً عند حساب المساحات وذلك لسهولة القياس من الخريطة رغم ما يوجد فيها من أخطاء التوقيع للأعمال المساحية.

و يلاحظ أن قطع الأراضي أو الأشكال المطلوب تعيين مساحتها في الطبيعة على هيئة أشكال هندسية منتظمة أو غير منتظمة الشكل فالأشكال المنتظمة هي الأشكال البسيطة مثل المثلث والمربع والمستطيل ومتوازي الأضلاع والمعين وشبه المنحرف.

و الأشكال غير المنتظمة هي ذات الحدود المتعددة والمتعرجة والتي لا يمكن وصفها بشكل هندسي منتظم أو بسيط.

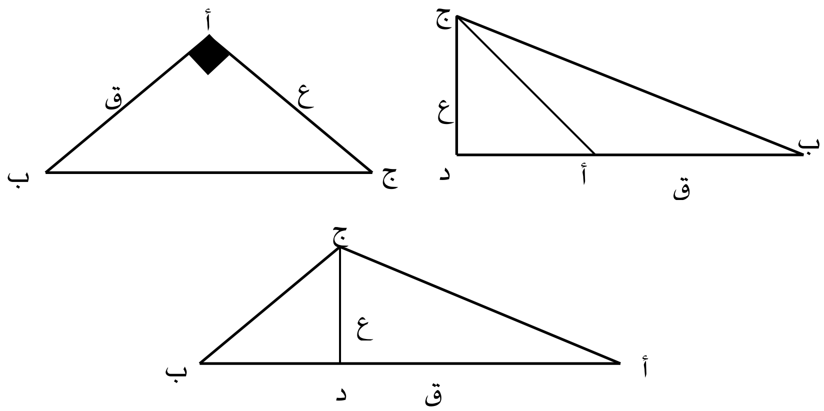
مساحة الأشكال المنتظمة :

مساحة المثلث:

تتوقف طريقة حساب مساحة المثلث على المعلومات والأرصاد المتاحة في المثلث.

أ- مساحة المثلث إذا كان معلوم طول قاعدته وارتفاعه .

الأشكال التالية تبين أوضاع مختلفة للمثلث .



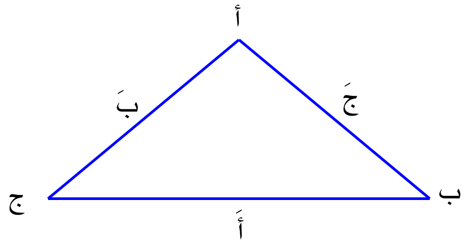
قانون حساب مساحة المثلث :

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × القاعدة × الارتفاع

م = $\frac{١}{٢}$ × ق × ع

مثال:

قطعة أرض على شكل مثلث تم قياس طول قاعدته فكانت تساوي 92.50م ، وتم قياس طول ارتفاع المثلث فكان 32.60 م ، احسب مساحة قطعة الأرض .



الحل:

مساحة المثلث (م) = $\frac{1}{2}$ × القاعدة × الارتفاع

مساحة المثلث (م) = $\frac{1}{2}$ × 92.5 × 32.6

= 1507.75 م^2

تمرين :

قطعة أرض مثلثة الشكل تم قياس طول قاعدتها فكانت تساوي 65.50م ، وتم قياس طول ارتفاعها فكان يساوي 24.5 م ، احسب مساحة قطعة الأرض .

ب- مساحة المثلث إذا كان معلوماً أطوال أضلاعه الثلاثة .

هي الطريقة الأكثر استخداماً في إيجاد مساحة المثلث في أعمال المساحة العقارية، وبصفة خاصة في حال تعذر قياس الزوايا في المباني حيث تقسم أي قطعة أرض إلى مثلثات غير متداخلة وتقاس أطوال أضلاع كل مثلث. ثم تحسب مساحة المثلث. وبذلك يمكن حساب مساحة أي عقار.

نفرض أن أطوال الأضلاع الثلاثة للمثلث هي أَ، بَ ، جَ كما في الشكل المقابل، يتم حساب مساحة المثلث طبقا للخطوات التالية:-

أولاً: نحسب نصف محيط المثلث (ح):

باستخدام القانون التالي :

$$\text{ح} = \frac{1}{2} \times (\text{أَ} + \text{بَ} + \text{جَ})$$

ثانياً: نحسب مساحة المثلث (م) :

باستخدام القانون التالي:

$$\text{م} = \sqrt{\text{ح}\,(\text{ح} - \text{أَ}) \times (\text{ح} - \text{بَ}) \times (\text{ح} - \text{جَ})}$$

مثال :-

تم قياس أطوال أضلاع قطعة أرض على شكل مثلث فكانت أطوال الأضلاع على كما في الشكل المقابل . احسب مساحة قطعة الأرض.

الحل :

$$\text{ح} = \frac{1}{2} \times (\text{أَ} + \text{بَ} + \text{جَ})$$

$$\text{ح} = \frac{1}{2} \times (32.15 + 30.40 + 37.35)$$

$$= 49.95 \text{ م}$$

$$\text{م} = \sqrt{\text{ح}\,(\text{ح} - \text{أَ}) \times (\text{ح} - \text{بَ}) \times (\text{ح} - \text{جَ})}$$

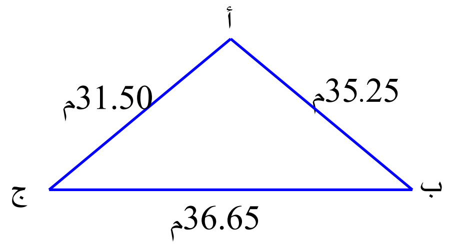
$$\text{م} = \sqrt{49.95 \times (37.35 - 49.95) \times (30.40 - 49.95) \times (32.15 - 49.95)}$$

$$\text{م} = \sqrt{49.95 \times 12.60 \times 19.55 \times 17.80}$$

$$\text{م} = 467.990 \text{ م}$$

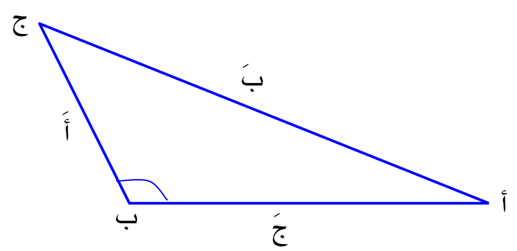
تمرين :

قطعة أرض مثلثة الشكل تم قياس أطولها فكانت كما في الشكل المقابل .



المطلوب حساب مساحتها قطعة الأرض .

حـ - مساحة المثلث إذا كان معلوماً طول ضلعين والزاوية المحصورة بينهما.



الشكل المقابل لمثلث معلوم فيه طول الضلع (أ ب) وطول الضلع (ب ج) والزاوية المحصورة بينهما .إذا أردنا حساب مساحة المثلث يتم تطبيق القانون التالي:-

مساحة المثلث = نصف حاصل ضرب الضلعين المعلومين×جا الزاوية المحصورة بينهما

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ × ب ج × أ ب × جا ج

مثال(1) :

قطعة أرض مثلثة الشكل تم قياس طول ضلعين فكان الأول يساوي 30.16م والثاني يساوي 17.20م ،وتم رصد الزاوية المحصورة بينهما فكانت تساوي 65°. احسب مساحة قطعة الأرض .

الحل:

مساحة الأرض = نصف حاصل ضرب الضلعين المعلومين×جا الزاوية المحصورة بينهما

مساحة الأرض = $\frac{1}{2}$ × 30.16 × 17.20 × جا 65°

= $\frac{1}{2}$ × 30.16 × 17.20 × 0.926

= 240.182 م

مثال(2) :

أرض مثلثة الشكل تم قياس طول الضلع الأول فكان يساوي 27.50م ، وطول الثاني يساوي 31.45م ،وتم رصد الزاوية المحصورة بينهما فكانت تساوي 72°. احسب مساحة قطعة الأرض .

الحل:

مساحة الأرض = نصف حاصل ضرب الضلعين المعلومين×جا الزاوية المحصورة بينهما

مساحة الأرض = $\frac{1}{2}$ × 27.50 × 31.45 × جا 72°

= $\frac{1}{2}$ × 27.50 × 31.45 × 0.951= 711.248 م^2

تمرين (1) :

قطعة أرض مثلثة الشكل تم قياس طول ضلعين فكان الأول يساوي 33.66م والثاني يساوي 27.36م ،وتم رصد الزاوية المحصورة بينهما فكانت تساوي 85°. احسب مساحة قطعة الأرض .

تمرين (2) :

أرض مثلثة الشكل تم قياس طول الضلع الأول فكان يساوي 29.65م ، وطول الثاني كان يساوي 37.45م ،وتم رصد الزاوية المحصورة بينهما فكانت تساوي 98°. احسب مساحة قطعة الأرض .

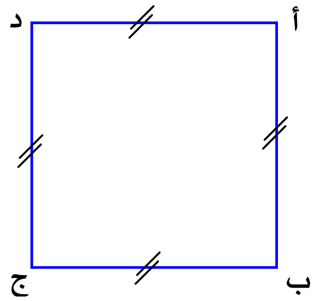
مساحة الأشكال الرباعية :

أ- مساحة المربع

المربع هو شكل رباعي أضلاعه الأربعة متساوية وزواياه الأربع قوائم وفيه كل ضلعين متقابلين متوازيان . كما في الشكل المقابل، وتحسب مساحة المربع باستخدام القانون التالي:-

مساحة المربع = طول الضلع × طول الضلع

أو مساحة المربع = ^{2}(طول الضلع)



مثال :

قطعة أرض مربعة الشكل ، تم قياس طول ضلعها فكان 27.60م ، احسب مساحتها .

الحل :

مساحة الأرض = ^{2}(طول الضلع)

= 27.60 × 27.60

= 761.76 م^2

تمرين :

أرض مربعة الشكل ، طول ضلعها 32.50م ، احسب مساحتها .

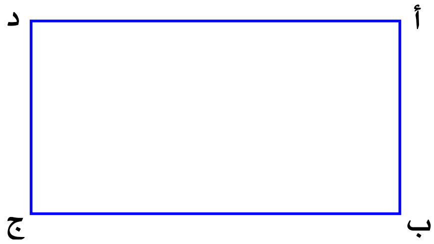
ب- مساحة المستطيل

المستطيل هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متساويان ومتوازيان وجميع زواياه قوائم كما في الشكل المقابل، وتحسب مساحة المستطيل باستخدام القانون التالي:-

مساحة المستطيل = الطول × العرض

مثال:

قطعة أرض على شكل مستطيل تم تحديدها وقياس أطوال أضلاعها ، فكان طول ضلعها (ب ج) يساوي 30.20م وعرضها (ج د) يساوي 17.50م، احسب مساحة الأرض



الحل:

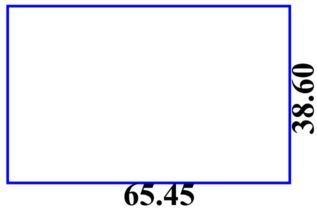
مساحة الأرض = الطول × العرض

= 30.20 × 17.50

= 528.50 م^2

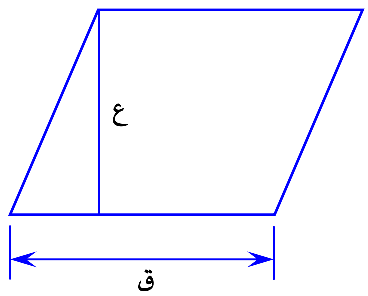
تدريب :

أرض مستطيلة الشكل تم قياس أطوال أضلاعها فكانت كما في الشكل المقابل، احسب مساحة الأرض



ج- مساحة متوازي الأضلاع:

متوازي الأضلاع هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان ومتساويان وكل زاويتين متقابلتين متساويتان والشكل المقابل يوضح شك متوازي الأضلاع .



وتحسب مساحة متوازي الأضلاع باستخدام القانون التالي:

مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع

مساحة متوازي الأضلاع = ق × ع

مثال:

قطعة أرض على شكل متوازي أضلاع، إذا كان طول قاعدتها 19.20م ، وطول ارتفاعها 15.60م احسب مساحة قطعة الأرض .

الحل:

مساحة الأرض = طول القاعدة × الارتفاع

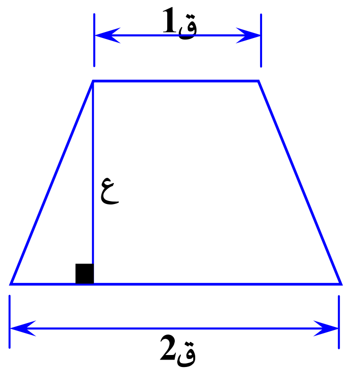
$= 19.20 \times 15.60$

$= 299.52$ م^2

تدريب :

أرض على شكل متوازي أضلاع طول قاعدتها 33.5م ، وطول ارتفاعها 16.55م .
احسب مساحة قطعة الأرض .

د- مساحة شبه المنحرف:



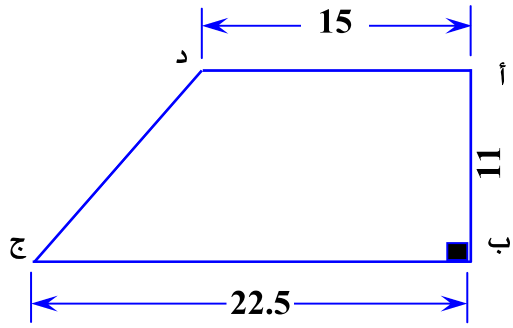
شبه المنحرف هو شكل رباعي يكون فيه ضلعين متقابلين متوازيان ولكنهما غير متطابقين ويسمى هذان الضلعان المتوازيان بقاعدتي شبه المنحرف . والشكل المقابل يوضح شكل شبه المنحرف .ويتم حساب مساحة شبه المنحرف باستخدام القانون التالي:

مساحة شبه المنحرف = $\frac{1}{2}$ × مجموع طولي القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع

مساحة الأرض = $\frac{1}{2}$ × (ق$_1$ + ق$_2$) × ع

مثال:

قطعة أرض على شكل شبه منحرف كما في الشكل المقابل . تم قياس قاعدتيه المتوازيتين فكانتا على الترتيب 12م، 17م، وتم قياس المسافة العمودية بين القاعدتين المتوازيتين فكانت 9م . احسب مساحة الأرض .



الحل:

مساحة الأرض = $\frac{1}{2}$ × (ق$_1$ + ق$_2$) × ع

= $\frac{1}{2}$ × (12 + 17) × 9

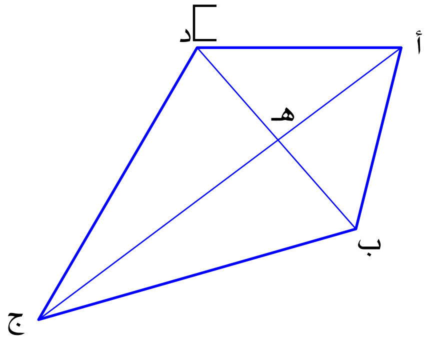
= $\frac{1}{2}$ × 29 × 9

= 130.5 م^2

تدريب :

قطعة أرض على شكل شبه منحرف كما في الشكل المقابل . تم قياس قاعدتيه المتوازيتين فكانتا على الترتيب 15م، 22.5، وتم قياس المسافة العمودية بين القاعدتين المتوازيتين فكانت 11م . احسب مساحة الأرض .

هـ- مساحة الشكل الرباعي:



الشكل الرباعي هو عبارة عن شكل مضلع مقفل يتكون من أربعة أضلاع وأربع زوايا كما في الشكل المقابل ، وقد يكون متوازي أضلاع أو معين أو مستطيل أو مربع أو شبه منحرف أو قد لا يكون شكلاً من هذه الأشكال . وفي هذه الحالة تحسب مساحة الشكل بدلالة طولي القطرين والزاوية المحصورة بين القطرين باستخدام القانون التالي:-

مساحة الشكل الرباعي = ½ × حاصل ضرب القطرين × جا الزاوية المحصورة بين القطرين

مثال:

قطعة أرض على شكل مضلع رباعي فإذا كان طولا القطرين 32.60م ، 22.50م ، وكان مقدار الزاوية المحصورة بينهما 110^{5} . احسب مساحة قطعة الأرض .

الحل:

مساحة الأرض = ½ × حاصل ضرب القطرين × جا الزاوية المحصورة بين القطرين

= ½ × 32.60 × 22.50 × جا 110^{5}

= ½ × 32.60 × 22.50 × 0.94

= 344.745 م^{2}

تدريب (1):

قطعة أرض على شكل مضلع رباعي ، تم قياس طول القطر الأول فكان يساوي 43.65م ، وتم قياس القطر الثاني فكان يساوي 31.50م ،وكان مقدار الزاوية المحصورة بينهما 105° . احسب مساحة قطعة الأرض .

تدريب (2):

أرض على شكل مضلع رباعي ،طول القطر الأول يساوي 32.50م ،والقطر الثاني يساوي 23.50م ،والزاوية المحصورة بينهما 95^{5} . احسب مساحة قطعة الأرض .

مساحة الأشكال الدائرية.

أ- مساحة الدائرة:

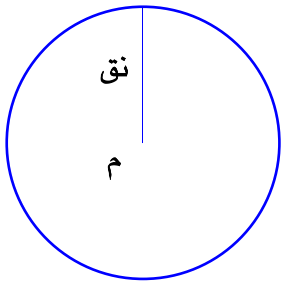
قد تكون قطعة الأرض على شكل دائرة منتظمة، كما بالشكل المقابل ، ولحساب مساحة قطعة الأرض التي تكون على شكل دائرة فإنه يتعين قياس أو حساب نصف قطر هذه الدائرة، ومن ثم يمكن حساب مساحة الدائرة باستخدام القانون التالي:

مساحة الدائرة = ط × نق2

حيث:

ط : النسبة التقريبية وهي تساوي 3.14 ومسجلة في الآلة الحاسبة بالرمز **p** .

نق : نصف قطر الدائرة.



مثال: حديقة على شكل دائرة نصف قطرها يساوي 15م، احسب مساحة هذه الحديقة .

الحل:

مساحة الحديقة = ط × نق^2

= 3.14 × (15)^2

= 706.5 م^2

تدريب (1):

أرض دائرية الشكل نصف قطرها يساوي 44م ، احسب مساحة هذه الأرض .

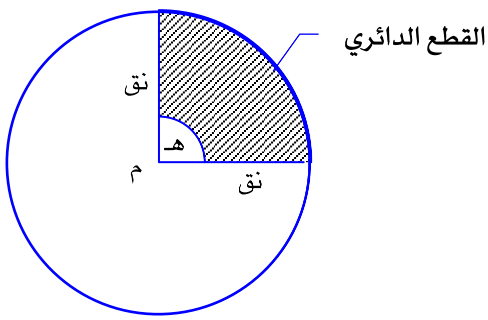
تدريب (2):

أرض دائرية الشكل قطرها يساوي 50م ، احسب مساحة هذه الأرض .

ملحوظة (إذا كان قياس القطر فإنه لابد من ايجاد نصف القطر وذلك بالقسمة على 2 للقطر)

ب- مساحة القطاع الدائري:

القطاع الدائري هو جزء من سطح الدائرة رأسه هو مركز الدائرة وضلعاه هما نصفا القطرين المتلاقيين عند المركز وضلعه الثالث هو جزء من محيط الدائرة ، كما في الشكل المقابل . ويمكن حساب مساحة القطاع الدائري من القانون التالي :



$$\text{مساحة القطاع الدائري} = \frac{\text{هـ}}{360} \times \text{مساحة الدائرة}$$

$$\text{مساحة القطاع الدائري} = \frac{\text{هـ} \times \text{ط} \times \text{نق}^2}{360}$$

حيث:

هـ : الزاوية المركزية للقطاع مقاسه بالدرجات الستينية .

ط : النسبة التقريبية وهي تساوي 3.14 ومسجلة في الآلة الحاسبة بالرمز **p** .

نق : نصف قطر الدائرة .

مثال:

قطاع دائري من دائرة طول نصف قطرها يساوي 25م،وزاويته المركزية تساوي 70° . احسب مساحة القطاع الدائري .

الحل:

مساحة القطاع الدائري = $\frac{\text{هـ} \times \text{ط} \times \text{نق}^2}{360}$

= $\frac{70 \times 3.14 \times (25)^2}{360}$

= $\frac{137375}{360}$

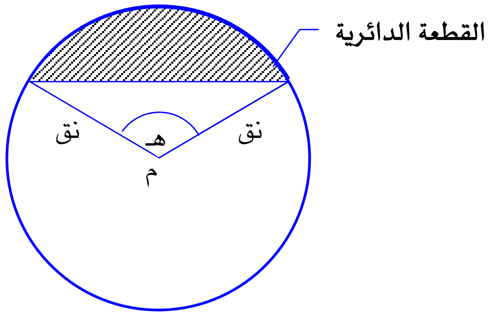
= 381.597 م^2

تدريب :

قطاع دائري من دائرة طول نصف قطرها يساوي 23م ، وزاويته المركزية تساوي 47° . احسب مساحة القطاع الدائري .

ج- مساحة القطعة الدائرية:

القطعة الدائرية هي جزء من دائرة محصورة بين قوس ووتر ماراً بنهايتي ذلك القوس .
كما بالشكل المقابل ويمكن حساب مساحة القطعة الدائرية من القانون التالي :



مساحة القطعة الدائرية = مساحة القطاع الدائري – مساحة المثلث

مساحة القطعة الدائرية = $\left(\frac{\text{هـ}}{360} \times \text{ط} \times \text{نق}^2\right) - \frac{1}{2}\left(\text{نق}^2 \times \text{جاهـ}\right)$

مساحة القطعة الدائرية = $\left(\frac{\text{نق}^2}{360}\right) \left[(\text{هـ} \times \text{ط}) - (180 \times \text{جاهـ}) \right]$

حيث :

ط : النسبة التقريبية وهي تساوي 3.14 ومسجلة في الآلة الحاسبة بالرمز p .

نق : نصف قطر الدائرة .

مثال:

احسب مساحة القطعة الدائرية التي زاويتها المركزية °50 ونصف قطر الدائرة 14 متر.

الحل:

مساحة القطعة الدائرية = $\left(\frac{\text{نق}^2}{360}\right) \times [\,(\text{هـ} \times \text{ط}) - (180 \times \text{جاهـ})\,]$

مساحة القطعة الدائرية = $\left(\frac{(14)}{360}\right) \times [\,(50 \times 3.14) - (180 \times \text{جا}50)\,]$

$= \left(\frac{196}{360}\right) \times [\,157 - (180 \times 0.766)\,]$

$= \left(\frac{196}{360}\right) \times [\,157 - 137.88\,]$

$= \frac{196}{360} \times 19.12 = 10,41$ متر

تدريب (1):

أرض على شكل قطعة دائرية زاويتها المركزية °65 ونصف قطر الدائرة 24م . احسب مساحة الأرض .

تدريب (2):

أرض شكلها قطعة دائرية زاويتها المركزية °85 ونصف قطر الدائرة 35م . احسب مساحة الأرض .

مساحة الأشكال الهندسية غير المنتظمة :

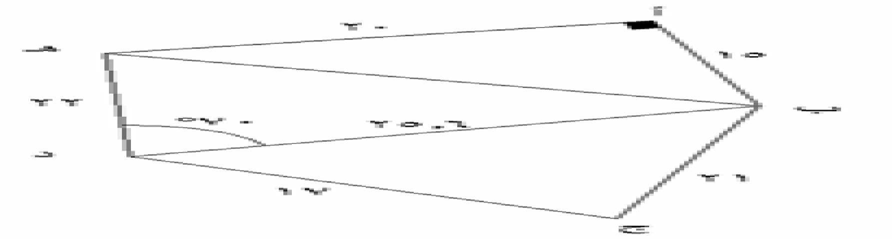
الأشكال الهندسية غير المنتظمة إما أن تكون على شكل مضلع كثير الأضلاع ، ولا توجد علاقات تطابق بين الزوايا أو الأضلاع ، ولحساب مساحة أي شكل من هذه الأشكال فإننا نلجأ إلى تقسيم المضلع إلى مثلثات غير متداخلة ، أما إذا كانت قطعة الأرض ممتدة على شكل شرائح، فإنه يتم تقسيمها إلى أشباه منحرفات .

مساحة الأشكال غير المنتظمة بتقسيمها إلى مثلثات

وذلك باختيار أحد رؤوس المضلع وتوصيل هذا الرأس بكل رؤوس المضلع ثم بقياس جميع الأضلاع يتم حساب مساحة كل مثلث على حده، ثم يتم تجميع مساحات المثلثات المكونة لهذا الشكل فينتج لدينا المساحة الكلية للشكل.

مثال(1):

الشكل المقابل يوضح قطعة أرض محددة بمضلع خماسي (أ ب ج د هـ) غير منتظم وكانت أطوال أضلاعه 15، 21، 17، 22، 20 متر على الترتيب، وزاوية (أ) قائمة، وزاوية (ب د هـ) تساوي 70°، وتم رسم الخط (ب د) وقيس طوله فكان يساوي 25.6م . احسب مساحة قطعة الأرض .



الحل:

حيث إن قطعة الأرض محددة بمضلع غير منتظم الشكل، لذلك يتم تقسيمها إلى مثلثات، ونحسب مساحة كل مثلث على حدة، ثم نجمع هذه المساحات لنحصل على المساحة الكلية لقطعة الأرض.

1- مساحة المثلث (أ ب هـ) = $\frac{1}{2}$ × ب أ × أهـ

= $\frac{1}{2} \times 15 \times 20 = 150$ م^2

2- مساحة المثلث (ب د هـ) = $\frac{1}{2}$ × ب د × د هـ × جا (ب دهـ)

= $\frac{1}{2} \times 25.60 \times 22 \times$ جا70 = 264.617 م^2

3- مساحة المثلث (ب ج د):

أولاً : نحسب قيمة ح = $\frac{21 + 17 + 25.6}{2}$ = 31.80 م

مساحة المثلث (ب ج د)= $\sqrt{\text{ح (ح - ب ج)(ح - ج د)(ح - د ب)}}$

= $\sqrt{31.8\,(31.8 - 21)(31.8 - 17)(31.8 - 25.6)}$

= 177.522 م^2

مساحة الشكل (أ ب ج د هـ) = مجموع مساحات المثلثات

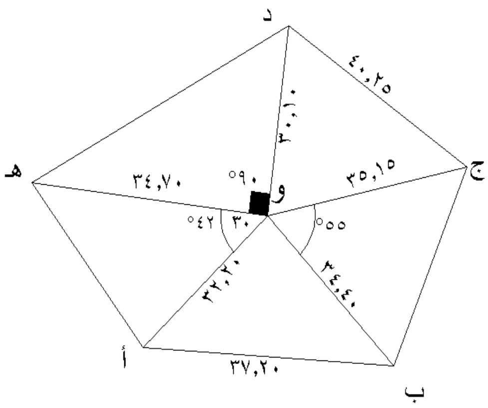
= 150 + 264.617 + 177.522

= 592.139 م^2

مثال(2):

قطعة أرض على شكل مضلع خماسي (أ ب ج د هـ) قسمت إلى مثلثات (أ ب و) ، (ب ج و) ، (د هـ و) ، (هـ أ و) وكانت المقاسات والزوايا كما هو مبين في الشكل المقابل .

احسب مساحة الأرض .



الحل:

مساحة المثلث (أ ب و):

أولاً : نحسب قيمة ح = $\frac{+34.40+37.2}{2}$ = 51.95 م

مساحة المثلث (أ ب و) = $\sqrt{\text{ح (ح - ب أ)(ح - ب و)(ح - و أ)}}$

= $\sqrt{51.95\ (37.2 - 51.95)\times(34.3 - 51.95)\times(32.30 - 51.95)}$

= $\sqrt{51.95 \times 14.75 \times 17.65 \times 19.65}$

= 515.516 م^2

مساحة المثلث (ب ج و) = $\frac{1}{2}$ × ب د × د هـ × جا (ب د هـ)

= $\frac{1}{2}$ × 34.40 × 35.15 × جا 55 = 495.243 م^2

مساحة المثلث (ج د و):

أولاً : نحسب قيمة ح = $\frac{30.10+40.25+35.1}{2}$ = 52.75 م

مساحة المثلث (ج د و) = $\sqrt{\text{ح (ح - ج و)(ح - ج د)(ح - د و)}}$

= $\sqrt{(30.10 - 52.75)\times(40.25 - 52.75)\times(35.15 - 52.75)\times 52.75}$

= $\sqrt{22.65 \times 12.5 \times 17.6 \times 52.75}$

= 512.692 م^2

مساحة المثلث (هـ د و) = $\frac{1}{2} \times 34.70 \times 30.10$ = 522.235 م^2

مساحة المثلث (هـ أ و) = $\frac{1}{2}$ × هـ و × أ و × جا (هـ و أ)

= $\frac{1}{2} \times 34.70 \times 32.20 \times$ جا 42.30 = 375.992 م^2

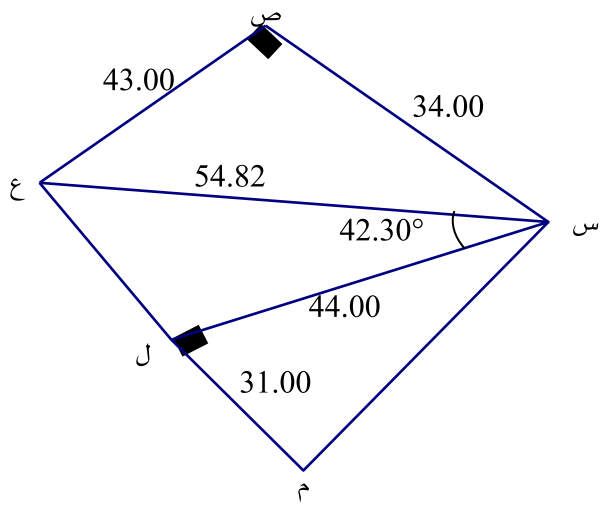
المساحة الكلية للأرض= مجموع مساحات المثلثات

= 515.516 + 495.243 + 512.692 + 522.235 + 375.992

= 2421.678 م

تدريب :

قطعة أرض على شكل مضلع خماسي قسمت إلى مثلثات وكانت أطوالها كما في الشكل التالي . احسب مساحة كل مثلث على حده، ثم احسب المساحة الكلية لقطعة الأرض.



<table>
<tr><th colspan="6">نموذج تقويم المتدرب لمستوى أدائه
يعبأ من قبل المتدرب وذلك بعد التدريب العملي أو أي نشاط يقوم به المتدرب</th></tr>
<tr><td colspan="6">بعد الانتهاء من التدريب على إقامة وإسقاط الأعمدة وحساب الأطوال والمساحات، قوِّم نفسك وقدراتك بواسـطة إكمال هذا التقويم الذاتي بعد كل عنصر من العناصر المذكورة، وذلك بوضع عــلامة (✓) أمام مستوى الأداء الذي أتقنته، وفي حالة عدم قابلية المهمة للتطبيق ضع العلامة في الخانة الخاصة بذلك.</td></tr>
<tr><td colspan="6">اسم النشاط التدريبي الذي تم التدرب عليه : إقامة وإسقاط الأعمدة وحساب الأطوال والمساحات</td></tr>
<tr><th rowspan="2">م</th><th rowspan="2">العناصــر</th><th colspan="4">مستوى الأداء (هل أتقنت الأداء)</th></tr>
<tr><th>غير قابل للتطبيق</th><th>لا</th><th>جزئيا</th><th>كليا</th></tr>
<tr><td>9.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>10.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>11.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>12.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>13.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>14.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>15.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>16.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="6">يجب أن تصل النتيجة لجميع المفردات (البنود) المذكورة إلى درجة الإتقان الكلي أو أنها غير قابلة للتطبيق، وفي حالة وجود مفردة في القائمة "لا" أو "جزئيا" فيجب إعادة التدرب على هذا النشاط مرة أخرى بمساعدة المدرب.</td></tr>
</table>