بسم الله الرحمن الرحيم

كتاب حلول مسائل في

انتقــال حــرارة وكتلــة

الجــزء الثانــي

إعداد :

أسامة محمد المرضي سليمان

استاذ مساعد ـ كلية الهندسة والتقنية

جامعــــة وادي النيـــــل

ديسمبر 2015

شكر وعرفان

الشكر والعرفان للّه والتبريكات والصلوات على رسوله وخادمه محمد وعلى آله وصحابته وجميع من تبعه وتقفّى أثره إلى يوم القيامة.

يود الكاتب ان يتقدم بالشكر أجذله لكل من ساهم بجهده وفكره ووقته في إخراج هذا الكتاب بالصورة المطلوبة ، ويخُص بذلك الزملاء/ الأساتذة بقسم الهندسة الميكانيكية بجامعة وادي النيل ـ عطبرة ، وأيضاً الإخوة/ الأساتذة بقسم الهندسة الميكانيكية بجامعة البحر الأحمر ـ بورتسودان.

الشكر والتقدير والعرفان للبروفيسور/ محمود يس عثمان الذي ساهم بقدر كبير في مراجعة وإعادة مراجعة محتويات الكتاب.

اهدي هذا الكتاب بصفة أساسية لطلاب دبلوم وبكالوريوس الهندسة في جميع التخصصات خاصة طلاب قسم الهندسة الميكانيكية ، حيث يستعرض هذا الكتاب الكثير من التطبيقات في مجال الهندسة الميكانيكية وبالأخص في مجال انتقال الحرارة وانتقال الكتلة.

وأعبر عن شكري وامتناني إلى المهندس/ منال محمد حسن الصادق بمركز دانية لخدمات الحاسوب والطباعة بمدينة عطبرة، التي أنفقت العديد من الساعات في طباعة ، مراجعة وتعديل وإعادة طباعة هذا الكتاب أكثر من مرة.

أخيراً ، أرجو من الله سبحانه وتعالي أن يتقبل هذا العمل المتواضع والذي آمل أن يكون ذا فائدة للقارئ.

مقدمة

إنَّ مؤِّلف هذا الكتاب وإيماناً منه بالدور العظيم والمُقدَّر للأستاذ الجامعي في إثراء حركة التأليف والتعريف والترجمة للمراجع والكتب الهندسية يأمل أن يفي هذا الكتاب بمتطلبات برامج البكالوريوس والدبلوم لطلاب الهندسة الميكانيكية ، هندسة الإنتاج او التصنيع ، الهندسة الكهربائية والهندسة المدنية حيث يُغطِّى مناهج نظرية ومختبرية في انتقال الحرارة والكتلة. يتفق هذا الكتاب لغوياً مع القاموس الهندسي الموحَّد السوداني ، ويُعد الكتاب مرجعاً في مجاله حيث يمكن أن يستفيد منه الطالب والمهندس والباحث. هذا الكتاب مقتبس من مُذكرات مؤلفه في تدريسه لهذا المُقرر لفترة لا تقل عن ثلاثة عشر عاماً.

يهدف هذا الكتاب لتأكيد أهمية دراسة وسائل انتقال الحرارة والكتلة نظرياً ، عملياً ومُختبرياً . فقد اشتمل هذا الكتاب على صياغة بعض النماذج الرياضية في انتقال الحرارة والكتلة وتطويرها حتى الوصول إلى الصيغ النهائية المستخدمة في حل المسائل بالإضافة لإيراده بعض الأمثلة لنظم مستخدمة في التطبيقات العملية والمُختبرية.

يشتمل هذا الكتاب على فصلين ، يستعرض الفصل الأول اهمية التوصيل العابر (i. e. اللامستقر) في تطبيقات هندسة عديدة مثل محركات السيارات ، أفران المُعالجات الحرارية ، توزيع درجات الحرارة خلال زعانف التبريد لأسطوانات محركات الاحتراق الداخلي ، ريش التوربينات الغازية والبخارية وغيرها. يشرح هذا الفصل نظرية المقاومة الداخلية المهملة أو نظرية المواسعة الإجمالية في الأنظمة التي تكون فيها مقاومة التوصيل ($i.e.$ المقاومة الداخلية) صغيرة جداً أو يمكن تجاهلها مقارنة مع مقاومة الحمل

. ($i.e.$ المقاومة الخارجية) يشتمل الفصل الأول أيضاً على طيف واسع من الأمثلة والمسائل المحلولة وغير المحلولة.

يشتمل الفصل الثاني من الكتاب على أساسيات انتقال الكتلة والتي يتم دراستها من حيث تعريف مصطلحاتها الأساسية ، أنواعها ، وتطبيقاتها. يشتمل هذا الفصل أيضاً على العديد من الأمثلة والمسائل التي نرجو أن تبسِّط على القارئ هضم وفهم هذا المقرر.

إنَّ الكاتب يأمل أن يساهم هذا الكتاب في إثراء المكتبة الجامعية داخل السودان وخارجة في هذا المجال من المعرفة ويأمل من القارئ ضرورة إرسال تغذية راجعة إن كانت هنالك ثمَّة أخطاء حتى يستطيع الكاتب تصويبها في الطبعة التالية للكتاب.

والله الموفق

المؤلف

ديسمبر 2015م

المحتويـــات

الفصل الأول

التوصيل العابر (غير المستقر)

Transient or Unsteady Conduction

1.1 مدخل:

التوصيل غير المستقر له أهمية كبيرة في مجالات هندسية عديدة ، كمثال عندما يتم تدوير المحرك فإنه يستغرق بعض الوقت قبل وصوله إلى الحالة المستقرة . ما يحدث خلال هذا الوقت يمكن أن يكون مُضراً بالمحرك ؛ مرة ثانية عندما يتم غمر قطعة ساخنة من معدن في سائل (Quenching) فإن التأريخ الزمني لتفاوتات درجة الحرارة يجب أن يكون معلوماً .

إحدى الحالات التي يجب اعتبارها هي عندما تكون المقاومة الداخلية (مقاومة التوصيل) للجسم صغيرة بحيث يمكن تجاهلها مقارنة بالمقاومة الخارجية (مقاومة الحمل). هذه المنظومة تسمى بمنظومة السعة الإجمالية (Lumped capacitance system) أو بنظرية المقاومة الداخلية المهملة (Negligible internal resistance theory) ، بما أن المقاومة الداخلية صغيرة ، الموصلية الحرارية عالية والتباين في درجة الحرارة خلال الجسم يمكن تجاهله .

1.2 : نظرية المقاومة الداخلية المهملة أو منظومة السعة الإجمالية :

هي المنظومة التي تكون عندها مقاومة التوصيل (المقاومة الداخلية) صغيرة أو يمكن تجاهلها مقارنة مع مقاومة الحمل (المقاومة الخارجية) .

يتم تحديد المقاومة الداخلية المهملة برقم (Biot) (بيوت) ، الذي هو النسبة بين مقاومة التوصيل ومقاومة الحمل.

$$Bi = \frac{hl}{k}$$ ، رقم بيوت

والذي يتم اثباته فيما يلي :

$$Bi = \frac{\text{مقاومة التوصيل}}{\text{مقاومة الحمل}} = \frac{\frac{x}{kA}}{\frac{1}{hA}} = \frac{x}{kA} \times \frac{hA}{1} = \frac{hx}{k}$$

حيث $x = l$ ، والذي يمثل البعد الخطي المميز أو الطول المميز للعنصر الذي تسري خلاله الحرارة .

$$\therefore Bi = \frac{hl}{k} \rightarrow (1.1)$$

عندما يكون $Bi \ll 0.1$ فإنه يتم افتراض أن المنظومة تعمل بنظرية المقاومة الداخلية المهملة أو بمنظومة السعة الإجمالية .

عند $Bi = 0.1$ فإن الخطأ يكون أقل من 5% ، وكلما قل رقم بيوت فإن الدقة تزداد .

من المعادلة (1.1) عاليه :

$\mathrm{h} \equiv$ معامل انتقال الحرارة بالحمل (Convective heat transfer coefficient)

$k \equiv$ الموصلية الحرارة (Thermal Conductivity)

$L \equiv$ الطول المميز (البعد الخطي المميز) (Characteristic length)

$$\frac{\text{حجم الجسم}}{\text{مساحة سطح جسم}} = \frac{V}{A_s} \rightarrow (1.2)$$ الطول المميز (البعد الخطي المميز) =

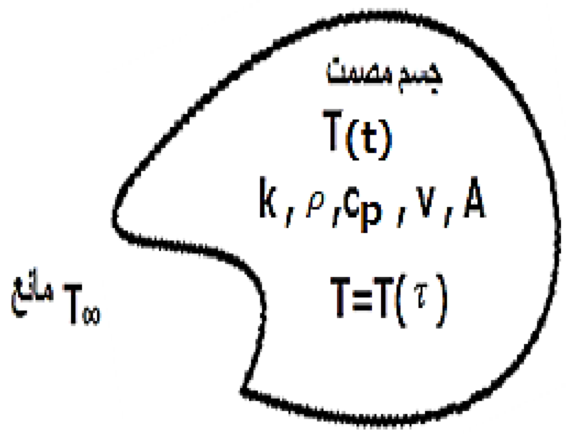
الطول المميز لسطح مستوٍ ، $L = \frac{t}{2}$

الطول المميز لأسطوانة ، $L = \frac{r}{2}$

الطول المميز لكرة ، $L = \frac{r}{3}$

الطول المميز لمكعب ، $L = \frac{d}{6}$

اعتبر جسماً ساخناً بشكل اعتباطي أو حكمي أو عشوائي كما هو واضح في الشكل (1.1) أدناه :



شكل رقم (1.1)

موازنة الطاقة عند أيَّ لحظة تتطلب أنَّ يكون مُعدَّل فقد الطاقة الداخلية للجسم مُساوياً لمُعدَّل الحمل من الجسم إلى المائع المحيط . والذي يمكن كتابته كما يلي :

معدل فقد الطاقة الداخلية للجسم = معدل الحمل من الجسم إلى المائع المحيط

$$q = -mc_p \cdot \frac{dT(t)}{d\tau} = -\rho V c_p \frac{dT(t)}{d\tau} = hA_s \, (T(t) - T_\infty) \rightarrow (1.3)$$

ضع $(T(t) - T_\infty) = \theta$ ،

$$\therefore \theta = T(t) - T_\infty \rightarrow (1.4)$$

حيث $\theta \equiv$ فرق درجة الحرارة عند أي لحظة زمنية

و $T(t) \equiv$ درجة حرارة الجسم المصمت

و $T_\infty \equiv$ درجة حرارة المائع المحيط

وبالتالي:

$$\frac{dT(t)}{d\tau} = \frac{d\theta}{d\tau} \to (1.5)$$

بتعويض المعادلتين (1.4) و (1.5) في المعادلة (1.3) نحصل على :

$$\therefore -\rho V c_p \frac{d\theta}{d\tau} = hA_s\theta \to (\mathbf{1.6})$$

وبإعادة ترتيب المعادلة (1.6) عاليه،

$$-\rho V c_p \frac{d\theta}{\theta} = hA_s d\tau \to (1.7)$$

إذا كانت درجة حرارة الجسم عند زمن صفري ، $\tau = 0$ هي T_O ، فإن فرق درجة الحرارة الابتدائي للجسم أو

فرق درجة الحرارة عند زمن صفري : $\theta_O = T_O - T_\infty$

بتكامل المعادلة (1.7) عاليه :

$$-\rho V c_P \int_{\theta_o}^{\theta} \frac{d\theta}{\theta} = \int_{\tau=0}^{\tau=\tau} hA_s d\tau$$

$$-\rho V c_P \ln\frac{\theta}{\theta_o} = hA_s\tau \ \to (1.8)$$

بما أنَّ : $\log_e \frac{\theta}{\theta_o} = \frac{-hA_s\tau}{\rho V c_P}$

بالتالي فإن : $\frac{\theta}{\theta_o} = e^{\frac{-hA_s\tau}{\rho V c_P}} \to (1.9)$

لكن $\frac{hAs\tau}{\rho V c_P} = \frac{hV}{kA_S} \cdot \frac{{A_S}^2 k}{V^2 \rho c_P} \cdot \tau \quad \rightarrow (1.10)$

حيث : $V = A_s l$

و (Fourier number) رقم فورير $\frac{k}{\rho c_P l^2}\tau = Fo$

حيث FO هو رقم فورير ، وهو رقم لا بعدي و $\frac{hl}{k} = Bi$ ، وهو أيضاً رقم لا بعدي .

$$\therefore \frac{hA_s\tau}{\rho V c_P} = Bi \times FO \rightarrow (1.11)$$

بالتالي باستخدام المعادلات (1.9) ، (1.10) و (1.11) نحصل على المعادلة التالية:

$$\frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi \times FO} \rightarrow (1.12)$$

حيث θ هو فرق درجة الحرارة عند أي لحظة زمنية و θ_o هوفرق درجة الحرارة عند زمن صفري $(\tau = 0)$.

$$\therefore \theta = \theta_O e^{-Bi \times FO} \rightarrow (1.13)$$

معدل انتقال الحرارة اللحظي يتم الحصول عليه من مُعدَّل الحمل عند تلك اللحظة كما موضح في المٌعادلة (1.14) أدناه :

$\acute{q}(\tau) = hA_s\theta = hA_s\theta_o e^{-Bi \times FO} \rightarrow (1.14)$ ، مُعدَّل انتقال الحرارة اللحظي

كما يمكن الحصول على مٌعدل انتقال الحرارة الكلي بتكامل المعادلة (1.14) أعلاه كما يلي :

$Q(t) = \int_{\tau=0}^{\tau=\tau} \acute{q}(\tau) = \int hA_s\theta_0 e^{-Bi \times FO} \rightarrow (1.15)$ ، مُعدَّل انتقال الحرارة الكلي

لكن ، $Bi \times FO = \frac{hA_s\tau}{\rho V C_P}$

بالتالي يمكن التعبير عن المعادلة (1.15) كالآتي :

$$Q(t) = \int_{\tau=0}^{\tau=\tau} \acute{q}(\tau) = \int hA_s\theta_0 e^{\frac{-hA_s\tau}{\rho V c_P}} \rightarrow (1.16)$$

وبإجراء التكامل نحصل على:

$$= hA_s\theta_o \left[\frac{e^{-\frac{hA_s\tau}{\rho V c_P}}}{\frac{hA_s}{\rho V c_P}} \right]$$

$$= hA_s\theta_o \left[\frac{-\rho V c_P}{hAs} e^{\frac{-hA_s\tau}{\rho V c_P}} \right]_0^{\tau}$$

$$= hA_s\theta_o \left[\frac{-\rho V c_P}{hA_s} e^{\frac{-hA_s\tau}{\rho V c_P}} + \frac{\rho V c_P}{hA_s} \right]$$

$$= \mathrm{hA}_s\theta_o \cdot \frac{\rho V c_P}{hA_s} \left[1 - e^{\frac{-hA_s\tau}{\rho V c_P}} \right]$$

$$\because \frac{hA_s\tau}{\rho V c_P} = Bi \times FO$$

$$\therefore \frac{hA_s}{\rho V c_P} = \frac{Bi \times FO}{\tau}$$

بالتالي يمكن التعبير عن مٌعدل انتقال الحرارة الكلي كالآتي :

$$\therefore Q(t) = hA_s\theta_O \cdot \frac{\tau}{Bi \times FO} \left(1 - e^{-Bi \times FO} \right) \rightarrow (1.17)$$

إذا تم إحلال الجسم المصمت بمائع يتم تقليبه باستمرار فإن فرق درجة الحرارة سوف لا يتغير مع الزمن(يظل ثابتاً مع الزمن) ، يمكن بالتالي اعتبار المائع بمقاومة داخلية يمكن تجاهلها ($i.e.$ مقاومة داخلية مهملة) .

1.3 أمثلة محلولة في التوصيل العابر :

مثال (1):

محامل كروية من فولاذ الكروم $\left\{\propto = 1.3 \times 10^{-5}\, m^2/_s \text{ ، } k = 50\, {}^{W}/_{mK}\right\}$ ، يتم معالجتها حرارياً بتسخينها إلى درجة حرارة $650°C$ وبعد ذلك غمرها في زيت عند درجة حرارة $55°C$. للمحامل الكروية قطر مقداره $4cm$ ومعامل انتقال الحرارة بالحمل بين المحامل والزيت هو $300\, {}^{W}/_{m^2K}$ حدِّد الآتي:

[i] الزمن الذي تبقى فيه المحامل في الزيت قبل أن تنخفض درجة حرارتها إلى $200°C$.

[ii] الحرارة الكلية المزالة من كل محمل خلال هذه الفترة الزمنية.

[iii] معدل انتقال الحرارة اللحظي من المحامل عندما يتم وضعها أولاً في الزيت وعندما تصل درجة حرارتها $200°C$.

الحل :

محامل كروية من فولاذ الكروم ،

$k = 50\, {}^{W}/_{mk}$ ، الموصلية الحرارية

$\propto = 1.3 \times 10^{-5}\, {}^{m^2}/_s$ ، الانتشارية الحرارية

$T_o = 650°C$ (درجة حرارة الجسم عند زمن صفري $\tau = 0$)

$T_\infty = 55°C$ ، درجة حرارة الزيت

$d = 4cm = 0.04m$ ، $\therefore r = 0.02m$ ، قطر المحامل الكروية

$h = 300\ {}^{W}/_{m^2K}$ ، معامل انتقال الحرارة بالحمل

معطى درجة حرارة المحامل بعد التبريد ، $T(t) = 200°C$ والتي يتم تعريفها أيضاً كدرجة الحرارة عند لحظة زمنية مُعينة .

i] ?= τ ، الزمن الذي تبقى فيه المحامل في الزيت قبل أن تنخفض درجة حرارتها إلى 200°C .

$Bi = \frac{hl}{k}$ ، رقم بيوت

$L = \frac{\text{حجم الجسم}}{\text{مساحة سطح الجسم}} = \frac{V}{A_S}$ الطول المميز (البعد الخطي المميز)

$\text{v} = \frac{4}{3}\pi r^3$ ، حجم الكرة

$A_s = 4\pi r^2$ ، مساحة سطح الكرة

$$\therefore L = \frac{V}{A_S} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{4\pi r^2} = \frac{r}{3}$$

$$Bi = \frac{hr}{3k} = \frac{300 \times 0.02}{3 \times 50} = 0.04$$

بما أن $Bi \ll 0.1$ ، فسيكون هنالك منظومة سعة إجمالية أو يمكن اعتبار نظرية المقاومة الداخلية المهملة .

$$\frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi\times FO}$$ ، $\frac{\text{فرق درجة الحرارة اللحظي}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}}$

$$Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2}\cdot\tau = \frac{\propto \tau}{L^2} = \frac{1.3 \times 10^{-5} \times \tau}{\left(\frac{0.02}{3}\right)^2} = 0.2925\tau$$

$$\frac{\theta}{\theta_o} = \frac{200 - 55}{650 - 55} = e^{-0.04\times0.2925\tau} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty}$$ ، $\frac{\text{فرق درجة الحرارة عند أي لحظة}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}}$

$$0.2437 = e^{-0.0117\tau}$$

$$-0.0117\,\tau\, loge = \log 0.2437$$

$$\therefore \tau = \frac{\log 0.2437}{loge\ \times -0.0117} = \frac{\log 0.2437}{-0.0117\, loge} = 120.7\ seconds$$

ii] الحرارة الكلية المزالة من كل محمل خلال هذه الفترة الزمنية $Q(t) =$ ؟

الحرارة الكلية المزالة من كل محمل ، $Q(t) = hA_s\theta_O\left(1 - e^{-Bi\times FO}\right)\frac{\tau}{Bi\times FO}$

$$\therefore Q(t) = 300 \times 4\pi \times 0.02^2(650 - 55)\left(1 - e^{(-0.4\times 0.2925\times 120.7)}\right) \times \frac{120.7}{0.4 \times 0.2925 \times 120.7}$$

بالتالي فإن الحرارة الكلية المّزالة من كل محمل يتم إعطاؤها بالآتي :

$$Q(t) = 58005.4\ w.s\ or\ J$$

$$\simeq 5.8 \times 10^4\ w.s\ or\ J$$

iii] معدل انتقال الحرارة اللحظي $\acute{q}$ من المحامل.

1] عندما يتم وضعها أولاً في زيت : (أي عند $\tau = 0$)

$$\acute{q}\ (o) = hA_s\theta_0 = 300 \times 4\pi \times 0.02^2(650 - 55) = 897.24\ w$$

2] عندما تصل إلى درجة حرارة $200°C$:

$$\acute{q}\ (\tau) = hA_s\theta_0 e^{-Bi\times FO} = 897.24 \times e^{(-0.4\times 0.2925\times 120.7)} = 218.6w$$

مثال (2) :

منتج من عملية كيميائية يكون في شكل حبيبات تكون تقريباً كروية بقطر متوسط $d = 4mm$. هذه الحبيبات تكون بداية عند $403K$ ويجب تبريدها إلى درجة حرار قصوى مقدارها $343K$ قبل إدخالها إلى مستودع للتخزين . هذا يقترح تبريد هذ الحبيبات إلى درجة الحرارة المطلوبة بتمريرها أسفل قناة مائلة ميلاً خفيفاً حيث تكون مُعرَّضة لسريان من الهواء عند $323K$. إذا كان طول القناة مُحدَّد بـ $3m$ ، احسب السرعة القصوى للحبيبات على طول القناة والحرارة الكلية المنتقلة من حبيبة واحدة .

انتقال الحرارة من سطح الحبيبة إلى سريان الهواء يمكن اعتباره كأجراء حدي بـ $2 = \frac{hd}{k_a}$

حيث:

$h \equiv$ معامل انتقال الحرارة عند سطح الحبيبة.

$k_a \equiv$ الموصلية الحرارية للهواء $= 0.13\ w/mK$

بيانات أخرى : كثافة مادة الحبيبة ، $\rho = 480kg/m^3$

سعة الحرارة النوعية ، $c_P = 2kj/kg\ K$

يمكن افتراض أنه يمكن استخدام نظرية المقاومة الداخلية المهملة أو منظومة السعة الإجمالية .

الحل:

حبيبات كروية $r = 0.002m$ ∴ ، $d = 4mm = 0.004$

(درجة الحرارة الأولية للحبيبات) $T_o = 403K$ ، درجة الحرارة عند زمن صفري

(درجة حرارة التبريد المطلوبة للحبيبات) $T(t) = 343K$ ، درجة الحرارة عند أي لحظة زمنية

(درجة حرارة الهواء) $T_\infty = 323K$ ، درجة حرارة المائع المحيط

$L = 3m$ ، الطول المميز للقناة

السرعة القصوى للحبيبات على طول القناة =؟ (v_{max})

الحرارة الكلية المنتقلة من حبيبة واحدة = ؟ $\left(Q(t)\right)$

انتقال الحرارة من سطح الحبيبة إلى سريان الهواء يتم تحديده بـ $\frac{hd}{k_a} = 2$

$$\mathrm{k}_a = 0.13\, {}^{W}\!/_{mK}$$

$$\rho_{pellet} = 480\, {}^{kg}\!/_{m^2}$$

$$c_P = 2\, {}^{kj}\!/_{kg\ K} = 2 \times 10^3\, {}^{j}\!/_{kgK}$$

يتم افتراض أنه يمكن استخدام نظرية المقاومة الداخلية المهملة أو نظرية المواسعة الإجمالية .

$v_{max} = \frac{L}{\tau}$ ، السرعة القصوى

$Bi = \frac{hL}{k}$ ، رقم بيوت

$L = \frac{r}{3} = \frac{0.002}{3}$ ، الطول المميز (البعد الخطي المميز)

$$Bi = \frac{hr}{3k} = \frac{0.002h}{3k}$$

$$\frac{hd}{k_a} = 2\ ,\frac{h \times 0.004}{0.13} = 2$$

$$\therefore h = \frac{2 \times 0.13}{0.004} = 65 w/m^2K$$

$$Bi = \frac{0.002\times 65}{3k} = \frac{0.13}{3k}$$

$$\frac{\theta}{\theta_O} = \frac{T(t)-T_\infty}{T_O-T_\infty} = e^{-Bi\times FO}$$

$$\frac{\theta}{\theta_o} = \frac{343-323}{403-323} = e^{\frac{-0.13}{3k}\times FO}$$

$$FO = \frac{k}{\rho c_P L^2}\cdot\tau = \frac{k}{480\times 2\times 10^3\times\left(\frac{0.002}{3}\right)^2}\cdot\tau$$

$$FO = 2.34375k\tau$$

$$\frac{\theta}{\theta_o} = 0.25 = e^{\frac{-0.13}{3k}\times 2.34375\ k\tau}$$

$$= e^{-0.1015625\tau}$$

$$log0.25 = -0.1015625\tau\ log\ e$$

$$\therefore \tau = \frac{\log 0.25}{loge\times -0.1015625} = \frac{\log 0.25}{-0.1015625\log e} = 13.65\ seconds$$

السرعة القصوى للحبيبات على طول القناة ، $v_{max} = \frac{L}{\tau} = \frac{3}{13.65} = 0.22m/s$

الحرارة الكلية المنتقلة من حبيبة واحدة ، $Q(t) = hA_s\ \theta_o\left[1-e^{-Bi\times FO}\right]\frac{\tau}{Bi\times FO}$

$$\therefore Q(t) = 65\times 4\pi\times 0.002^2(403-323)\left(1-e^{\left(\frac{-0.13}{3k}\times 2.34375k\times 13.65\right)}\right)$$
$$\times\frac{13.65}{\frac{0.13}{3}\times 2.34375\times 13.6}$$

$$= 1.93j/pellet$$

مثال 3:

قطعة من فولاذ الكروم طولها $7.4cm$ (الكثافة $8780\ kg/m^3$ ، $k = 50w/mK$ ، $c_P = 440j/kgK$) كتلتها 1.27kg يتم درفلتها إلى اسطوانة مصمتة ويتم تسخينها إلى درجة حرارة 600°C وتغمر في الزيت عند 36°C . وضّح أنَّه يمكن استخدام نظرية المقاومة الداخلية المهملة أو نظرية المواسعة الإجمالية (Lumped capacitance system) . أوجد درجة حرارة الأسطوانة بعد $4min$ ، وأوجد أيضاً انتقال الحرارة اللحظي عند بداية فترة الغمر وبعد $4min$ ، ما هو انتقال الحرارة خلال هذه الفترة ؟ يمكن أخذ معامل انتقال الحرارة بالحمل بين الزيت والاسطوانة عند $280\text{w}/m^2K$.

الحل :

قطعة من فولاذ الكروم ،

$$\rho = 8780kg/m^3 \text{ ، } \mathrm{k} = 50\, {}^{w}/_{mK} \text{ ، } c_p = 440\, {}^{j}/_{kgK}$$

يتم درفلتها إلى اسطوانة مصمتة ،

$$m = 1.27kg$$

$$T_O = 600°\mathrm{C} \text{ ، } T_\infty = 36°\mathrm{C}$$

$$h = 280w/m^2K$$

$$T(t) = ? \quad \acute{q}(0) = ? \, \acute{q}(\tau) = ? \, Q(t) = ?$$

$$Bi = \frac{hL}{k}$$

$L = \frac{\text{حجم الاسطوانة}}{\text{مساحة سطح الاسطوانة}} = \frac{V}{A_S}$ ، الطول المميز (البعد الخطي المميز)

$$L = \frac{\pi r^2 L}{2\pi r L} = \frac{r}{2}$$

رقم بيوت ، $Bi = \frac{hr}{2k}$

حجم قطعة فولاذ الكروم ، $\mathrm{V} = \frac{m}{\rho} = \frac{1.27}{8780} \ m^3$

طول قطعة فولاذ الكروم ، $L = 7.4cm = 0.074\,m$

$$\because V = \pi r^2 L = \frac{1.27}{8780}$$

$$\therefore r = \sqrt{\frac{1.27}{8780} \times \frac{1}{\pi \times 0.074}} = 0.02886\,m$$

$$Bi = \frac{hr}{2k} \ \text{،} \ \therefore \ Bi = \frac{280 \times 0.02886}{2 \times 50} = 0.081$$

بما أن $Bi \ll 0.1$ فإنه يمكن استخدام نظرية المقاومة الداخلية المهملة أو منظومة المواسعة الإجمالية .

$4min$ درجة حرارة الأسطوانة بعد ، $T(t) = ?$

$$\tau = 4 \times 60 = 240\,S$$

$\frac{\text{فرق درجة الحرارة اللحظي}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}}$ ، $\frac{\theta}{\theta_O} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi \times FO}$

$$Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2} \cdot \tau$$

$$Fo = \frac{50 \times 240}{8780 \times 440 \times \left(\frac{0.02886}{2}\right)^2} = 14.92$$

$$\therefore \frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - 36}{600 - 36} = e^{-0.081 \times 14.92}$$

$$\frac{T(t) - 36}{564} = e^{-1.20852}$$

$$\therefore \mathrm{T}(t) = 564e^{-1.20852} + 36 = 204.43℃$$

انتقال الحرارة اللحظي عند بداية فترة الغمر (عند زمن ، $\tau = 0$) ،

$$\acute{q}(o) = hA_s\theta_o = 280 \times 2\pi \times 0.02886 \times 0.074(600 - 36)$$

$$= 2119.07w \simeq 2.12kw$$

انتقال الحرارة اللحظي بعد $4min$ (عند زمن $\tau = 4$) ،

$$\acute{q}(\tau) = hA_s\theta_o e^{-Bi \times FO} = 2119.07e^{-1.20852} = 632.84w \simeq 0.633kw$$

انتقال الحرارة الكلي خلال هذه الفترة ($\tau = 4min$) ،

$$Q(t) = hA_S\theta_o\left(1 - e^{-Bi \times Fo}\right)\frac{\tau}{Bi \times Fo}$$

$$= 2119.07(1 - e^{-1.20852}) \times \frac{240}{1.20852}$$

$$= -295191\, J$$

$$\simeq 295.2\ k\ j$$

مثال (4) :

قطعة من الالمنيوم $\left(c_P = 896\, j/kg\ K \text{ ، } k = 216\, w/mK \text{ ، } \rho = 2705\, kg/m^3\right)$ كتلتها $4.78kg$ ،و تكون بدايةً عند درجة حرارة 290℃ ويتم غمرها في مائع عند 15℃ .

معامل انتقال الحرارة بالحمل هو $54\, w/m^2K$. بأخذ الالمنيوم ككرة لديه نفس الكتلة المعطاة ، قدِّر الزمن المطلوب لتبريد الألمونيوم إلى $90°\mathrm{C}$. أوجد أيضاً الحرارة الكلية المنتقلة خلال هذه الفترة . (برِّر استخدامك لنظرية المقاومة الداخلية المُهملة).

الحل :

قطعة من الالمونيوم

$$\rho = 2705\, kg/m^3 \quad , \qquad k = 216\ w/mK\ , \quad c_P = 896\ J/kg\ K$$

$$m = 4.78 kg \ ، T_O = 290°\mathrm{C} \ ، T_\infty = 15°\mathrm{C} \ ، h = 54\, w/m^2K \ ، \ T(t) = 90°\mathrm{C}$$

$$\tau = ?$$

$$Q(t) = ?$$

$$\frac{\text{فرق درجة الحرارة اللحظي}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}} \ ، \ \frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi\times FO} \quad \rightarrow (1)$$

$$Bi = \frac{hL}{k}$$

$$\text{(البعد الخطي المميز) الطول المُميَّز} \ ، \ L = \frac{\text{حجم الكرة}}{\text{مساحة سطح الكرة}} = \frac{V}{A_S} = \frac{r}{3}$$

$$\therefore Bi = \frac{hr}{3k} \quad \rightarrow \ (2)$$

$$\rho = \frac{m}{V} \ \ , V = \frac{m}{\rho} = \frac{4.78}{2705} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\therefore \mathrm{r} = \sqrt[3]{\frac{4.68}{2705} \times \frac{3}{4\pi}} = 0.075m$$

$$Bi = \frac{54 \times 0.075}{3 \times 216} = 0.00625$$

بما أن $Bi \ll 0.1$ فيمكن استخدام نظرية المقاومة الداخلية المهملة .

$$Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2} \cdot \tau = \frac{216 \cdot \tau}{2705 \times 896 \times \left(\frac{0.075}{3}\right)^2}$$

$$Fo = 0.1426\tau$$

$$\frac{\theta}{\theta_o} = \frac{90 - 15}{290 - 15} = e^{-0.00625 \times 0.1426\tau}$$

$$\frac{75}{275} = e^{-8.9125 \times 10^{-4}\tau}$$

$$\log \frac{75}{275} = -8.9125 \times 10^{-4}\tau \ \log e$$

$$\tau = \frac{\log \frac{75}{275}}{-8.9125 \times 10^{-4} \log e} = 1457.8 \, seconds$$

معدل انتقال الحرارة الكلي ،

$$Q(t) = hA_S\theta_o\left(1 - e^{-Bi \times Fo}\right)\frac{\tau}{Bi \times Fo}$$

$$\therefore Q(t) = 54 \times 4\pi \times 0.075^2 (290 - 15)\left(1 - e^{-8.9125 \times 10^{-4} \times 1457.8}\right) \times \frac{1457.8}{8.9125 \times 10^{-4} \times 1457.8}$$

$$\therefore Q(t) = 856552 \, J$$

أو $\simeq 856.6kj$

1.4 مسائل إضافية محلولة في التوصيل العابر :

[1] لوحة رفيعة من النحاس بالأبعاد $50cm \times 50cm$ وبسمك $6.25mm$ لها درجة حرارة منتظمة مقدارها $300°C$. تم خفض درجة حرارة اللوحة فجأة إلى $36°C$. أحسب الزمن الذي تتطلبه اللوحة للوصول إلى درجة حرارة مقدارها $108°C$.

خذ: $h = 90\, w/m^2°C\ , k = 370\ w/m°C\ \ , C_p = 0.38\, kj/kg\ °C\ , \rho = 9000\ \ kg/m^3$

الحل :

$L = \frac{\text{حجم اللوحة}}{\text{مساحة سطح اللوحة}} = \frac{V}{A_s} = \frac{t}{2} = \frac{0.00625}{2} = 0.003125$ ، الطول المميز للوحة مستوية (البعد الخطي المميز للوحة مستوية)

$Bi = \frac{hL}{k} = \frac{90 \times 0.003125}{370} = 7.6 \times 10^{-4}$ ، رقم بيوت

بما أن $Bi \ll 0.1$ ، بالتالي يمكن تطبيق نظرية المواسعة الإجمالية (التسخين أو التبريد النيوتوني) لحل هذه المسألة .

$$\frac{\theta}{\theta_O} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi \times FO} \rightarrow \ (*)$$ ، $\frac{\text{فرق درجة الحرارة عند أي لحظة}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفرى}}$

حيث :

$T_O \equiv$ درجة الحرارة الابتدائية للوحة $= 300°C$

$T(t) \equiv$ درجة الحرارة عند أي لحظة زمنية $= 108°C$

$T_\infty \equiv$ درجة حرارة المائع المحيط $= 36°C$

رقم فورير ، $Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2} \cdot \tau = \frac{370}{9000\times0.38\times10^3\times(0.003125)^2}\tau = 11.0784\tau$

من المعادلة $(*)$:

$$\frac{108-36}{300-36} = e^{-7.6\times10^{-4}\times11.0784\tau}$$

$$\frac{72}{264} = e^{-8.42\times10^{-3}\tau}$$

$$0.2727 = e^{-8.42\times10^{-3}\,\tau}$$

$$\ln 0.2727 = -8.42\times10^{-3}\tau \ln e$$

$$\therefore \tau = \frac{\ln 0.2727}{-0.00842} = \frac{-1.2994}{-0.00842} = 154.32\ s$$

[2] لوح من سبيكة الألمنيوم بالأبعاد $400mm \times 400mm \times 4mm$ عند درجة حرارة 200°C يتم غمره فجأة في اكسجين سائل عند درجة حرارة -183°C . مبتدئا من الأسس الأولية أو مشتقاً التعبيرات الضرورية حدِّد الزمن المطلوب لكي يصل اللوح إلى درجة حرارة -70°C . افترض الخواص التالية:

$$\rho = 3000\,kg/m^3\ \ ,c_P = 0.8\,kj/kg°\mathrm{C}\ ,h = 20{,}000\,kj/m^2h°\mathrm{C}$$

الحل:

الطول المُميَّزللوح الالمونيوم ، $L = \frac{t}{2} = \frac{4}{2} = 2mm = 0.002\ m$

رقم بيوت ، $Bi = \frac{hL}{K}$

k للألمنيوم عند درجات حرارة منخفضة يمكن اخذها مساوية لـ $214\,w/m°\mathrm{C}$ أو $770.4\,kj/mh°\mathrm{C}$.

$$Bi = \frac{20000\times0.002}{770.4} = 0.0519$$

بما أن $Bi \ll 0.1$ ، بالتالي يمكن استخدام أسلوب المواسعة الإجمالي (Lumped capacitance method) لحل المسألة .

يُعطى توزيع درجة الحرارة بـ ،

$$\frac{\text{فرق درجة الحرارة اللحظي}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}} \text{،} \frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{Bi \times FO} \rightarrow \ (*)$$

لاشتقاق هذه العلاقة ارجع إلى التحليل النظري .

رقم فورير ، $Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2} \cdot \tau = \frac{214}{3000 \times 0.8 \times 10^3 \times (0.002)^2} \cdot \tau = 22.3\tau$

من المعادلة $(*)$:

$$\frac{-70 - (-183)}{200 - (-183)} = e^{-0.0519 \times 22.3\tau}$$

$$\frac{113}{383} = e^{-1.15737\tau}$$

$$0.29504 = e^{-1.15737\tau}$$

$$\ln 0.29504 = -1.15737\tau \ln e$$

$$\tau = \frac{\ln 0.29504}{-1.15737} = \frac{-1.22064}{-1.15737} = 1.0547s \simeq 1.055s$$

[3] كرة مصمتة من النحاس بقطر $10cm$، $\left[\boldsymbol{k = 386\, w/mK} \text{ ، } \boldsymbol{c_P = 383\, J/kg\ K} \text{ ،} \boldsymbol{\rho = 8954\, kg/m^3}\right]$ ، تكون ابتدائيا عند درجة حرارة منتظمة $T_O = 250°C$ ، يتم غمرها فجأة في مائع يتم رجَّه جيداً ، ويتم إعداده عند درجة حرارة منتظمة $T_\infty = 50°C$. معامل انتقال الحرارة بين الكرة والمائع هو $h = 200\, w/m^2K$. حدِّد درجة حرارة الكرة النحاسية عند $\tau = 5min$ بعد الغمر .

الحل:

معطى :

$$k = 386\, w/mK \;\;, \qquad c_P = 383\, J/kg\; K \;, \qquad \rho = 8954\, kg/m^3 \;, \qquad d = 10cm$$

$$\tau = 5\min = 5 \times 60 = 300\; s \;\; , h = 200\, w/m^2K \;, T_\infty = 50℃ \,, \qquad T_O = 250℃$$

$L = \frac{r}{3} = \frac{0.05}{3} = 0.01667m$ ، الطول المميز للكرة

$Bi = \frac{hL}{k} = \frac{200\times0.01667}{386} = 8.64 \times 10^{-3}$ ، رقم بيوت

بما أن$Bi \ll 0.1$ بالتالي يمكن استخدام أسلوب المواسعة الإجمالي (نظرية المقاومة الداخلية المهملة) لحل المسألة .

يُعطى توزيع درجة الحرارة بـ :

$$\frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi\times FO} \quad \rightarrow (*)$$

، $\frac{\text{فرق درجة الحرارة اللحظي}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}}$

$Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2} \cdot \tau = \frac{386}{8954\times383\times(0.01667)^2} = 0.405\tau$ ، رقم فورير

من المعادلة $(*)$:

$$\frac{T(t)-50}{250-50} = e^{-0.00864\times0.405\tau}$$

$$\frac{T(t) - 50}{200} = e^{-3.5\times10^{-3}\times\tau}$$

$$\therefore \frac{T(t) - 50}{200} = e^{-3.5\times10^{-3}\times300} = e^{-1.05}$$

$T(t) = 200e^{-1.05} + 50 = 120\; ℃$ ، درجة الحرارة بعد 5 دقائق من الغمر

[4] يتم قياس متوسط معامل انتقال الحرارة الحملي لسريان هواء عند درجة حرارة 90°C فوق لوح مستوٍ

بملاحظة تأريخ درجة الحرارة بالنسبة للزمن للوح من النحاس بسمك $40mm$ ، $c_p =$ ($k = 370\,w/m\,°C$ ، $\rho = 9000\,kg/m^3$ ، $0.38\,kj/kg°C$) يتم تعريضه لهواء عند $90°C$. في إحدى الاختبارات التي أُجريت ، درجة الحرارة الابتدائية للوح هي $200°C$ ، وخلال $4.5min.$ انخفضت درجة الحرارة بمقدار $35°C$. أوجد معامل انتقال الحرارة لهذه الحالة . تجاهل المقاومة الحرارية الداخلية.

الحل:

معطى : $T_\infty = 90°C$ ، $t = 40mm = 0.04m$ ، $\rho = 9000\,kg/m^3$ ، $c_P = 0.38\,kj/kg°C$

$\mathrm{T}_O = 200°C$ ، $T(t) = 200 - 35 = 165°C$ ، $\tau = 4.5min = 270\,s$ ،

$L = \frac{t}{2} = \frac{0.04}{2} = 0.02m$ ، الطول المميز أو البُعد الخطي المميز للوح مستوٍ

$$Bi = \frac{hL}{k} = \frac{0.02h}{370} = 5.4054 \times 10^{-5}h$$

$$\frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t)-T_\infty}{T_O-T_\infty} = e^{-Bi\times Fo} \rightarrow (*)$$ ، $\frac{\text{فرق درجة الحرارة اللحظي}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}}$

$$Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2}\cdot\tau = \frac{370}{9000 \times 0.38 \times 10^3 \times (0.02)^2}\cdot\tau = 0.2747\tau = 0.27047 \times 270$$
$$= 73.027$$

من المعادلة $(*)$:

$$\frac{165-90}{200-90} = e^{-5.4054\times10^{-5}h\times73.027}$$

$$\frac{75}{110} = e^{-3.9474\times10^{-3}h}$$

$$\ln\left(\frac{75}{110}\right) = -3.9474 \times 10^{-3}h\ln e$$

$$\Rightarrow h = 97\, w/m^2 °C$$

∴ مُعامل انتقال الحرارة الحملي لسريان الهواء = $97\, w/m^2\, °C$

[5] معاملات انتقال الحرارة لسريان هواء عند $28°C$ فوق كرة بقطر $12.5mm$ يتم قياسها بمشاهدة تأريخ درجة الحرارة ضد الزمن لكرة نحاسية بنفس الأبعاد .

درجة حرارة الكرة النحاسية $\left(\rho = 8850\, kg/m^3\right.$ و $\left.c_P = 0.4\, kj/kg\, K\right)$ ، يتم قياسها بواسطة اثنان من المزدوجات الحرارية ، أحداهما يتم وضعه في المنتصف والآخر بالقرب من السطح . سَجَّل المزدوجان الحراريان نفس درجة الحرارة في لحظة معطاة . في أحد الاختبارات كانت درجة الحرارة الابتدائية للكرة $65°C$ وفي $1.15\, min.$ انخفضت درجة الحرارة بمقدار $11°C$. أحسب معامل انتقال الحرارة في هذه الحالة.

الحل:

معطى : $T_\infty = 28\ °C$ ، $d = 12.5mm = 0.0125m$ ، $r = \frac{0.0125}{2} = 0.00625\, m$ ،

$$\tau = 1.15\text{min} = 69\text{ s} ،\text{T(t)} = 65 - 11 = 54°\text{C} \ ، \text{T}_\text{O} = 65°\text{C} \ ، \rho$$
$$= 8850\, \text{kg/m}^3 \ ، \text{C}_\text{P} = 0.4\, \text{kj/kg°C}$$

$L = \frac{r}{3} = \frac{0.00625}{3} m$ ، الطول المميز أو البعد الخطي المميز لكرة

$$Bi = \frac{hL}{k} = \frac{h(r/3)}{k} = \frac{h \times 0.00625}{3k} = \frac{0.00625h}{3k}$$

بما أنه يُراد حساب مُعامِل انتقال الحرارة ، بالتالي افترض أنَّ المقاومة الداخلية يتم تجاهُلها وأنَّ $Bi \ll 0.1$.

($i.e.$ يتم افتراض نظرية المقاومة الداخلية المهملة او نظرية المواسعة الإجمالية) .

معادلة توزيع درجات الحرارة :

$$\frac{\text{فرق درجة الحرارة اللحظي}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}} \text{ ،} \frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi \times FO} \rightarrow (*)$$

$$Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2} \cdot \tau = \frac{k \times 69}{8850 \times 0.4 \times 10^3 \times \left(\frac{0.00625}{3}\right)^2} = 4.491k$$

من المعادلة $(*)$:

$$\frac{54 - 28}{65 - 28} = e^{\frac{-0.0065h}{3k} \times 4.491k}$$

$$\frac{26}{37} = e^{\frac{-0.0065h \times 4.491}{3}} = e^{-9.356h}$$

$$0.7027 = e^{-9.356h}$$

$$\ln 0.7027 = -9.356h \ln e$$

$$\therefore h = \frac{\ln 0.7027}{-9.356} = 37.31\, w/m^2K$$

∴ معامل انتقال الحرارة الحملي لسريان الهواء = $37.31\, w/m^2K$

[6] كرة فولاذية بقطر $50mm$ وعند درجة حرارة $900°\mathrm{C}$ يتم وضعها في جو ساكن عند درجة حرارة $30°\mathrm{C}$.

أحسب مُعَدَّل التبريد الابتدائي للكرة بالـ $°\mathrm{C}/min$. خذ الخواص التالية :

$$h = 30\, w/m^2°\mathrm{C} \text{ ، } \left(\text{للفولاذ}\right) c_P = 2\, kj/kg°\mathrm{C} \text{ ،} \rho = 7800\, kg/m^3$$

تجاهل المقاومة الحرارية الداخلية .

الحل :

معطى : $\rho = 7800\,kg/m^3$ ،$T_\infty = 30°C$ ، $T_O = 900°C$ ، $r = \frac{50}{2} = 25mm = 0.025m$

$\tau = 1\min = 60s$ ، $h = 30\,w/m^2°C$ ، $c_P = 2\,kj/kg°C$ ،

تفاوت درجة الحرارة في الكرة بالنسبة للزمن ، بتجاهل المقاومة الحرارية الداخلية يعطى بـ :

$$\frac{\text{فرق درجة الحرارة اللحظي}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}} ، \frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi \times FO} \rightarrow (*)$$

$$Bi = \frac{hL}{k}$$

الطول أو البُعد الخطي المُميَّز لكرة ، $L = \frac{r}{3} = \frac{0.025}{3}$

$$Bi = \frac{30 \times 0.025}{3k} = \frac{0.25}{k}$$

$$Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2} \cdot \tau = \frac{k \times 60}{7800 \times 2 \times 10^3 \times \left(\frac{0.025}{3}\right)^2} = 0.0554k$$

$$\frac{T(t) - 30}{900 - 30} = e^{\frac{-0.25}{k} \times 0.0554k} = e^{-0.01385} = 0.98625$$

$$\therefore T(t) = 0.98625 \times 870 + 30 = 858 + 30 = 888°C$$

$$\therefore \text{مُعدَّل التبريد} = \frac{T_O - T(t)}{\tau} = 900 - 888 = 12°C/min$$

∴ مُعدَّل التبريد الابتدائي للكرة = $12\,°C/min.$

[7] كتلة اسطوانية مصمتة بقطر $10cm$ وبطول $30cm$ يتم تمريرها خلال فرن معالجة حرارية طوله $6m$. يجب أن تصل الكتلة إلى درجة حرارة مقدارها $800°C$ قبل إخراجها من الفرن . يكون غاز الفرن عند درجة

حرارة $1250℃$ ، ودرجة الحرارة الابتدائية للكتلة هي $90℃$. ما هي السرعة القصوى التي يجب أن تتحرك بها الكتلة في الفرن لتصل إلى درجة الحرارة المطلوبة ؟

معامل انتقال الحرارة السطحي المتحد للإشعاع والحمل هو $100\,w/m^2℃$.خذ الخواص التالية : $(steel)\ k = 40\,w/m℃$ والانتشارية الحرارية للفولاذ $\propto = 1.16\times10^{-5}\,m^2/s$.

الحل :

$d = 10cm = 0.1m$ ، $L = 30cm = 0.3m$ ، $T_O = 1250℃$ ، $T(t) = 800℃$ ، $T_\infty = 90℃$ ،

$k = 40\,w/m℃$ ، $h = 100\,w/m^2℃$ ، $\propto = 1.16\times10^{-5}\,m^2/s$.

$L = \frac{V}{A_s} = \frac{\frac{\pi}{4}d^2L}{\left[\pi dL + \frac{\pi}{4}d^2\times2\right]}$ ، الطول المُمَّيز لأسطوانة (البعد الخطي المميز لأسطوانة)

$$= \frac{dL}{4L+2d} = \frac{0.1\times0.3}{4\times0.3+2\times0.1} = \frac{0.03}{1.2+0.2} = \frac{0.03}{1.4} = 0.02143$$

$$Bi = \frac{hL_c}{k} = \frac{100\times0.02144}{40} = 0.0536$$

بما أنَّ $Bi \ll 0.1$ ، بالتالي يمكن تجاهل المقاومة الحرارية الداخلية للكتلة لسريان حرارة بالتوصيل.($i.e.$ يتم افتراض نظرية المقاومة الداخلية المهملة او نظرية المواسعة الإجمالية) .

علاقة الزمن ضد درجة الحرارة يُعطى بـ :

$$\frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t)-T_\infty}{T_O-T_\infty} = e^{-Bi\times FO} \rightarrow (*)$$

$\frac{\text{فرق درجة الحرارة اللحظي}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}}$ ، $\frac{\theta}{\theta_o}$

$$Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2}\cdot\tau = \frac{\propto\tau}{L^2} = \frac{1.16\times10^{-5}\tau}{(0.02143)^2} = 0.02526\tau$$

من المعادلة $(*)$:

$$\frac{800-90}{1250-90}=e^{-0.0536\times0.02526\tau}$$

$$\frac{710}{1160}=e^{-1.354\times10^{-3}\tau}$$

$$0.612=e^{-1.354\times10^{-3}\tau}=e^{-0.001354\tau}$$

$$\ln 0.612=-0.001354\tau\ln e$$

$$\tau=\frac{\ln 0.612}{-0.001354}=362.6s$$

سرعة الكتلة المارة خلال الفرن ، $v=\frac{\text{طول الفرن}}{\text{الزمن}}=\frac{6}{362.6}=0.01655\,m/s$

[8] كرة من الفولاذ الطري بقطر $15mm$ $(k=42\,w/m℃)$ ، يتم تعريضها لسريان هواء تبريد عند $20℃$ ينشأ عنه مُعامل حمل $h=120\,w/m^2℃$. حدِّد الآتي :

(i) الزمن المطلوب لتبريد الكرة من $550℃$ إلى $90℃$.

(ii) مُعدَّل انتقال الحرارة اللحظي بعد 2 دقيقة من بداية التبريد.

(iii) الحرارة الكلية المنتقلة من الكرة خلال الـ 2 دقيقة الأولى .

للفولاذ الطري خُذ الخواص التالية:

$$\propto=0.045\,m^2/h\ \text{،}\ c_P=475J/kg℃\ \text{،}\ \rho=7850\,kg/m^3$$

الحل:

معطى : $r=\frac{15}{2}=7.5mm=0.0075m$ ، $k=42\,w/m℃$ ، $T_\infty=20℃$ ،

$T_o=550℃$ ، $T(t)=90℃$ ، $h=120\,w/m^2℃$.

[i

$L=\frac{r}{3}=\frac{0.0075}{3}=0.0025m$ ، الطول المميز (البعد الخطي المميز لكرة)

$$Bi=\frac{hL}{k}=\frac{120\times0.0025}{42}=0.007143$$

$$Fo=\frac{k}{\rho c_P L^2}\cdot\tau=\frac{\propto\tau}{L^2}=\frac{0.045\times\tau}{(0.0025)^2}=7200\tau(where\ \ \tau\ \ is\ in\ hours)$$

بما أن $Bi\ll0.1$ ، بالتالي يمكن استخدام نظرية المواسعة الإجمالية أو نظرية المقاومة الداخلية المهملة لحل هذه المسألة .

تفاوت درجة الحرارة مع الزمن يُعطى بـ :

$$\frac{\theta}{\theta_o}=\frac{T(t)-T_\infty}{T_O-T_\infty}=e^{-Bi\times FO}\rightarrow(*)$$ ، $\frac{\text{فرق درجة الحرارة عند أي لحظة}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}}$

بتعويض القيم المتحصل عليها :

$$\frac{90-20}{550-20}=e^{-0.007143\times7200\tau}$$

$$0.132=e^{-51.43\tau}$$

$$\ln0.132=-51.43\tau\ln e$$

$$\therefore\ \tau=\frac{\ln0.132}{-51.43}=0.03937h=141.7s$$

ii]

$$\acute{q}(\tau) = hA_s\theta_o e^{-Bi\times Fo} = 120\times 4\pi\times(0.0075)^2(550-20)e^{-51.43\times\frac{2}{60}} = 8.1w$$

iii]

$$Q(t) = hA_s\theta_o\left(1-e^{-Bi\times Fo}\right)\frac{\tau}{Bi\times Fo}$$

$$= 120\times 4\pi(0.0075)^2(550-20)\left(1-e^{-51.43\times\frac{2}{60}}\right)\frac{{}^{2}/_{60}}{51.43\times\frac{2}{60}} = 2580.15\,J$$

$$\simeq 2.58kJ$$

[9] شريحة مزخرفة من البلاستيك على كرة نحاسية قطرها $10mm$ يتم معالجتها في فرن عند 75°C . بعد إزالتها من الفرن ، يتم تعريض الكرة لسريان هواء عند $10\,m/s$ ، و23°C . قدِّر الزمن المأخوذ لتبريد الكرة إلى 35°C باستخدام نظرية المواسعة الإجمالية.

استخدم العلاقة أو الارتباط التالي :

$$Nu = 2+\left[0.4(Re)^{0.5}+0.06(Re)^{2/3}\right](Pr)^{0.4}\left[\frac{\mu_a}{\mu_s}\right]^{0.25}$$

لتحديد معامل الارتباط h ، استخدم الخواص التالية للهواء والنحاس:

للنحاس : $\rho = 8933\,\mathrm{kg/m^3}$ ، $k = 400\,\mathrm{w/mK}$ ، $c_P = 380\,\mathrm{J/kg°C}$

للهواء عند 23°C: $\mu_a = 18.16\times10^{-6}\,\mathrm{N.s/m^3}$ ، $\nu = 15.36\times10^{-6}\ \mathrm{m^2/s}$

$k = 0.0258\,w/mK$ ، $pr = 0.709$ و μ_s للكرة عند 35 °C هي $19.78\times10^{-6}\,\mathrm{N.s/m^2}$

الحل :

$.T(t) = 35℃$ ، $T_\infty = 23℃$ ، $C_a = 10\,m/s$ $\mathrm{T}_O = 75℃$ ، $d = 10mm = 0.01m$

$$Re = \frac{\rho Cd}{\mu} = \frac{Cd}{\nu} = \frac{10 \times 0.01}{15.36 \times 10^{-6}} = 6510$$

$$Nu = 2 + \left[0.4(6510)^{0.5} + 0.06(6510)^{2/3}\right](0.709)^{0.4}\left[\frac{18.16 \times 10^{-6}}{19.78 \times 10^{-6}}\right]^{0.25}$$

$$= 2 + [32.27 + 20.92] \times 0.87 \times 0.979 = 47.3$$

$$or\ Nu = \frac{hd}{k} = 47.3$$

$$h = \frac{Nu.k}{d} = \frac{47.3 \times 0.0258}{0.01} = 122\,w/m^2℃$$

$$\frac{\text{فرق درجة الحرارة عند أي لحظة}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}} ، \frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi \times FO} \rightarrow (*)$$

$$Bi = \frac{hL_c}{k}$$

الطول المُميَّز أو البعُد الخطي المُميَّز لكرة ، $L_c = \frac{r}{3} = \frac{0.005}{3}$

$$Bi = \frac{hL_c}{k} = \frac{122 \times 0.005}{3 \times 400} = 5.083 \times 10^{-4}$$

$$Fo = \frac{k}{\rho c_P {L^2}_c} \cdot \tau = \frac{400}{8933 \times 380 \times \left(\frac{0.005}{3}\right)^2} \cdot \tau = 42.421\tau$$

من المعادلة $(*)$:

$$\frac{35 - 23}{75 - 23} = e^{-5.083 \times 10^{-4} \times 42.421\tau} = e^{-0.02156\tau}$$

$$\frac{12}{52} = 0.2308 = e^{-0.02156\tau}$$

$$\ln 0.2308 = -0.02156\tau \cdot \ln e$$

$$\therefore \tau = \frac{\ln 0.2308}{-0.02156} = 68s$$

∴ الزمن المطلوب لتبريد الكرة إلى 35°C = 86 S

[10] بيضة بقطر متوسط مقداره $40mm$ تكون ابتدائياً عند درجة 20°C يتم وضعها في طوة بها ماء مغلي لمدة أربع دقائق . كم من الزمن يجب أن تأخذ بيضة مشابهة اذا تمَّ أخذها من ثلاجة عند 5°C . خذ الخواص التالية للبيضة:

$$c_P = 2\,kj/kg°\text{C} \;\text{،}\; \rho = 1200\,kg/m^3 \;\text{،}\; \text{k} = 10\,w/m°\text{C}$$

ومعامل انتقال الحرارة ، $h = 100\,w/m^3°\text{C}$

استخدم نظرية المواسعة الاجمالية ($i.e.$ نظرية المقاومة الداخلية المهملة) لحل هذه المسالة.

الحل:

معطى : $\tau = 4\text{min} = 4 \times 60 = 240\text{s}$ ، $T_o = 20°\text{C}$ ، $r = \frac{40}{2} = 20mm = 0.02m$

$c_P = 2\,kj/kg°\text{C}$ ،$\rho = 1200\,kg/m^3$ ،$k = 10\,w/m°\text{C}$ ، $h = 100\,w/m^2°\text{C}$.

عند $T_O = 5°\text{C}$ ، $\tau = ?$

لاستخدم نظرية المواسعة الاجمالية ، فإن الشرط المطلوب هو $Bi < 0.1$.

$$Bi = \frac{hL_c}{k}$$

$L_c = \frac{r}{3} = \frac{0.02}{3}\,m$ ، الطول المميز أو البُعد الخطي المُمَّيز لكرة

$$Bi = \frac{100 \times 0.02}{3 \times 10} = 0.067$$

بما أن $Bi \ll 0.1$ ، بالتالي يمكن استخدام نظرية المواسعة الإجمالية .

تفاوت درجة الحرارة مع الزمن يُعطى بـ :

$$\frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi \times FO} \rightarrow \ (*)$$

$$Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2} \cdot \tau = \frac{10}{1200 \times 2 \times 10^3 \left(\frac{0.02}{3}\right)^2} \times 240 = 22.5$$

من المعادلة $(*)$:

$$\frac{\text{فرق درجة الحرارة عند أي لحظة}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}} ، \frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - 100}{20 - 100} = e^{-0.067 \times 22.5} = e^{-1.5075} = 0.2215$$

$$T(t) - 100 = -80 \times 0.2215$$

$$\therefore T(t) = 100 - 80 \times 0.2215 = 100 - 17.72 = 82.28℃ \quad say\ 82℃$$

مستخدماً المعادلة $(*)$ مرة أخرى ،

$$\frac{82 - 100}{5 - 100} = e^{-Bi \times FO}$$

$$Fo = 0.09375\tau$$

$$\frac{-18}{-95} = e^{-0.067 \times 0.09375\tau}$$

$$0.1895 = e^{-0.00628\tau}$$

$$\ln 0.1895 = -0.00628\tau \ln e$$

$$\therefore \tau = \frac{\ln 0.189s}{-0.00628} = 264.9s \ = 4.4145\ min$$

[11] كتلة اسطوانية ساخنة بقطر $50mm$ وبطول $200mm$ يتم اخذها من الفرن عند 800°C وغمرها في ماء حتى تهبط درجة حرارتها إلى 500°C . من بعد تم تعريضها مباشرة إلى هواء حتى تهبط درجة حرارتها إلى 100°C . أوجد الزمن الكلي المطلوب للكتلة لتنخفض درجة حرارتها من 800°C إلى 100°C . خذ الخواص التالية:

$k \equiv$ (الموصلية الحرارية للكتلة) $= 60\, w/m°\mathrm{C}$

$c_P \equiv$ (الحرارة النوعية للكتلة) $= 200\ J/m\,°\mathrm{C}$

$\rho \equiv$ (كثافة مادة الكتلة) $= 800\, kg/m^3$

$h_w \equiv$ (معامل انتقال الحرارة في الماء) $= 200\, w/m^2\,°\mathrm{C}$

$h_a \equiv$ (معامل انتقال الحرارة في الهواء) $= 20\, w/m^2°\mathrm{C}$

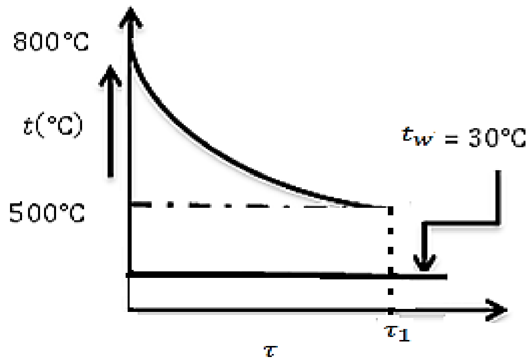
درجة حرارة الهواء أو الماء= 30°C

الحل :

معطى: $L = 200mm = 0.2m$ ، $r = \frac{50}{2} = 25mm = 0.025m$

$L_c = \frac{r}{2} = \frac{0.025}{2} m$ ، الطول أو البُعد الخطي المُمَيِّز لأسطوانة

$$Bi = \frac{hL_c}{k} = \frac{hr}{2k} = \frac{200 \times 0.025}{2 \times 60} = 0.04167$$



شكل رقم (1.2)

بما أن $Bi \ll 0.1$ ، فإنَّ المقاومة الحرارية الداخلية يمكن تجاهلها وبالتالي يمكن استخدام نظرية المواسعة الإجمالية.

يمكن حساب الزمن الكلي بحساب τ_1 (الزمن المطلوب في الماء) و τ_2 (الزمن المطلوب في الهواء) وجمعهما بحيث أنَّ $\tau = \tau_1 + \tau_2$.

(i) تفاوت درجة الحرارة بالنسبة للزمن عندما يتم تبريد الكتلة في الماء يُعطى بـ :

(انظر الشكل (1.2))

$$\frac{\text{فرق درجة الحرارة عند أي لحظة}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}} ، \frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi \times FO} \rightarrow (*)$$

$$Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2} \cdot \tau = \frac{60\tau_1}{800 \times 200 \times \left(\frac{0.025}{2}\right)^2} = 2.4\tau_1$$

بالتعويض في المعادلة $(*)$:

$$\frac{500 - 30}{800 - 30} = e^{-0.04167 \times 2.4\tau_1}$$

$$0.61 = e^{-0.1\tau_1}$$

$$\ln 0.61 = \ln e^{-0.1\tau_1}$$

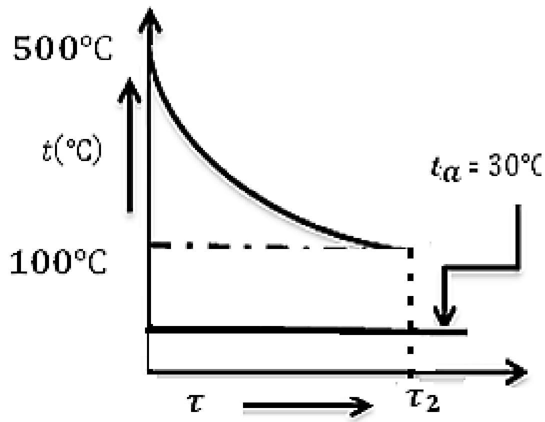
$$\ln 0.61 = -0.1\tau_1 \ln e$$

$$\therefore \tau_1 = \frac{\ln 0.61}{-0.1} = 4.943s \simeq 4.94s$$

(ii) تفاوت درجة الحرارة بالنسبة للزمن عندما يتم تبريد الكتلة في الهواء يعطى بـ :

(أنظر الشكل (1.3))

$$\frac{\text{فرق درجة الحرارة عند أي لحظة}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}} ، \frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi \times FO} \rightarrow (*)$$



شكل رقم (1.3)

$$Bi = \frac{hL_c}{k} = \frac{20 \times 0.025}{2 \times 60} = 0.004167$$

$$Fo = \frac{k}{\rho c_P {L_c}^2} \cdot \tau_2 = 2.4\tau_2$$

بالتعويض في المعادلة $(*)$:

$$\frac{100-30}{500-30}=e^{-0.004167\times 2.4\tau_2}$$

$$\frac{70}{470}=e^{-0.01\tau_2}$$

$$0.149=-0.01\tau_2 \ln e$$

$$\therefore \tau_2=\frac{\ln 0.149}{-0.01}=\frac{-1.904}{-0.01}=190.4$$

$\therefore$ الزمن الكلي ، $\tau=\tau_1+\tau_2=4.94+195.4=195.34s\ or\ 3.256\ min$

1.5 **مسائل غير محلولة في التوصيل العابر** :

[1] شريحة من النحاس $\left(\rho=900\,kg/m^3\ ،\ c=380\,j/kg℃\ ،k=370\,w/m℃\right)$ بالأبعاد $400mm\times 400mm\times 5mm$ لها درجة حرارة منتظمة مقدارها $250℃$ ، تم خفض درجة حرارتها فجأة إلى $30℃$. أحسب الزمن المطلوب للشريحة لتصل إلى درجة حرارة مقدارها $90℃$.افترض أن معامل انتقال الحرارة الحملي يُعطى بـ $90\,w/m^2℃$.

$Ans.\{\tau=123.75s\}$

[2] شريحة من سبيكة الومنيوم مساحة سطحها $0.2\,m^2$ (للجانبين) ، سمكها $4mm$ ، وعند درجة حرارة $200℃$ يتم غمرها فجأة في اكسجين سائل عند درجة حرارة $-183℃$. أوجد الزمن المطلوب لتصل الشريحة إلى درجة حرارة مقدارها $-70℃$.

خذ : $h=500\,w/m^2℃$ ، $c_P=890\,j/kg℃$ ، $\rho=2700\,kg/m^3$

$Ans\cdot\{23.45s\}$

[3] كرة من الزهر بقطر $200mm$ تكون بداية عند درجة حرارة منتظمة مقدارها $400℃$ ، يتم غمرها في زيت . درجة حرارة حمَّام الزيت هي $40℃$. إذا اصبحت درجة حرارة الكرة $100℃$ بعد 5 دقائق ، أوجد معامل انتقال الحرارة على سطح الكرة.

خذ : $\rho(cast\ iron) = 7000\, kg/m^3$ ، $c_P(cast\ iron) = 0.32\, kj/kg\ ℃$

تجاهل المقاومة الحرارية الداخلية .

$Ans \cdot \{134\, kw/m^2\ ℃\}$

[4] متوسط معامل انتقال الحرارة الحملي لسريان هواء عند $100℃$ فوق لوح مستوٍ ، يتم قياسه بملاحظة تأريخ (درجة الحرارة . الزمن) لشريحة من النحاس سمكها $30mm$ ويتم أخذ خواصها كما يلي :

$\left(\rho = 9000\, kg/m^3 \ ، k = 370\, w/m℃ \ ، c_P = 0.38\, kj/kg℃\right)$ يتم تعريضها للهواء عند $100℃$. في إحدى الإختبارات التي أجريت ، كانت درجة الحرارة الإبتدائية للوح هي $210℃$ ، وفي 5 دقائق انخفضت درجة الحرارة بمقدار $40℃$. أوجد معامل انتقال الحرارة لهذه الحالة . تجاهل المقاومة الحرارية الداخلية.

$Ans \cdot \{77.24\, w/m^2℃\}$

[5] كتلة اسطوانية من الفولاذ بقطر $150mm$ وبطول $400mm$ يتم إمرارها خلال فرن معالجة حرارية بطول $6m$. يجب أن تصل الكتلة إلى درجة حرارة $850℃$ قبل إخراجها من الفرن . يكون غاز الفرن عند $1280℃$ وتكون درجة الحرارة الابتدائية للكتلة $100℃$. ما هي السرعة القصوى التي يجب أن تتحرك بها الكتلة في الفرن للوصول إلى درجة الحرارة المطلوبة ؟

معامل انتقال الحرارة السطحي المتحد للإشعاع والحمل هو $100\, w/m^2\ ℃$.

خذ: $k(steel) = 45\,w/m\,°\text{C}$ ، $\propto = 0.46 \times 10^{-5}\,m^2/s$

$Ans \cdot \{1.619 \times 10^{-3}\,m/s\}$

[6] كرة ساخنة من الفولاذ الطري $(k = 42.5\,w/m°\text{C})$ بقطر $15mm$ يتم تبريدها بسريان هواء عند $27°\text{C}$. معامل انتقال الحرارة الحملي هو $114\,w/m^2°\text{C}$. حدَّد الآتي:

[i] الزمن المطلوب لتبريد الكرة من $540°\text{C}$ إلى $95°\text{C}$.

[ii] معدَّل انتقال الحرارة اللحظي بعد دقيقتان من بداية التبريد .

[iii] الطاقة الكلية المنتقلة من الكرة خلال الـ 2 دقيقة الأولى.

خذ خواص الفولاذ الطري كالآتي :

$$\left(\propto = 0.043\,m^2/h \text{ ، } c_P = 475\,j/kg°\text{C} \text{ ، } \rho = 7850\,kg/m^3\right)$$

$Ans \cdot \left\{(i)2.104\min \text{ ، } (ii)3.884w \text{ ، } (iii)1475.7j\right\}$

[7] معاملات انتقال الحرارة لسريان هواء عند $30°\text{C}$ فوق كرة بقطر $12.5\,mm$ يتم قياسها بملاحظة تأريخ درجة الحرارة ضد الزمن لكرة نحاسية بنفس الأبعاد. درجة حرارة الكرة النحاسية $\left(c_P = 0.375\,kj/kg\,°\text{C} \text{ ، } \rho = 8930\,kg/m^3\right)$ تمَّ قياسها بواسطة اثنان من المزدوجات الحرارية ، أحدهما موضوع عند المركز والآخر قريباً من السطح . يسجِّل كلا المزدوجان الحراريان نفس درجة الحرارة عند لحظة معطاة . في إحدى الاختبارات التي أجريت كانت درجة الحرارة الابتدائية للكرة هي $70°\text{C}$ وفي خلال $1.15min$ انخفضت درجة الحرارة بمقدار $7°\text{C}$.أحسب معامل انتقال الحرارة الحملي لهذه الحالة .

$Ans \cdot \{194.5\,w/m^2\,°\text{C}\}$

الفصل الثاني

أساسيات انتقال الكتلة

(Fundamentals of mass transfer)

2.1 مدخل :

انتقال الكتلة هو انتقال مكونات خليط من منطقة ذات تركيز عالي إلى منطقة ذات تركيز منخفض نتيجة لفروقات التركيز بين المنطقتين .

هنالك نوعان من انتقال الكتلة:

انتقال الكتلة بالانتشار أو انتقال الكتلة الجزيئي (Diffusion mass transfer or molecular mass transfer):

يحدث انتقال الكتلة نتيجة لحركة جزيئات مُكوِّنات الخليط . وهذا مشابه (مناظر) لانتقال الحرارة بالتوصيل . مثال نموذجي لانتقال الكتلة بالانتشار هو تجفيف ملابس رطبة في هواء ساكن في غرفة . تركيز بخار الماء حول الملابس يكون أكبر من ذلك للهواء الساكن ، بالتالي فإن كتلة البخار تنتقل من الملابس إلى الهواء . مرة ثانية فإن المبيدات الحشرية أو العطور التي يتم رشها في جزء من غرف تنفُذ (Permeates) وتصل لجميع أجزاء الغرفة بالانتشار الجزئي.

انتقال الكتلة بالحمل (Convective mass transfer) :

هذا مُناظر لانتقال الحرارة بالحمل ويعتمد على حركة المائع . إذا كانت حركة المائع نتيجة لتغير في الكثافة فإنَّ الإجراء يكون حملا طبيعياً أو حُراً ، أما إذا حدث سريان للمائع بواسطة مؤثر خارجي مثل مضخة أو مروحة بالتالي فإن الإجراء يكون حملاً قسرياً . أمثلة نموذجية لانتقال الكتلة بالحمل هي : الاسترطاب

(Humidification) ، التقطير (Distillation) ، استخلاص السائل (Liquid extraction) ، وامتصاص الغاز (Gas absorption) ،إلى آخره.

2.2 تعريفات (Definitions) :

اعتبر خليطاً يحتل حجماً V ، له مكونات m_1 ، m_2، m_3، ...... ، m_n .

كتلة أيِّ مُكوِّن اعتباطي أو حكمي **(Arbitrary component)** تكون m_m .

كتلة الخليط ، $m = \sum_{m=1}^{n} m_m \rightarrow (2.1)$

كثافة الخليط ، $\rho = \frac{m}{V} \rightarrow (2.2)$

كثافة المُكوِّن ، $\rho_m = \frac{m_m}{V} \rightarrow (2.3)$

كثافة المُكوِّن يتم الرجوع إليها كالتركيز $(\boldsymbol{concentration})$ ويتم ترميزها بـ C_m.

$$\sum \rho_m = \sum C_m = \rho \rightarrow (2.4)$$

كسر كتلة المُكوِّن = $\frac{\text{كتلة المكون}}{\text{كتلة الخليط}}$ ، $w_m = \frac{m_m}{m} \rightarrow (2.5)$

كسر كُتلة الخليط ، $w = \sum w_m = 1 \rightarrow (2.6)$

في بعض الأحيان يتم التعبير عن الخليط بدلالات عدد المولات ،

عدد المولات لمُكوِّن m ، $N_m = \frac{\text{كتلة المكوِّن}}{\text{الوزن الجزيئي للمكون}} = \frac{m_m}{M_m} \rightarrow (2.7)$

حيث M_m هو الوزن الجزئي لمكوِّن (Molecular weight) أو الكتلة الجزيئية النسبية لمُكوِّن (Relative molecular mass) .

عدد المولات لكل وحدة حجم أو كثافة المول لمُكوِّن m يتم التعبير عنها كالآتي :

$$n_m = \frac{\text{عدد المولات لمُكوِّن } m}{\text{الحجم}} = \frac{N_m}{V} = \rightarrow (2.8)$$ ، عدد المولات لكل وحدة حجم (كثافة المول لمُكوِّن)

$$\sum n_m = n \rightarrow (2.9)$$

حيث $n \equiv$ كثافة المول للخليط

$$x_m = \frac{N_m}{N} = \frac{\text{عدد المولات لمُكوِّن } m}{\text{عدد المولات للخليط}} \rightarrow (2.10)$$ ، كسر المول لمُكوِّن m

$$\mathrm{x} = \sum x_m = 1 \rightarrow (2.11)$$ ، كسر المول للخليط

يعطى الضغط الجزئي لمُكوِّن m كالآتي : (i. e. باستخدام معادلة الغاز المثالي)

$$P_m \mathrm{V} = m_m R_m T = m_m \frac{\bar{R}}{M_m} T = N_m \bar{R} T \rightarrow (2.12)$$

بما أنَّ $N_m = \frac{m_m}{M_m}$ ،

{حيث $\bar{R}$ ≡ ثابت الغاز الشامل (Universal gas constant) الذي يساوي $8.314\ kj/kmol\ K$.

و $R \equiv$ ثابت الغاز النوعي (*Specific gas constant*) والذي يساوي $0.287\ kj/kg\ K$}

$k\ mol \equiv$عدد من الـ $kg\ s$ مساوياً للوزن الجزئي لمادة.

$$P = \sum P_m \rightarrow (2.13)$$ ، ضغط الخليط

للخليط ، $$PV = N\bar{R}T = mRT \rightarrow (2.14)$$

$$R = \sum w_m R_m \rightarrow (2.15)$$ ، ثابت الغاز النوعي للخليط

$(Specific\ gas\ constant\ of\ the\ mixture)$

حيث كسر كتلة المُكوِّن، $w_m = \frac{m_m}{m}$

بدلالات الضغط الجزئي :

يمكن كتابة المعادلات التالية:

كثافة المكون ، $\rho_m = \frac{P_m}{R_m T}$

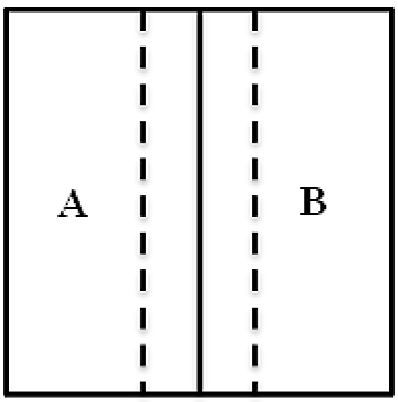
كسر كتلة المُكوِّن ، $w_m = \frac{P_m R}{P R_m}$

كسر المول للمُكوِّن ، $x_m = \frac{P_m}{p}$

2.3 انتقال الكتلة بالانتشار أو انتقال الكتلة الجزيئي :

:(Diffusion mass transfer or molecular mass transfer)

اعتبر النظام الموضَّح في الشكل رقم (2.1) أدناه. هنالك طبقة رفيعة تفصل الغازات A و B . عندما يُزال الحاجز تنتشر الغازات في بعضها البعض حتى يتم الوصول إلى حالة اتزَّان للتركيز.



شكل رقم (2.1)

يُعطى مُعدَّل الانتشار بقانون فِك (Fick's law) :

$m^{\circ}_{A} \propto -A\frac{dC_A}{dx}$ ، مُعدَّل انتشار الكُتلة للمكونّة A

$\frac{m^{\circ}_{A}}{A} = -D\frac{dC_A}{dx} \rightarrow (2.16)$ ، معدل انتشار الكتلة للمكونّة A لكل وحدة مساحة

حيث :

$D \equiv$ معامل الانتشار أو الانتشارية (m^2/s) $(coefficient\ of\ diffusion\ or\ diffusivity)$

$\frac{dC_A}{dx} \equiv$ ميل التركيز للمُكوِّنة A

$A \equiv$ مساحة الانتشار ، $(m^2)(Diffusion\ area)$

$m^{\circ}_{A} \equiv$ فيض الكتلة لكل وحدة زمن ، $(kg/s)(Mass\ flux\ per\ unit\ time)$

$C_A \equiv$ تركيز الكتلة للمُكوِّنة A لكل وحدة حجم ، (kg/m^3)

لاحظ التشابه بين المعادلة (2.16) ومعادلات توصيل الحرارة وانتقال كمية الحركة للموائع.

(لتوصيل الحرارة) $\frac{Q}{A} = -k\frac{dT}{dx}$

(لانتقال كمية الحركة) $\tau_{\omega} = \frac{F}{A} = \mu\frac{du}{dy}$

لاحظ أنَّ غاز A ينتشر في غاز B وغاز B ينتشر في غاز A .

يجب أنَّ نعتبر معامل انتشار لكل مُكوِّنة.

$\frac{m^{\circ}_{A}}{A} = -D_{AB}\frac{dC_A}{dx}$ ، مُعدَّل الانتشار للمُكوِّنة A لكل وحدة مساحة

حيث ،
$$C_A = \rho_A = \frac{P_A M_A}{\bar{R}T} = \frac{P_A}{R_A T}$$

$$\because R_A = \frac{\bar{R}}{M_A}$$

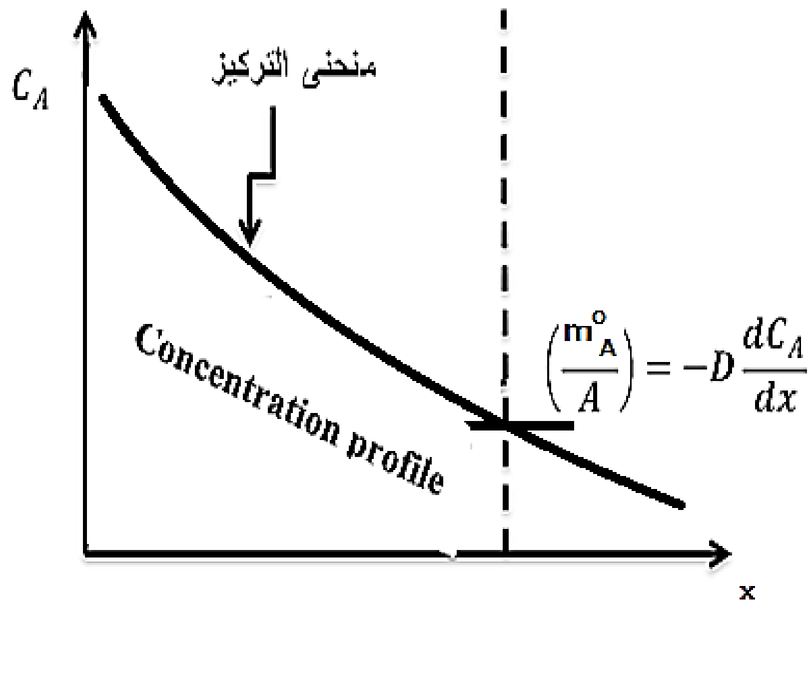
بالتفاضل بالنسبة لطول ممر الانتشار:

$$\frac{dC_A}{dx} = \frac{M_A}{\bar{R}T}\frac{dP_A}{dx}$$ ، ميل التركيز للمُكوِّنة A

مُعدَّل انتشار الكتلة للمُكوِّنة A لكل وحدة مساحة ،

$$\therefore \frac{\overset{\circ}{m}_A}{A} = -D_{AB}\frac{M_A}{\bar{R}T}\cdot\frac{dP_A}{dx}\ (\text{لانتشار ثابت درجة الحرارة})\ (Isothermal\ diffusion) \rightarrow (2.17)$$

الشكل (2.2) أدناه يوضّح تفاوت التركيز للمُكوِّنة A (C_A) بالنسبة لطول ممر الانتشار (x) .

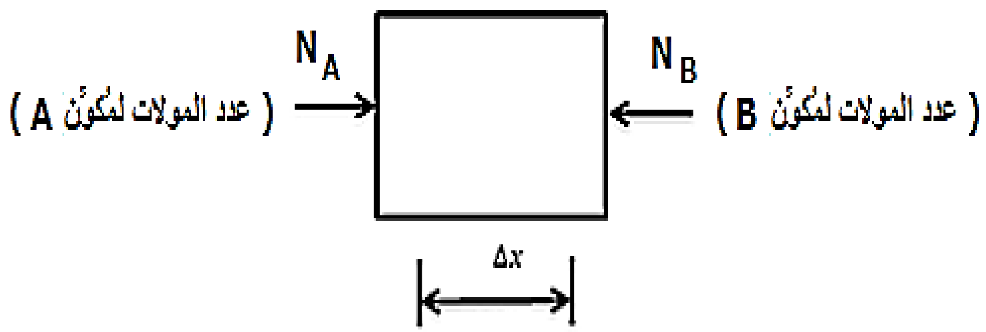


شكل رقم (2.2)

نفس الشيء للانتشار من B إلى A:

$$\frac{\dot{m}_B}{A} = -D_{BA}\frac{M_B}{\bar{R}T}\cdot\frac{dP_B}{dx} \rightarrow (2.18)$$ ، معدل انتشار الكتلة للمُكوِّنة B لكل وحدة مساحة

الآن اعتبر حالة انتشار مضاد متساوي المولات كما في الشكل (2.3) أدناه .



شكل رقم (2.3) **انتشار مضاد متساوي المولات**

N_A ، N_B هما معدَّلات الانتشار المولي المستقِّر للمُكوِّنات A ، B .

للحالة المستقرة فإنَّ كل جزيء (Molecule) لـ A يتم ازالته يجب إحلاله بجزيء لـ B والعكس بالعكس.

وهكذا فإن معدلات الانتشار تكون بالصورة التالية:

$$N_A = \frac{\dot{m}_A}{M_A} = -D_{AB}\frac{A}{\bar{R}T}\cdot\frac{dP_A}{dx} \rightarrow (2.19)$$ ، مُعدَّل الانتشار المولي المستقر للمُكوِّنة A

$$N_B = \frac{\dot{m}_B}{M_B} = -D_{BA}\frac{A}{\bar{R}T}\cdot\frac{dP_B}{dx} \rightarrow (2.20)$$ ، مُعدَّل الانتشار المولي المستقر للمُكوِّنة B

يبقى الضغط الكلي ثابتاً في الحالة المستقرة وذلك حسب قانون دالتون المُوضَّح أدناه:

$$P_A + P_B = P \rightarrow (2.21)$$

بتفاضل المعادل (2.21) عاليه بالنسبة لطول ممر الانتشار نحصل على :

$$\frac{dP_A}{dx}+\frac{dP_B}{dx}=0\rightarrow(2.22)$$

بإعادة ترتيب المعادلة (2.22) عاليه نحصل على :

$$\frac{dP_A}{dx}=-\frac{dP_B}{dx}\rightarrow(2.23)$$

إذا تم إحلال الجزيئات على أي جانب ، فإنَّه:

للحالة المستقرة فإن محصلة مُعَّدل الانتشار المولي المستقر يجب أن تساوي صفر .

$$N_A+N_B=0\rightarrow(2.24)$$

وبإعادة ترتيب المُعادلة (2.24) أعلاه نحصل على :

$$\therefore N_A=-N_B$$

وبالتعويض نحصل على:

$$-D_{AB}\frac{A}{\bar{R}T}\cdot\frac{dP_A}{dx}=+D_{BA}\frac{A}{\bar{R}T}\cdot\frac{dP_B}{dx}$$

$$\therefore -D_{AB}\frac{A}{\bar{R}T}\cdot\frac{dP_A}{dx}=-D_{BA}\frac{A}{\bar{R}T}\cdot\frac{dP_A}{dx}$$

$$\therefore D_{AB}=D_{BA}=D\rightarrow(2.25)$$

بتكامل المعادلة (2.17) من الحالة (1) إلى الحالة (2) نحصل على :

$$\frac{m^{\circ}{}_A}{A}=-\frac{DM_A}{\bar{R}T}\cdot\frac{P_{A_2}-P_{A_1}}{x_2-x_1}$$

أو ، $\frac{m^{\circ}{}_A}{A}=-\frac{DM_A}{\bar{R}T}\cdot\frac{P_{A_2}-P_{A_1}}{\Delta x}\,(2.26)$

الحالة المستقرة للانتشار الجزيئي (Steady state molecular diffusion) :

الشكل العام (أو الصورة العامة) لقانون فك (Fick's law) الذي يكون فيه الانتشار من أحد الغازات إلى الآخر ليس هو نفسه من الغاز الآخر إلى الأول.

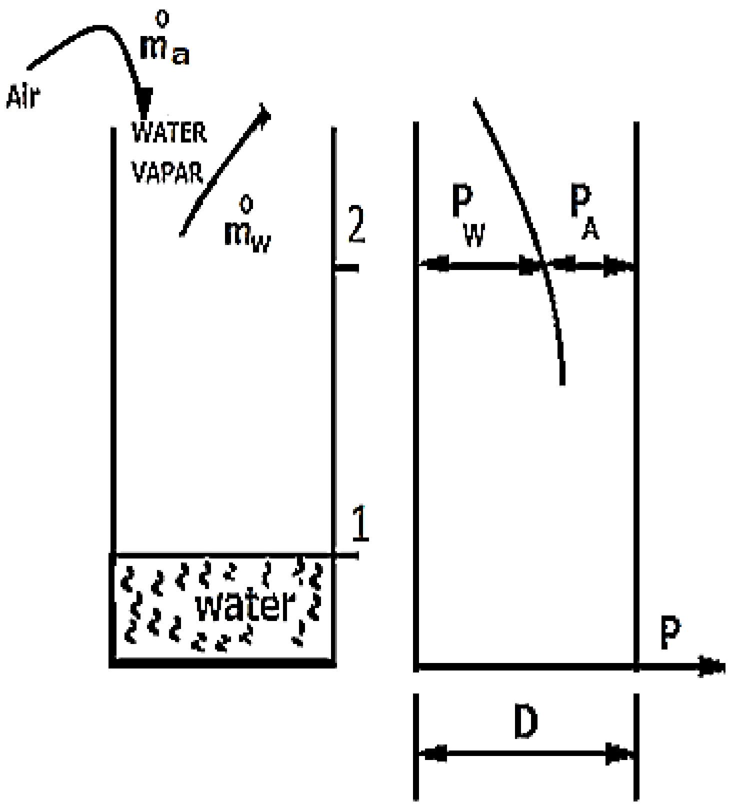
معدل انتشار كُتلة المُكوِّن A = كتلة المُكوِّن A + معدل انتشار كُتلة المُكوِّن A في المُكوِّن B

$\frac{m^{\circ}}{A} = w_A(m^{\circ}_A + m^{\circ}_B) + \rho D_{AB}\frac{dP_A}{dx} \rightarrow (2.27)$ ، معدل انتشار الكتلة للمُكوِّن A

عليه ، إذا كان مُعدَّل الانتشار من كل غاز هو نفسه فإنَّ $m^{\circ}_A = -m^{\circ}_B$ ، وستكون المعادلة (2.27) متطابقة مع المعادلة (2.26) .

اعتبر انتشار ثابت درة الحرارة (**Isothermal Diffusion**) لبخار ماء من سطح إلى هواء راكد (**Stagnant air**) .

يكون السطح الحر للماء مُعرَّضاً للهواء كما مُوَّضح في الشكل (2.4) أدناه .



شكل رقم (2.4)

افتراضات (**Assumptions**) :

1] يكون النظام ثابت درجة الحرارة ويبقى الضغط الكلي غير متغير.$(T = constant$ ، $P = constant)$

2] يكون الاجراء مستقراً . هذا يتطلب أن تكون هنالك حركة خفيفة للهواء عند الأعلى ولكن دون أن يتسبب ذلك في اضطراب أو تشويش في الوعاء ، وبالتالي تغيُّر التركيز عند أيِّ نقطة .

3] يسلك الهواء والبخار نفس سلوك الغازات المثالية.

يكون انتشار الهواء لأسفل كالآتي : (**The diffusion of air downward**):

$$m^{\circ}_A = -\frac{DAM_A}{\bar{R}T}\cdot\frac{dP_A}{dx} \rightarrow (2.28)$$ ، معدل انتشار كتلة الهواء لأسفل

(حيث A هي مساحة المقطع العرضي للوعاء)

هذا يجب موازنته بالحركة لأعلى:

$$m^{\circ}_A = \rho_A Av = \frac{M_A P_A}{\bar{R}T}\cdot Av \rightarrow (2.29)$$ ، معدل سريان كتلة الهواء

بمساواة المعادلتين (2.28) و(2.29) نحصل على المعادلة التالية :

$$v = \frac{D}{P_A}\cdot\frac{dP_A}{dx} \rightarrow (2.30)$$

انتشار الكتلة لبخار الماء :

$$m^{\circ}_W = \frac{-DAM_W}{\bar{R}T}\cdot\frac{d\,P_W}{dx} \rightarrow (2.31)$$ ، معدل انتشار كتلة بخار الماء لأعلى

ايضاً تكون معظم حركة انتقالات بخار الماء بحيث أنَّ :

$$m^{\circ}_W = \rho_W Av = \frac{M_W P_W}{\bar{R}T}Av \rightarrow (2.32)$$ ، مُعدَّل سريان كتلة بخار الماء

الكتلة الكلية لبخار الماء هي حاصل جمع المعادلتين (2.31) و (2.32) :

$$\mathrm{m}^{\circ}{}_{w(Total)} = \frac{-DAM_w}{\bar{R}T} \cdot \frac{dP_w}{dx} + \frac{M_w P_w}{\bar{R}T} A \frac{D}{P_A} \frac{dP_A}{dx} \rightarrow (2.33)$$

بتعويض قانون دالتون($P = P_A + P_W$ ، وبإجراء التفاضل $0 = \frac{dP_A}{dx} + \frac{dP_w}{dx}$ ، $\therefore \frac{dP_A}{dx} = \frac{-dP_w}{dx}$) في المعادلة (2.33) نحصل على :

$$\mathrm{m}^{\circ}{}_{w(Total)} = \frac{-DAM_w}{\bar{R}T} \cdot \frac{dP_w}{dx} - \frac{M_w P_w}{\bar{R}T} A \frac{D}{P_A} \frac{dP_w}{dx}$$

$$= \frac{-DAM_w}{\bar{R}T} \cdot \frac{dP_w}{dx} \left[1 + \frac{P_w}{P_A}\right]$$

$$= \frac{-DAM_w}{\bar{R}T} \cdot \frac{dP_w}{dx} \left[\frac{P_A + P_w}{P_A}\right]$$

تسمي المعادلة(2.34) أدناه بقانون ستيفان (Stefan's law) .

$$\mathrm{m}^{\circ}{}_{w(Total)} = \frac{-DAM_w}{\bar{R}T} \cdot \frac{dP_w}{dx} \cdot \frac{P}{P - P_w} \rightarrow (2.34)$$

بإجراء التكامل على المعادلة عالية ،

$$\mathrm{m}^{\circ}{}_{w(Total)} \int_{x_1}^{x_2} dx = \frac{-\,DAM_w}{\bar{R}T} \cdot P \int_{P_{w_1}}^{P_{w_2}} \left[\frac{dP_w}{P - P_w}\right]$$

$$\mathrm{m}^{\circ}{}_{w(Total)}(x_2 - x_1) = \frac{DAM_w}{\bar{R}T} \cdot P \int_{P_{w_1}}^{P_{w_2}} \frac{1}{P_w - p} \cdot dP_w$$

$$\mathrm{m}^{\circ}{}_{w(Total)}(x_2 - x_1) = \frac{DAM_w}{\bar{R}T} \cdot P \ln\left[\frac{P_{w_2} - P}{P_{w_1} - P}\right]$$

$$\text{or } \mathrm{m}^{\circ}{}_{w(Total)} = \frac{DAM_w}{\bar{R}T} \cdot \frac{P}{(x_2 - x_1)} \ln\left[\frac{P - P_{w_2}}{P - P_{w_1}}\right] \rightarrow (2.35)$$

$$\text{or } \mathrm{m}^{\circ}{}_{w} = \frac{DAM_w}{\bar{R}T} \cdot \frac{P}{(x_2 - x_1)} \ln\frac{P_{A_2}}{P_{A_1}} \rightarrow (2.36)$$

مثال (1) :

أحسب مُعدَّل الانتشار لماء من أسفل أنبوب اختبار قطره $10mm$ وطوله $15cm$ إلى جو جاف ودرجة حرارة مقدارها 25°C . إذا كان معامل الانتشار أو الانتشارية للماء يكافئ $0.256\,Cm^2/S$ عند درجة حرارة مقدارها 25°C .

الحل :

بالرجوع للشكل رقم (2.59أدناه :

عند سطح الماء يكون الهواء مشبعاً بِبُخار الماء ، وبالتالي فإن ضغطه الجزئي هو ضغط التشبُع المُناظِر لدرجة حرارة الماء.

من جداول (Saturated water and steam) أو جداول (Further properties of water and steam)

$$P_g = P_{w_1} = 0.03166\,bar$$

$$\therefore P_{A_1} = P - P_{w_1} = 1.01325 - 0.03166 = 0.98159\,bar$$

عند الأعلى فإن الهواء يكون جافاً ، وبالتالي فإن الضغط الجزئي لبخار الماء يكون صفراً .

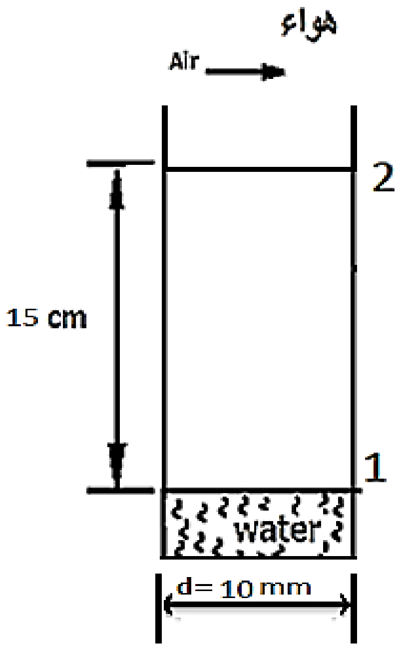
$$P_{w_2} = \rho g h = 0$$

$$P_{A_2} = P - P_{w_2} = 1.01325 - 0 = 1.01325\,bar$$

للماء عند درجة حرارة 25°C ، $D = 0.256\,cm^2/s = 0.256 \times 10^{-4}\,m^2/s$

الكتلة الجزيئية النسبية للماء ، $M_w = H_2O = 2 \times 1 + 1 \times 16 = 18$

مُعدل انتقال كتلة الماء ، $\text{m}^{\circ}_w = \frac{DAPM_w}{\bar{R}T(x_2 - x_1)} \ln \frac{P_{A_2}}{P_{A_1}}$



شكل رقم (2.5)

$$\therefore \mathrm{m}^{\circ}_{w} = \frac{0.256 \times 10^{-4} \times \frac{\pi}{4} \times 0.01^{2} \times 1.01325 \times 10^{5} \times 18}{8.314 \times 10^{3} \times 298 \times 0.5} \ln \frac{1.01325}{0.98159}$$

$$= 3.1324 \times 10^{-10}\, kg/S$$

$$= 0.001128\, g/h$$

$$= 1.128\, mg/h$$

2.4 **انتقال الكتلة بالحمل (Convective mass transfer) :**

$\mathrm{m}^{\circ}_{w} = h_{m}A\left(C_{W_1} - C_{W_2}\right) \rightarrow (2.37)$ ، مُعدَّل انتقال الكتلة بالحمل للمُكوِّنة w

حيث $\mathrm{m}^{\circ}_{w} \equiv$ مُعدَّل انتقال الكتلة بالحمل للمُكوِّنة w بالـ kg/s

$h_{m} \equiv$ مُعامِل انتقال الكُتلة بالحمل للمُكوِّنة w بالـ m/s

C_{W_1} ، $C_{W_2} \equiv$ التركيز لمُكوِّنة w عند نقطتين معينتين

لحالة مستقرة عبر طبقة رقيقة سمكها ΔX :

مُعدَّل انتقال الكُتلة بالانتشار = مُعدَّل انتقال الكتلة بالحمل

والتي يتم التعبير عنها بالمعادلة (2.38) أدناه :

$$\mathrm{m}^{\circ}{}_{w} = \frac{\mathrm{D}A\left(C_{W_1} - C_{W_2}\right)}{\Delta x} = h_m A\left(C_{W_1} - C_{W_2}\right) \rightarrow (2.38)$$

ومن المعادلة (2.38)عاليه :

$$h_m = \frac{D}{\Delta x} \rightarrow (2.39)$$ ، معامل انتقال الكتلة بالحمل

مُعادلات الطاقة وكمية الحركة لحد رقائقي أو لطبقة تحتية رقائقية في سريان مضطرب يتم اعطاؤها كالآتي:

(The energy and momentum equations of a laminar boundary or a laminar sub-layer in turbulent flow are as follows) :

مُعادلة الطاقة

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \propto \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \rightarrow (2.40)$$

مُعادلة كمية الحركة

$$u\frac{\partial U}{\partial x} + v\frac{\partial U}{\partial x} = \nu\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \rightarrow (2.41)$$

هنالك علاقة مشابهة يمكن كتابتها لانتقال الكتلة:

$$u\frac{\partial C}{\partial x} + v\frac{\partial C}{\partial x} = D\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \rightarrow (2.42)$$

من المعادلات (2.40) و(2.41) يُلاحظ أنَّ المقاطع أو الاشكال الجانبية لدرجة الحرارة والسرعة يكونا متشابهين .

$$\nu = \alpha \text{ ، أو } \frac{\nu}{\alpha} = 1$$

$$\frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu}{\rho} \cdot \frac{\rho c_P}{k} = \frac{\mu c_P}{k} = pr = 1 \;\left(\text{رقم براندتل}\right) \rightarrow (2.43)$$

من المعادلات (2.41) و (2.42) سيكون هنالك تشابهاً بين كمية الحركة وانتقال الكتلة إذا كان :

$$\nu = d \quad \text{أو} \quad \frac{\nu}{D} = 1$$

$$\frac{\nu}{D} = \frac{\mu}{\rho D} = SC(Schmidt\ number)\text{رقم شميدت} \rightarrow (2.44)$$

أيضاً من المعادلتين (2.40) و(2.42) يُلاحظ أنَّ المقاطع الجانبية لدرجة الحرارة والتركيز يكونا متشابهين إذا كان :

$$\alpha = D \quad \text{أو} \quad \frac{\alpha}{D} = 1$$

$$\frac{\alpha}{D} = \frac{k}{D\rho c_P} = Le(Lewis\ number)\text{رقم لويس} \rightarrow (2,.45)$$

يكون ارتباط انتقال الحرارة بالحمل القسري كما يلي :

$$Nu = f\left(Re \text{،} Pr\right) = \frac{hL}{k} \rightarrow (2.46)$$

وانتقال الكتلة بالحمل القسري:

$$sh = f\left(Re \text{،} Sc\right) = \frac{h_m L}{D} \rightarrow (2.47)$$

حيث: sh هو رقم شيروود (Sherwood number)

لتبخر سوائل إلى هواء من أعمدة دائرية أو أنابيب (Circular columns or tubes) حينما تُرطِّب السوائل السطح وتُدفع قسرياً خلال العمود.

$$\text{رقم شيروود ،}\; sh = \frac{h_m d}{D} = 0.023\left(\frac{\rho C d}{\mu}\right)^{0.83}\left(\frac{\nu}{D}\right)^{0.44} \rightarrow (2.48)$$

هذه المعادلة تكون صحيحة (Valid) عندما :

$$2000 < Re < 35000$$

$$0.6 < Sc < 2.5$$

يمكن استخدام المعادلة (2.48) لسريان في أنابيب ناعمة .

لانتقال حرارة من ماء مُتبخِّر من سطح بركة (بحيرة) (Lake) بافتراض سريان رقائقي :

$$Nu = 0.664\, Re^{1/2} Pr^{1/3} \rightarrow (2.49)$$

ويكون انتقال الكتلة المناظر هو :

$$sh = 0.664\, Re^{1/2} sc^{1/3} \rightarrow (2.50)$$

لسريان خلال لوحة ، $Re \leq 5 \times 10^5$ (سريان رقائقي)

في حالة حمل طبيعي ،

لانتقال حرارة بحمل طبيعي ، $Nu = f\left(Gr ، Pr\right) \rightarrow (2.51)$

لانتقال كتلة بحمل طبيعي ، $sh = f\left(Gr ، sc\right) \rightarrow (2.52)$

تناظر رينولدز البسيط :

لانتقال حرارة ، $st = \frac{Nu}{Re \cdot Pr} = \frac{f}{2} \rightarrow (2.53)$

ولانتقال كتلة ، $st_m = \frac{sh}{Re \cdot sc} = \frac{f}{2} \rightarrow (2.54)$

مثال (2) :

أحسب مُعدَّل التبخُر لماء من بحيرة أبعادها $500m \times 500m$. تكون سرعة الرياح مساوية لـ $5\,m/s$. لكلٍ من البحيرة والهواء درجة حرارة مقدارها $25°C$.

أحسب مُعدَّل التبخُر عندما يمتلك الهواء المحيط رطوبة نسبية مقدارها $a/ 10\,\%$ ، $b/ 80\,\%$. خذ لسريان كتلة مضطرب $sh = 0.036Re^{0.8}sc^{1/3}$ ومعامل انتشار بخار الماء في الهواء يعادل $2.6 \times 10^{-5}\,m^2/s$ عند درجة حرارة مقدارها $25°C$.

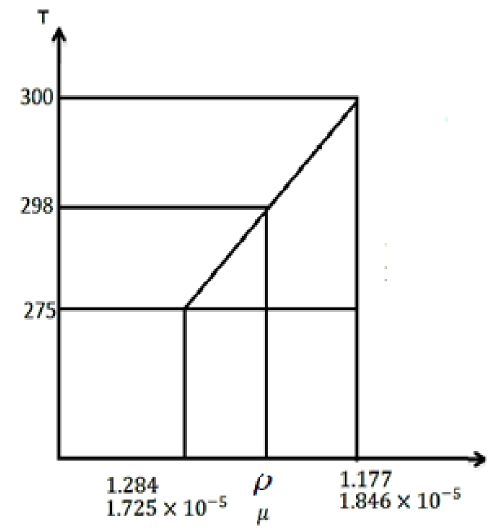
الحل :

$$Re = \frac{\rho C d}{\mu}$$ ، رقم رينولدز

من جداول الهواء الجاف عند ضغط منخفض، يتم تحديد الخواص عند درجة حرارة $25°C$ ،

$(25 + 273 = 298K)$، وباستخدام طريقة الاستكمال

يتم الحصول على الخواص التالية :



$$\rho = 1.284 + \left(\frac{298 - 275}{300 - 275}\right)(1.177 - 1.284) = 1.186\,kg/m^3$$

$$\mu = 1.725 \times 10^{-5} + \left(\frac{23}{25}\right)(1.846 - 1.725) \times 10^{-5} = 1.836 \times 10^{-5}\,kg/ms$$

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{1.836 \times 10^{-5}}{1.86} = 1.54810^{-5}$$

$$\therefore Re = \frac{\rho CL}{\mu} = \frac{1.186 \times 5 \times 500}{1.836 \times 10^{-5}} = 1.615 \times 10^{8}$$

لانتقال الكتلة ، $sh = 0.036 Re^{0.8} Sc^{1/3}$

$$sc = \frac{\nu}{D} = \frac{1.548 \times 10^{-5}}{2.6 \times 10^{-5}} = 0.5954 \simeq 0.6$$

$$sh = 0.036(1.615 \times 10^{8})^{0.8}(0.6)^{1/3} = 1.12 \times 10^{5}$$

أيضاً ، $sh = \frac{h_m L}{D}$ ، $h_m = \frac{sh \times D}{L} = \frac{1.12\times10^{5}\times2.6\times10^{-5}}{500} = 5.824 \times 10^{-3}\ m/s$

عند سطح البحيرة تكون الرطوبة النسبية 100% (حيث يكون البخار ملامساً للماء) .

بالتعريف فإنَّ الرطوبة النسبية Ø تكون كالآتي:

$$\text{Ø} = \frac{\text{الكتلة الفعلية لبخارالماء في الهواء}}{\text{كتلة بخارالماء في الهواء في الحالة المشبعة عند نفس درجة الحرارة}} = \frac{m_S}{(m_S)_{sat.}} = \frac{P_s}{P_g}$$

حيث : $P_s \equiv$ الضغط الجزئي لبخار الماء في الهواء .

$P_g \equiv$ الضغط الجزئي لبخار الماء في الهواء في الحالة المشبعة عند نفس درجة الحرارة.

من جداول البخار عند 25°C (Saturated water and steam) ، $P_g = 0.03166\ bar$

$$P_g = 3166\ N/m^2$$

الضغط الجزئي لبخار الماء في الهواء في الحالة المشبعة عند نفس درجة الحرارة

$$P_g = P_{w_1} = 3166\ N/m^2$$

تركيز بخار الماء:

$$C_{w_1} = \frac{P_{w_1}}{\bar{R}T} = \frac{P_{w_1}M_w}{\bar{R}T} = \frac{3166\times18}{8314\times298} = 0.023\,kg/m^3$$

a] عندما يملك الهواء المحيط رطوبة نسبية مقدارها ، $\emptyset = 10\% = 0.1$

$$P_{w_2} = 3166 \times 0.1 = 316.6\,N/m^2$$

بما أنَّ $\phi = \frac{P_{w2}}{P_{w_1}}$

$$C_{w_2} = \frac{P_{w_2}M_w}{\bar{R}T} = \frac{316.6\times18}{8314\times298} = 0.0023\,kg/m^3$$

مُعدَّل التبخُر ، $m^{\circ}_w = h_m A\left(C_{w_1} - C_{w_2}\right)$

مُعدَّل التبخُر ، $m^{\circ}_w = 5.824\times10^{-3}\times500\times500(0.023-0.0023) = 30.14\,kg/s$

b] عندما يملك الهواء المحيط رطوبة نسبية مقدارها ، $\phi = 0.8$

$$P_{w_2} = 3166 \times 0.8 = 2532.8\,N/m^2$$

$$C_{w_2} = \frac{P_{w_2}M_w}{\bar{R}T} = \frac{2532.8\times18}{8314\times298} = 0.0184\,kg/m^3$$

مُعدَّل التبخُر ، $m^{\circ}_w = h_m\,A\left(C_{w_1} - C_{w_2}\right)$

$$= 5.824\times10^{-3}\times500\times500(0.023-0.0184) = 6.7\,kg/s$$

ملحوظة : **كلما زادت الرطوبة النسبية كلما قل معدل تبخر الموائع**

2.5 تناظر رينولدز- كولبيرن لانتقال حرارة وكتلة من أنابيب :

: (Reynold's colburn analogy for heat and mass transfer from tubes)

$$\frac{h}{\rho C c_p} Pr^{2/3} = \frac{f}{2} \rightarrow (2.55)$$

لانتقال كُتلة:

$$\frac{h_m}{C} \cdot sc^{2/3} = \frac{f}{2} \rightarrow (2.56)$$

لانتقال كُتلة من لوحة مُستوِية ناعِمة :

لسريان رقائقي :

$$\frac{h_m}{C} \cdot Sc^{2/3} = \frac{f}{2} = 0.332 Re^{\frac{-1}{2}} \rightarrow (2.57)$$

لسريان مضطرب :

$$\frac{h_m}{C} \cdot Sc^{2/3} = \frac{f}{2} = 0.0296 Re^{\frac{-1}{5}} \rightarrow (2.58)$$

عندما يحدث انتقال لكلٍ من الحرارة والكتلة في نفس الوقت لسريان داخل ماسورة ، فإنَّ معاملات انتقال الحرارة والكُتلة يتم الحصول عليها من المعادلات (2.55) و (2.56) كالآتي :

$$\frac{h}{h_m} = \rho c_P \left(\frac{sc}{pr}\right)^{2/3}$$

$$= \rho c_P \left(\frac{\alpha}{D}\right)^{2/3} = \rho c_P Le^{2/3} \rightarrow (2.59)$$

مثال (3) :

هواء جاف عند ضغط جوي يهب خلال ثيرموميتر موجود في غطاء مضاءلة . يٌعرف هذا الثيرموميتر بـ ثيرموميتر البصيلة الرطبة الكلاسيكي (Classical wet bulb thermometer). يصل الثيرموميتر إلى درجة حرارة مقدارها $18.3°C$ ، ما هي درجة حرارة الهواء الجاف.

الحل :

اعتبر حالة مستقرة (*Steady state*) ، حيث يتم أخذ درجة حرارة التبخُر من الهواء

$$Q = \mathrm{m}^{\circ}{}_{w} h_{fg} = hA(T_{\infty} - T_{w}) \rightarrow (1)$$ ، مُعدَّل انتقال الحرارة بالحمل

من المعادلة (1) عاليه ،

$$\mathrm{m}^{\circ}{}_{w} = hA\,(T_{\infty} - T_{w})/h_{fg} \rightarrow (2)$$

$$\mathrm{m}^{\circ}{}_{w} = h_{m}A(C_{w} - C_{\infty}) \rightarrow (3)$$ ، مُعدَّل التبخُر بالـ kg/s

بمساواة المعادلتين (2) و (3) :

$$\therefore \frac{hA(T_{\infty} - T_{w})}{h_{fg}} = h_{m}A(C_{w} - C_{\infty}) \rightarrow (4)$$

من المعادلة (4) عاليه يتم الحصول على $\frac{h}{h_m}$ (النسبة بين معامل انتقال الحرارة بالحمل ومعامل انتقال الكتلة بالحمل).

$$\frac{h}{h_{m}} = \left[\frac{C_{w} - C_{\infty}}{T_{\infty} - T_{w}}\right] h_{fg} = \rho c_{P} \left(\frac{\alpha}{D}\right)^{2/3}$$

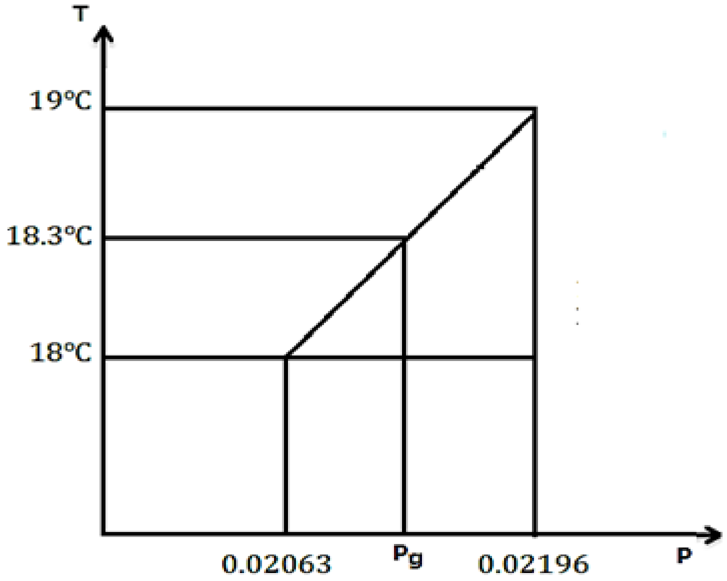
التركيز عند بصيلة الثيرموميتر C_w يتم الحصول عليه عند مستوى التشبع.

من جداول الماء والبخار المشبع عند 18.3°C يتم إيجاد P_g باستخدام اسلوب الاستكمال .

$$P_{g} = 0.02063 + \left[\frac{18.3 - 18}{19 - 18}\right](0.02196 - 0.02063) = 0.02103 bar = 2103\,N/m^{2}$$

$$\therefore P_{w} = P_{g} = 2103\,N/m^{2}$$

$$\therefore C_{w} = \frac{P_{w}}{\bar{R}T} = \frac{P_{w}M_{w}}{\bar{R}T} = \frac{2103 \times 18}{8.314 \times 10^{3} \times 291.3} = 0.01563\,kg/m^{3}$$

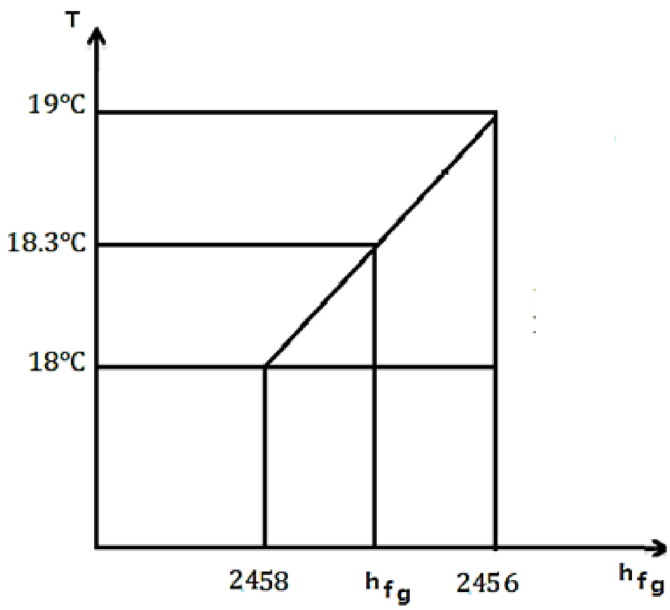


$C_\infty = 0$ (هواء جاف)

$$\rho = \frac{P}{RT} = \frac{1.013\times10^5}{287\times10^3\times291.3} = 1.212\,kg/m^3$$

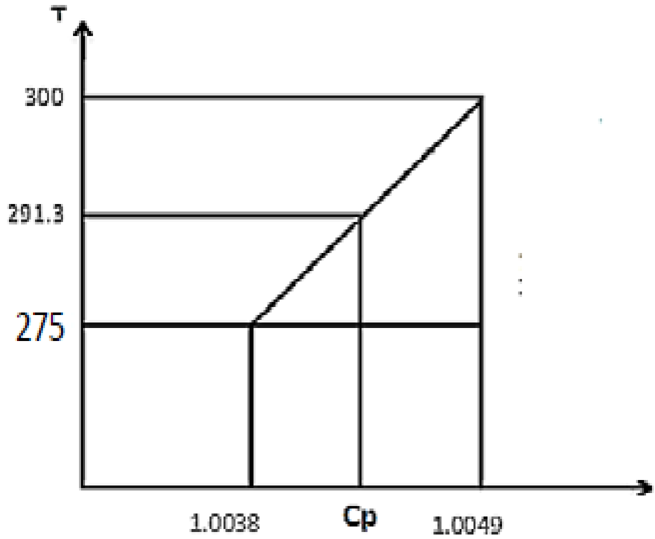
إذا كان $\frac{\alpha}{D} = 0.845$ ، من جداول الهواء الجاف عند ضغط منخفض $C_p = 1\,.0045\,kj/kgK$.

ومن جداول البخار وباستخدام أسلوب الاستكمال ، $h_{fg} = 2457.7\,kj/kg$



$$h_{fg} = 2458.4 + \left(\frac{18.3 - 18}{19 - 18}\right)(2456 - 2458.4) = 2457.7\ kj/kg$$

من جداول (Dry air at low pressure) :



$$C_p = 1.0038 + \left[\frac{291.3 - 275}{300 - 275}\right](1.0049 - 1.0038) = 1.0045\ kj/kg\ K$$

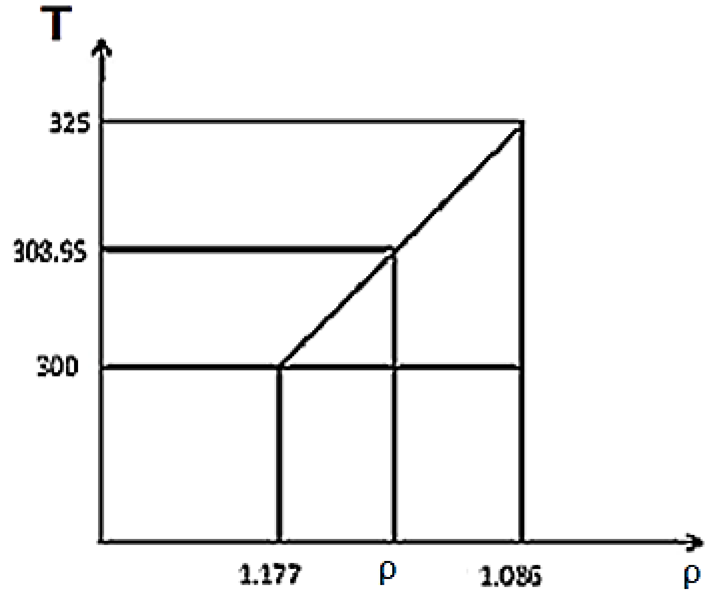
$$T_\infty - T_w = \frac{(C_w - C_\infty)h_{fg}}{\rho c_P \left(\frac{\alpha}{D}\right)^{2/3}} = \frac{(0.01563 - 0)2457.7}{1.212 \times 1.0045(0.845)^{2/3}} = 35.3℃$$

$$\therefore T_\infty = 35.3 + 18.3 = 53.6℃$$

بإيجاد ρ عند $\frac{T_\infty + T_W}{2}$ ،

$$\frac{53.6 + 18.3}{2} = 35.95℃ + 273 = 308.95\text{K}$$

وباستخدام طريقة الاستكمال لإيجاد ρ، من جداول الهواء الجاف عند ضغط منخفض:



$$\rho = 1.177 + \left(\frac{308.95 - 300}{325 - 300}\right)(1.086 - 1.177) = 1.144\, kg/m^3$$

$$T_\infty - T_w = \frac{(C_w - C_\infty)h_{fg}}{\rho c_P \left(\frac{\alpha}{D}\right)^{2/3}}$$

$$= \frac{0.01563 \times 2457.7}{1.144 \times 1.0045(0.845)^{2/3}} = 37.4℃$$

$$\therefore T_\infty = 37.4 + 18.3 = 55.7℃$$

مثال (4) :

إذا كان سريان الهواء في المثال السابق عند 32.2℃ بينما تبقى البصيلة الرطبة عند 18.3℃. أحسب الرطوبة النسبية لسريان الهواء .

الحل:

$$\phi = \frac{\text{الكتلة الفعلية للبخار في للهواء}}{\text{كتلة البخار في الهواء في الحالة المشبعة}} = \frac{m_s}{(m_s)_{Sat}} = \frac{P_s}{P_g}$$

$$\phi = \frac{P_s}{P_g} = \frac{\rho_s R_w T}{\rho_g R_w T} = \frac{\rho_s}{\rho_g} = \frac{C_s}{C_g}$$

$$\rho c_P \left(\frac{\alpha}{D}\right)^{2/3} = \left[\frac{C_s - C_\infty}{T_\infty - T_W}\right] \times h_{fg}$$

$$C_s - C_\infty = \frac{\rho c_P \left(\frac{\alpha}{D}\right)^{2/3} (T_\infty - T_W)}{h_{fg}}$$

$$= \frac{1.212 \times 1.0045 \times 10^3 \times 0.845^{2/3}(32.2 - 18.3)}{2457.7 \times 10^3}$$

$$\therefore C_s = 0.00615\, kg/m^3$$

من جداول البخار عند 32.2°C وباستخدام أسلوب الاستكمال نحصل على :

$$C_g = \rho_g = \frac{1}{v_g} = 0.0342\, kg/m^3$$

$$\phi = \frac{C_s}{C_g} = \frac{0.00615}{0.0342} \times 100\% = 17.98\%$$

2.6 مسائل محلولة في انتقال الكتلة :

[1] في خليط من الاوكسجين . النيتروجين عند 10 ضغط جوي و25°C وُجد أنَّ تركيزات الاكسجين عند نقطتين تبعدان مسافة $0.2cm$ عن بعضهما البعض هما 10و20 نسبة حجم مئوية على الترتيب . أحسب مُعدَّل الانتشار للأكسجين مُعبراً عنه كـ g/cm^2h لحالة انتشار أحادي المُكوِّن (***Unit -component diffusion***)(***nitrogen to non -diffusing***). تكون قيمة الانتشارية (***Diffusivity***) $0.181\, cm^2/s$. خُذ الضغط الجوي كـ $1.01325\, bar$.

الحل :

من المعادلة المميزة للغازات ، $PV = mRT$

والتي يمكن كتابتها بالصورة التالية:

$$P = \rho RT = \frac{\rho \bar{R} T}{M} = C\bar{R}T$$

$$P_m = C_m \bar{R} T \rightarrow (1)$$

$$P = C\bar{R}T \rightarrow (2)$$

بقسمة (1) % (2) نحصل على :

$$\frac{P_m}{P} = \frac{C_m}{C} = x_m$$

بما أن : $\frac{P_m = C_m \bar{R} T}{P = C\bar{R}T}$

$\Delta x = x_2 - x_1 = 0.2cm = 0.002m$ ، $T = 25℃ + 273 = 298K$ ، $P = 10\ atmos$

$= 10 \times 1.01325 = 10.1325\ bar$

كسر المول للأكسجين عند ، $x_{0_1} = 0.2 = \frac{P_{0_1}}{P}$ ، $\therefore P_{0_1} = 0.2P = 0.2 \times 10 = 2\ atmos$

الحالة (1)

كسر المول للأكسجين عند، $x_{0_2} = 0.1 = \frac{P_{0_2}}{P}$ ، $\therefore P_{0_1} = 0.1P = 0.1 \times 10 = 1\ atmos$

الحالة (2)

$$\therefore P_{N_1} = P - P_{0_1} = 10 - 2 = 8\ atmos$$

و $P_{N_2} = P - P_2 = 10 - 1 = 9\ atmos$

مُعدَّل انتشار كتلة الاكسجين لكل وحدة مساحة :

$$\frac{\mathrm{m}^\circ}{A} = \frac{DPM_O}{\bar{R}T(x_2 - x_1)} \ln \frac{P_{N_2}}{P_{N_1}}$$

$$\therefore \frac{\mathrm{m}^\circ}{A} = \frac{0.181 \times 10^{-4} \times 10.1325 \times 10^5 \times 32}{8.314 \times 10^3 \times 298 \times 0.002} \ln \frac{9}{8} = 0.01395\, kg/m^2 s$$

$$= \frac{0.01395 \times 10^3 \times 3600}{10^4} = 5.022\, g/cm^2h$$

[2] أحسب مُعدَّل الانتشار لبُخار ماء من طبقة رفيعة لماء في قاع بئر ارتفاعها $6m$ إلى هواء جاف ينساب فوق أعلى البئر . افترض أنَّ النظام كُله يكون عند $298k$ وضغط جوي .

إذا كان قُطر البئر $3m$ ، أوجد الوزن الكلي للماء المنتشر في الثانية من سطح الماء في البئر . معامل الانتشار لبخار الماء في هواء جاف عند $298K$ و واحد ضغط جوي هو $0.256 \times 10^{-4}\, m^2/s$.

الحل :

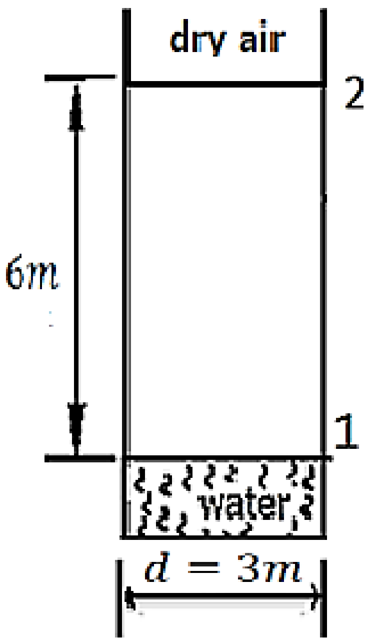
مُعدَّل انتشار أو انتقال كتلة بخار الماء ، $m^{\circ}_{w} = ?$

$$T = 25°C = 25 + 273 = 298K$$

$$P = P\ atmos. = 1.01325\, bar = 10.1325\, N/Cm^2$$

مُعامِل الانتشار أو الانتشارية ، $D = 0.256 \times 10^{-4}\, m^2/s = 0.256\, cm^2/s$

عند سطح الماء ، يكون الهواء مُشبَّعاً ببخار الماء .



شكل رقم (2.6)

بالرجوع إلى الشكل رقم (2.6)أعلاه:

من الجداول ، عند $25°C$:

$$P_g = P_{w_1} = 0.03166\ bar$$

$$\therefore P_{A_1} = P - P_{w_1} = 1.01325 - 0.03166 = 0.98159\ bar$$

$$P_{w_2} = 0\ (dry\ air)$$

$$P_{A_2} = \mathrm{P} - P_{w_2} = 1.01325 - 0 = 1.01325\ bar$$

$$\mathrm{m}^{\circ}{}_{w} = \frac{DAPM_w}{\bar{R}T(x_2 - x_1)} \ln \frac{P_{A_2}}{P_{A_1}}$$

$$\mathrm{m}^{\circ}{}_{w} = \frac{0.256 \times \frac{\pi}{4} \times 300^2 \times 10.1325 \times 18}{8.314 \times 10^3 \times 10^2 \times 298 \times 600} \ln \frac{1.01325}{0.98189} = 7.05 \times 10^{-7}\ kg/s$$

$$= 7.05 \times 10^{-4}\ g/s$$

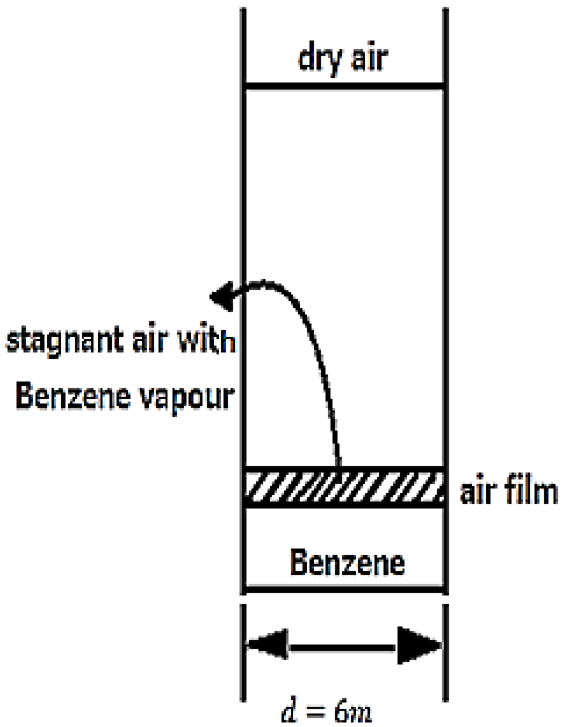
$$= 2.538\ g/h$$

[3] خزَّان اسطواني مفتوح ، قطره $6m$ ، يحوي بنزين عند $25°C$ يكون مُعرَّضا للجو بأسلوب يجعل السائل مُغطى بشريحة هواء راكدة يتم تقدير سمكها بـ $5mm$. يتم بتجاهل تركيز البنزين خلف الشريحة الراكدة . يكون ضغط بُخار البنزين عند $25°C$ مساوياً لـ $100\ mm\ Hg$. إذا كان سعر لتر البنزين واحد دولار ، ما هو فقد البنزين من الخزان بالدولارات في اليوم؟

الانتشارية المولارية (الجزيئية) (***Molar diffusivity***) لبنزين في هواء عند $25°C$ وضغط جوي واحد هي $277.7\ cm^2/hr$. كثافة البنزين عند $25°C$ تساوي $0.88\ g/ml$.

الحل:

بالرجوع إلى الشكل (2.7)أدناه :



شكل رقم (2.7)

$$T = 25°\text{C} = 25 + 273 = 298K$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 5mm = 5 \times 10^{-3}m = 0.005m$$

$$C_{B_2} = \rho_{B_2} = 0$$

$$P_{B_1} = 100mm\ Hg$$

كُلفة واحد لتر من البنزين = $1\$$

أحسب كُلفة فقد البنزين = ؟ بالدولار / يوم

$$P = 1atmos = 1 \times 1.01325bar = 1.01325bar$$

$D =$ مُعامل الانتشار أو الانتشارية $= 277.7\ cm^2/hr$

$$= \frac{277 \times 10^{-4}}{3600}\ m^2/s$$

$$\rho\ Benzene = 0.88\,g/ml = \frac{0.88\times10^{-3}}{10^{-3}\times10^{-3}} = 0.88\times10^{3}\,kg/m^{3} = 880\,kg/m^{3}$$

مُعدَّل انتقال كتلة البنزين يتم إعطاؤها بالمعادلة التالية:

$$\mathrm{m}^{\circ}_{b} = \frac{DAPM_b}{\bar{R}T(x_2 - x_1)}\ln\frac{P_{A_2}}{P_{A_1}}$$

$\mathrm{m}^{\circ}_{b} = \frac{DAPM_b}{\bar{R}T(x_2-x_1)}\ln\frac{P_{A_2}}{P_{A_1}}$ ، مُعدَّل انتشار أو انتقال كُتلة البنزين

$$P_{B_1} = 100mm\ Hg$$

$$P = \rho_m g H_m = \rho_B g H_B$$

$$13.6\times10^{3}\times o.1 = 880\times H_B$$

$H_B = 1.545m$ (من البنزين)

$$P_{B_1} = \rho_B g H_B = 880\times9.81\times1.545 = 13337.7\,N/m^{2}$$

$$= 0.1334\,bar$$

$$P_{A_1} = P - P_{B_1} = 1.01325 - 0.1334 = 0.87988\,bar$$

$$P_{B_2} = 0(dry\ air)\left(\rho_{B_2} = 0\right)$$

$$\therefore P_{A_2} = P - P_{B_2} = 1.01325 - 0 = 1.01325\,bar$$

الوزن الجزيئي للبنزين (**Molecular weight of Benzene**) :

$M_b = 78$ ، $(C_6H_6 = 12\times6 + 1\times6 = 72 + 6 = 78)$

$$\mathrm{m}^{\circ}_{b} = \frac{\frac{277.7\times10^{-4}}{3600}\times\frac{\pi}{4}\times6^{2}\times1.01325\times10^{5}\times78}{8.314\times10^{3}\times298\times0.005}\ln\frac{1.01325}{0.87985} = 0.01964\,kg/s$$

$$\text{m}^{\circ}_{b}\left(kg/day \text{ بالـ}\right) = 0.01964 \times 3600 \times 24 = 1697\, kg/day$$

كثافة البنزين ، $0.88\, g/ml = 0.88\, kg/L$

$$\text{فقد البنزين} = \frac{1697}{0.88} = 1928.4\, L/day \left(\frac{kg/day}{kg/L}\right)$$

$$\text{تكلفة فقد البنزين} = 1 \times 1928.4 = 1928.4\$$$

[4] طبقة من البنزين عمقها $1mm$ تقع عند أسفل (قاع) خزان مفتوح قطره $5m$ حيث الضغط الجوي يساوي $1.013\, bar$ تكون درجة حرارة الخزان $22°\text{C}$ وضغط بخار البنزين في الخزان يساوي $13.3\, kN/m^2$. إذا كانت انتشارية البنزين في الهواء هي $8 \times 10^{-6}\, m^2/s$ ويمكن افتراض أن الانتشار يحدث خلال شريحة هواء راكدة سمكها $3mm$ ، ما هو الزمن الذي سيستغرقه البنزين للتبخر.

خُذ كثافة البنزين هي $880\, kg/m^3$ ووزنه الجزئي 78 .

بالترميز المعتاد :

$$\text{m}^{\circ}_{b} = \frac{DAPM_b}{\bar{R}Tx} \ln\left(\frac{P_{A_2}}{P_{A_1}}\right)$$

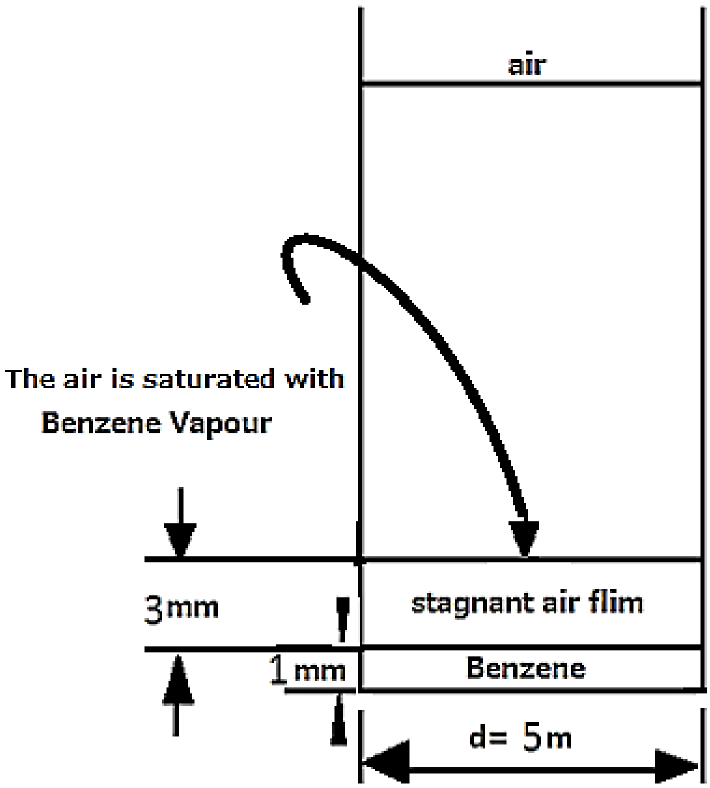
(حيث : $\bar{R} = 8.314\, kj/kmolK$)

الحل:

بالرجوع إلى الشكل رقم (2.8) أدناه:

$$P = P\ atmos. = 1.013\, bar$$

$$T = 22°\text{C} = 22 + 273 = 295\, K$$



شكل رقم (2.8)

$$P_{b_2} = 13.3 \times 10^3\, N/m^2 = 0.133\, bar$$

$$P_{b_1} = \rho g h = 0$$

$$P_{A_1} = P - P_{b_1} = 1.013 - 0.133 = 0.88\, bar$$

$$P_{A_2} = P - P_{b_2} = 1.013 - 0 = 1.013\, bar$$

$$\text{m}^{\circ}{}_b = \frac{8 \times 10^{-6} \times 1.013 \times 10^5 \times 78 \times \frac{\pi}{4} \times 5^2}{8.314 \times 10^3 \times 0.003 \times 295} \ln \frac{1.013}{0.88} = 0.02374\, kg/s$$

أيضاً ،

$$\text{m}^{\circ}{}_b = \frac{\rho V}{t} = \frac{880 \times \frac{\pi}{4} \times 5^2 \times 0.001}{t} = \frac{17.28}{t}$$

$$\therefore t = \frac{17.28}{0.02374} = 727.83s = 12.13\, min = 0.2022\, hr$$

[5] أنبوب بقطر صغير يتم ملئه بأستون $(acetone)$ $\rho = 0.79\, g/cm^3$ حتى $1.10cm$ من أعلى الانبوب ويتم إعداده عند درجة حرارة مقدارها 20°C في تيار هواء هادئ .

بعد خمس ساعات هبط منسوب السائل إلى $2.05cm$ من أعلى الأنبوب. أحسب انتشارية الأستون في الهواء بالـ cm^2/s إذا كان الضغط البارومتري يساوي $750\, mm\, Hg$. يكون ضغط بخار الأستون عند درجة حرارة 20°C مُكافِئاً لـ $180\, mm\, Hg$. (خُذ الوزن الجزيئي للأستون مُكافِئاً لـ 58) .

الحل:

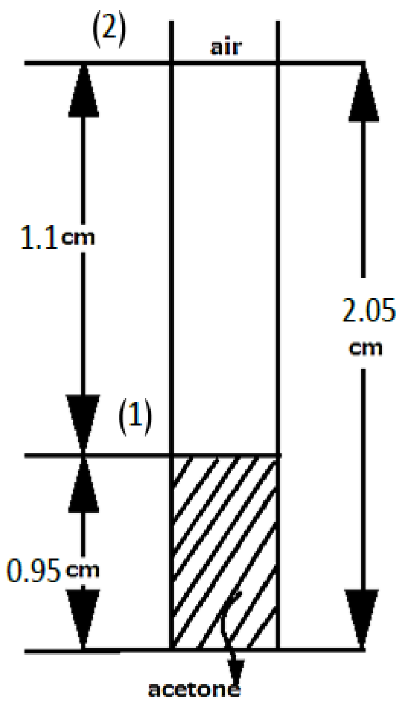
بالرجوع إلى الشكل رقم (2.9) أدناه :

$$t = 5hrs = 5 \times 3600s = 18000\, s$$

$$T = 20°\mathrm{C} = 20 + 273 = 293K$$

$$\rho_{acetone} = 0.79\, g/cm^3 = 790\, kg/m^3$$

$$D = ?$$



شكل رقم (2.9)

$$P = P_{barometric} = 750\, mm\, Hg$$

$$P_{ac_1} = 180mm\, Hg$$

$$P = \rho_{ac} g h_{ac} = \rho_m g h_m$$

$$790 \times h_{ac} = 13.6 \times 10^3 \times 0.18$$

$$\therefore h_{ac} = 3.1m$$

$$P_{ac_1} = \rho g h_{act} = 790 \times 9.81 \times 3.1 = 24015\, N/m^2 = 0.24\, bar$$

$$P_{ac_2} = \ 0\ (dry\ air)$$

$$P_b = 6790 \times g \times h_b = 13.6 \times 10^3 \times \mathrm{g} \times 0.75$$

$$\therefore h_b = 12.91m$$

$$P = P_b = 790 \times 9.81 \times 12.91 = 100051\, N/m^2 \simeq 1bar$$

$$P_{A_1} = P - P_{ac_1} = 1 - 0.24 = 0.76\, bar$$

$$P_{A_2} = P - P_{ac_2} = 1 - 0 = 1\, bar$$

$$\mathrm{m}^{\circ}{}_{acetone} = \frac{DAPM_{actone}}{\bar{R}T(x_2 - x_1)} \ln \frac{P_{A_2}}{P_{A_1}}$$

$$\mathrm{m}^{\circ}{}_{acetone} = \frac{D \times \frac{\pi}{4} d^2 \times 1 \times 10^5 \times 58}{8.314 \times 10^3 \times 293 \times 0.011} \ln \frac{1}{0.76} = 59.4 \times \frac{\pi}{4} d^2 D \to (*)$$

أيضاً ، $\mathrm{m}^{\circ}{}_{acetone} = \frac{\rho V}{t} = \frac{790 \times \frac{\pi}{4} d^2 \times 0.0095}{5 \times 3600} \to (**)$

بمساواة المعادلتين(*) و (**) نحصل على :

$$59.4 \times D \times \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{790 \times \frac{\pi}{4} d^2 \times 0.0095}{5 \times 3600}$$

$$\therefore D = \frac{790 \times 0.0095}{5 \times 3600 \times 59.4} = 7.02 \times 10^{-6}\, m^2/s = 0.0702\, cm^2/s$$

[6] هواء رطب عند $27℃$ ، ضغط جوي $1.013\ bar$ ورطوبة نسبية مقدارها 35% يهب فوق سطح ترعة مربعة بطول ضلع $15m$ تحتوي على ماء عند $27℃$. السرعة المتوسطة للهواء هي $6\, m/s$ وتكون موازية لزوج واحد من أضلاع (جوانب) الترعة . أحسب المُعدَّل في الساعة الذي يفقد عنده الماء من سطح الترعة.

مُتوسط رقم نسيلت (*mean Nusselt number*) لانتقال الحرارة في سريان طولي فوق سطح مستوٍ يتم إعطاؤه بـ :

$$Nu = 0.036\, Pr^{1/3}\, (Re^{0.8} - 23100)$$

والعلاقة بين معامل انتقال الحرارة بالحمل h و مُعامِل انتقال الكُتلة بالحمل h_m يتم إعطاؤها بالمعادلة التالية :

$$\frac{h}{h_m} = \rho c_p \left(\frac{sc}{Pr}\right)^{2/3}$$

خذ مُعامِل الانتشار لبُخار الماء في الهواء عند درجة حرارة $27℃$ = $2.79 \times 10^{-5}\, m^2/s$.

الحل :

الهواء الرطب (moist air) :

$$T = 27℃ \text{ ، } P = 1.013\ bar$$

$$\phi = (relative\ humidity)\ \text{الرطوبة النسبية} = 0.35$$

$$C = 6m/s$$

الترعة (Pond):

$$A = 15 \times 15\ m^2 \text{ ، } T = 27°\text{C}$$

معدل انتقال الكتلة بالحمل للماء ، $\text{m}^\circ_w = ?$

$$\text{m}^\circ_w = h_m A\left(C_{w_1} - C_{w_2}\right)$$

$$sh = \frac{h_m L}{D}$$

$$\therefore h_m = \frac{shD}{L}$$

$$C_{w_1} - C_{w_2} = \frac{M_w}{\bar{R}T}\left(P_{w_1} - P_{w_2}\right)$$

$$\phi = \frac{P_s}{P_g} = \frac{\text{الضغط الجزئي لبخار الماء في الهواء}}{\text{الضغط الجزئي لبخار الماء في الهواء في الحالة المشبعة عند نفس درجة الحرارة}}$$

من جداول البخار عند 27°C :

$$P_g = 0.03564\ bar$$

$$P_s = \phi P_g = 0.35 \times 0.03564 = 0.012471\ bar$$

$$P_g = P_{w_1} = 0.03564\ bar$$

$$P_s = P_{w_2} = 0.012471\ bar$$

$$\therefore C_{w_1} - C_{w_2} = \frac{18}{8.314 \times 10^3 (27 + 273)}(0.03564 - 0.012471) \times 10^5 = 0.01672\ kg/m^3$$

$$h_m = \frac{h}{\rho c_p \left(\frac{sc}{pr}\right)^{2/3}}$$

$$Nu = \frac{hl}{k}$$

من جداول (Dry air at law pressures) عند $27°C$ (أو $273 + 27 = 300K$) :

$$Pr = 0.707 \text{ ، } Re = \frac{\rho c L}{\mu} \text{ ، } \rho = 1.177\, kg/m^3$$

$$\mu = 1.846 \times 10^{-5}\, kg/ms$$

$$Re = \frac{1.177 \times 6 \times 15}{1.846 \times 10^{-5}} = 5.74 \times 10^6$$

$$Nu = 0.036 \times 0.707^{1/3}[(5.74 \times 10^6)^{0.8} - 23100] = 7448.31$$

$$Nu = \frac{hL}{k}$$

من الجداول ، $k = 2.624 \times 10^{-5}\, kw/mK$

$$7448.31 = \frac{h \times 15}{2.624 \times 10^{-5} \times 10^3}$$

$$\therefore\ h = 13.03\, w/m^2k$$

$$sc = \frac{\nu}{D} = \frac{\mu}{\rho D} = \frac{1.846 \times 10^{-5}}{1.177 \times 2.79 \times 10^{-5}} = 0.562$$

$$h_m = \frac{13.03}{1.177 \times 1.0049 \times 10^3 \left(\frac{0.562}{0.707}\right)^{2/3}} = 0.01284\, m/S$$

من الجداول ، $c_P = 1.0049\, kj/kg\, k$

$$\mathrm{m}^{\circ}_{w} = h_m A\left(C_{w_1} - C_{w_2}\right)$$

$$= 0.01284 \times 15^2(0.01672) = 0.0483\, kg/s$$

$$= 0.0483 \times 3600 = 174\, kg/hr$$

2.7 مسائل إضافية محلولة في انتقال الكتلة :

مثال (1) :

الأوزان الجزيئية لمكونتين A و B لخليط غازي هما 24 و 48 على الترتيب . وُجدَ أنَّ الوزن الجزيئي للخليط الغازي هو 30°C . إذا كان تركيز الكتلة للخليط هو $1.2\,kg/m^3$ ، حدِّد الآتي :

i] كسور المول.

ii] كسور الكتلة.

iii] الضغط الكلي إذا كانت درجة حرارة الخليط هي $290\,K$.

الحل :

مُعطى :

$$T = 290\,K \text{ ، } \rho = 1.2\,kg/m^3 \text{ ، } M = 30 \text{ ، } M_B = 48 \text{ ، } M_A = 24$$

تركيز المول للخليط ، $C = \frac{\rho}{M} = \frac{1.2}{30} = 0.04$

أيضاً ، $C_A + C_B = C$

أو ، $C_A + C_B = 0.04 \rightarrow (i)$

و $\rho_A = M_A C_A = 24C_A$ ، $\rho_B = M_B C_B = 48C_B$

ولكن ، $\rho_A + \rho_B = \rho$

$$\therefore 24C_A + 48C_B = 1.2 \rightarrow (ii)$$

بحل المعادلتين (i) و (ii) آنياً نحصل على :

$$C_A = 0.03\,kg\,mole/m^3$$

و $C_B = 0.01\, kg\ mole/m^3$

$$\therefore \rho_A = M_A C_A = 24 \times 0.03 = 0.72\, kg/m^3$$

$$\rho_B = M_B C_B = 48 \times 0.01 = 0.48\, kg/m^3$$

i] كسور المول x_A و $x_B =$ ؟

$$x_A = \frac{C_A}{C} = \frac{0.03}{0.04} = 0.75$$

$$x_B = \frac{C_B}{C} = \frac{0.01}{0.04} = 0.25$$

ii] كسور الكتلة ، w_A و $w_B =$ ؟

$$w_A = \frac{\rho_A}{\rho} = \frac{0.72}{1.2} = 0.6$$

$$w_A = \frac{\rho_B}{\rho} = \frac{0.48}{1.2} = 0.4$$

iii] الضغط الكلي عند $T = 290K$ ، $P =?$

باستخدام معادلة الغاز المثالي للخليط ، نحصُل على :

$$PV = mRT$$

$$Or \text{ ،} \quad p = \frac{m}{V}RT = \rho RT = \rho \frac{\bar{R}}{M}T$$

$$\therefore P = 1.2 \times \frac{8.314}{30} \times 290 = 96.4\ \ kPa$$

مثال (2) :

وعاء يحتوي على خليط ثنائي من O_2 و N_2 ، بضغوط جزئية بنسبة 21% و79% عند درجة حرارة $15°C$.

إذا كان الضغط الكلي للخليط يساوي $1.1\ bar$. أحسب الآتي:

i] تركيزات المول لكل عينة (أو مُكوِّن) .

ii] كثافة الكُتلة لكل مُكوِّن أو تركيزات الكتلة لكل مُكوِّن.

iii] كسور الكتلة لكل مُكوِّن.

iv] كسور المول لكل مُكوِّن.

الحل:

مُعطى :

$$P = 1.1\ bar = 1.1 \times 10^5\ N/m^2 \ ، T = 15 + 273 = 288K$$

i] تركيزات المول، C_{O_2} ، $C_{N_2} = ؟$

$$C_{O_2} = \frac{P_{O_2}}{\bar{R}T} = \frac{0.21 \times 1.1 \times 10^5}{8.314 \times 10^3 \times 288} = 0.00965\ kg\,mole/m^3$$

$$C_{N_2} = \frac{P_{N_2}}{\bar{R}T} = \frac{0.79 \times 1.1 \times 10^5}{8.314 \times 10^3 \times 288} = 0.0363\ \ kg\,mole/m^3$$

ii] كثافات الكتلة ، ρ_{O_2} ، $\rho_{N_2} = ؟$

$$\rho = MC$$

$$\rho_{O_2} = M_{o_2} \times C_{o_2} = 32 \times 0.00965 = 0.309\,kg/m^3$$

$$\rho_{N_2} = M_{N_2} \times C_{N_2} = 28 \times 0.0363 = 1.016\,kg/m^3$$

iii] كسور الكتلة w_{O_2} ، $w_{N_2} = $ ؟

$\rho = \rho_{O_2} + \rho_{N_2}$ ، كثافة الكتلة الكلية (للخليط) أو تركيز الكتلة للخيط

$$= 0.309 + 1.016 = 1.325\,kg/m^3$$

$$w_{O_2} = \frac{\rho_{O_2}}{\rho} = \frac{0309}{1.325} = 0.233$$

$$w_{N_2} = \frac{\rho_{N_2}}{\rho} = \frac{1.016}{1.325} = 0.767$$

iv] كسور المول ، x_{O_2} ، $x_{N_2} = $ ؟

$C = C_{o_2} + C_{N_2} = 0.00965 + 0.0363 \simeq 0.046\,kg\ mole/m^3$ ، تركيز المول للخليط

$$x_{O_2} = \frac{C_{O_2}}{C} = \frac{0.00965}{0.046} = 0.21$$

$$x_{N_2} = \frac{C_{N_2}}{C} = \frac{0.0363}{0.046} = 0.79$$

ملحوظة : **كسور المول تكون مساوية لكسور الضغط الجزئي**

Note: The molar fractions are equal to the partial pressure fractions

مثال (3) :

حاوية مستطيلة من الفولاذ سمك حائطها 16mm يتم استخدامها لتخزين هيدروجين غازي عند ضغط عالي .تركيزات المول للهيدروجين في الفولاذ عند السطح الداخلي والخارجي هما $1.2\ kg\ mole/m^3$ وصفر على الترتيب . بافتراض معامل انتشار للهيدروجين في الفولاذ مساوٍ لـ $0.248 \times 10^{-12}\,m^2/s$ ، أحسب مُعدَّل الانتشار المولي للهيدروجين خلال الفولاذ .

الحل:

بالرجوع إلى الشكل (2.10) أدناه :

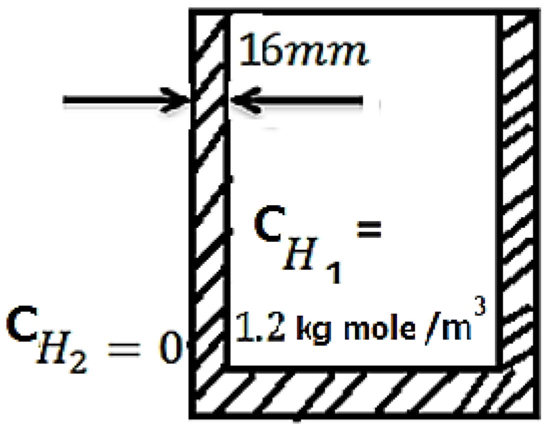
معطى :

$$C_{H_1} = 1.2\ kg\ \ mole/m^3 \text{ ، } \Delta x = x_2 - x_1 = 16mm = 0.016m$$

$$D_H = 0.248 \times 10^{-12}\ m^2/S \text{ ، } C_{H_2} = 0$$

$N_H = ?$ ، مُعدَّل الانتشار المولي للهايدروجين

مفترضاً بعد واحد وحالة مستقرة:



شكل رقم (2.10)

$$N_H = \frac{\mathrm{m}^{\circ}{}_H}{A} = D_H \left[\frac{C_{H_1} - C_{H_2}}{x_2 - x_1}\right]$$

$$= 0.248 \times 10^{-12} \left[\frac{1.2 - 0}{0.016}\right] = 18.6 \times 10^{-12} kg\, mole/s.m^2$$

مثال (4) :

غاز الأمونيا والهواء في انتشار مضاد متساوي المولات في حاوية اسطوانية قطرها $3.5mm$ وطولها $25m$. يكون الضغط الكلي مُساوياً لواحد ضغط جوي ودرجة الحرارة $27°C$. أحد طرفي الأنبوب يتم توصيله بمستودع من الأمونيا والطرف الآخر يكون مفتوحاً إلى الجو . إذا كانت انتشارية الكتلة للخليط هي $0.3 \times 10^{-4}\, m^2/s$ ، أحسب مُعدلات انتشار الكتلة للأمونيا في الهواء خلال الأنبوب بالـ kg/h .

الحل :

$$P_{A_2} = 0 \text{ ، } P_{A_1} = 1\, atmos. = 1.01325 \times 10^5\, N/m^2 \text{ ، } \Delta x = x_2 - x_1 = 25m$$

$$d = 3.5mm = 0.0035m$$

$$T = 27 + 273 = 300K \text{ ، } D = 0.3 \times 10^{-4}\, m^2/s = 0.3 \times 10^{-4} \times 3600$$
$$= 0.108\, m^2/h$$

أجعل الرموز التحتية A و B ترمز للأمونيا NH_3 وللهواء على الترتيب .

مُعدَّل الانتشار المولي المستقر للمُكوِّنة (A)(للأمونيا)، $N_A = \frac{\mathring{m}_A}{M_A} = \frac{D_A}{\bar{R}T}\left[\frac{P_{A_1} - P_{A_2}}{x_2 - x_1}\right] [\because D_{AB} = D_{BA} = D]$

$$N_A = \frac{0.108 \times \left(\frac{\pi}{4} \times 0.0035^2\right)}{8.314 \times 10^3 \times 300}\left[\frac{1.01325 \times 10^5 - 0}{25}\right] = 1.6885 \times 10^{-9} kg$$

مُعدَّل انتقال الكُتلة للأمونيا ، $\boldsymbol{\mathring{m}_{NH_3}}$ **or** $\boldsymbol{\mathring{m}_A = N_A M_A = 1.6885 \times 10^{-9} \times 17 = 28.7 \times 10^{-9}\, kg/h}$

مُعدَّل انتقال الكُتلة للهواء ، $\mathring{m}_{air} = \mathring{m}_B = N_B M_B$

بما أنَّ الانتشار مضاد ومتساوي المولات ،

$$N_A + N_B = 0$$

أو $N_B = -N_A = -1.6885 \times 10^{-9} kg\, mole/h$

$$\therefore \ \mathrm{m}^{\circ}{}_{air} = \mathrm{m}^{\circ}{}_{B} = -1.6885 \times 10^{-9} \times 29 = -48.97 \times 10^{-9}\ kg/h$$

2.8 مسائل غير محلولة في انتقال الكتلة:

[1] الأوزان الجزيئية لمُكونتين A و B لخليط غازي هما 20 و 40 على الترتيب . وُجد أنَّ الوزن الجزيئي للخليط الغازي هو 25. إذا كان تركيز الكتلة للخليط هو $1\ kg/m^3$ ، حدِّد الآتي:

[i] كسور المول للمكونتين .

[ii] *كسور الكتلة للمكونتين .*

[iii] مقدار الضغط الكلي إذا كانت درجة حرارة الخليط $27°C$.

$Ans.\left\{(i)0.75 \text{ ،}0.25 \text{ ؛ } (ii)0.6 \text{ ، } 0.4 \text{ ؛ } (iii)\ 99.8kpa\right\}$

[2] وعاء يحتوي على خليط ثنائي من الأكسجين والنيتروجين بضغوط جزئية بالنسبة 0.21 و 0.79 عند درجة حرارة $27°C$. إذا كان الضغط الكلي للخليط هو $1bar$. حدِّد :

[i] تركيز المول لكل مُكوِّنة.

[ii] *كثافة الكُتلة لكل مُكوِّنة .*

[iii] كسر الكُتلة لكل مُكوِّنة.

[iv] كسر المول لكل مُكوِّنة.

$Ans.\{(i)0.00842kg\,mole/m^3$ ، $0.03167kg\,mole/m^3$ ؛ $(ii)0269\ \ kg/m^3$ ، $0.887\ kg/m^3$ ؛ $(iii)0.233$ ، 0.767 ؛ $(iv)0.21$ ، $0.79\}$

[3] حاوية من الفولاذ مستطيلة بسمك حائط $15mm$ يتم استخدامها لتخزين هايدروجين غازي عند ضغط عالي . تركيز المول للهايدروجين في الفولاذ عند السطح الداخلي والخارجي هما $1\,kg\ mole/m^3$،وصفر على الترتيب . مفترضاً أنَّ مُعامل انتشار الهيدروجين في الفولاذ هو $25 \times 10^{-2}\ m^2/s$ ، أحسب مُعدَّل الانتشار المولي للهيدروجين خلال الفولاذ.

$Ans.\{16.66 \times 10^{-2}\ kg\ mole/s.m^2\}$

[4] وعاء عُمقه $30mm$ يتم ملئه بماء حتى منسوب $15mm$ ويتم تعريضه لهواء جاف عند $40°C$. بافتراض أنَّ انتشارية الكُتلة تساوي $0.25 \times 10^{-4}\ m^2/s$ ، أحسب الزمن المطلوب لتبخُر جميع الماء.

$Ans.\{47.14h\}$

[5] هواء عند 1 ضغط جوي و25 درجة مئوية ، يحتوي على كميات صغيرة من اليود ينساب بسرعة $6.2\,m/s$ داخل أنبوب قطره 35mm . أحسب معامل انتقال الكُتلة لليود .الخواص الحرارية الفيزيائية للهواء هي:

$$D = 0.82 \times 10^{-5}\ m^2/S \text{ و } \nu = 15.5 \times 10^{-6}\ m^2/s$$

$Ans.\{h_m = 0.0197\,m/s\}$

[6] هواء عند $20°C$ $\left\{\nu = 15.06 \times 10^{-6}\,m^2/s \text{ ، } \rho = 1.205\,kg/m^3 \text{ ، } D = 4.166 \times 10^{-5}\,m^2/s\right\}$ يسري فوق وعاء بطول $320mm$ ، وبعرض $420\ \mathrm{mm}$ ملئ بماء. يسري الهواء بسرعة $2.8\,m/s$. الضغط الكلي للهواء المتحرك هو $1atmos.$ والضغط الجزئي للماء في الهواء هو $0.0068bar$. إذا كانت درجة الحرارة عند سطح الماء هي $15°C$، أحسب مُعّدل تبخر الماء؟

لسريان طباقي أو رقائقي خذ رقم شيروود ، $\mathrm{sh} = \frac{h_m L}{D} = 0.664(Re)^{0.5}(sc)^{-0.33}$.

$Ans.\{2.421 \times 10^{-5}\ kg/s\ \ or\ 0.087\,kg/h\}$

[7] نتيجة لفتح عرضي لصمام فقد تدفق جزء من الماء على أرضية محطة صناعية . منسوب الماء المتدفق $1.2mm$ ودرجة الحرارة $25℃$. درجة حرارة وضغط الهواء هما $25℃$ و $1bar$ على الترتيب . الرطوبة النوعية للهواء هي $1.8\, g/kg$ من الهواء الجاف . مفترضاً $D = 0.25 \times 10^{-4}\, m^2/s$ وأنَّ التبخُر يحدُث بالانتشار الجزيئي خلال شريحة هواء سمكها $6mm$ ، حدد الزمن المطلوب لتبخر الماء بالكامل.

$Ans.\{t = 3.73h\}$

2.9 حل بعض المسائل السابقة في الفقرة (2.8) :

[1] حل المسألة رقم (6) صفحة (84).

هواء عند :

$$\boldsymbol{D = 4.166 \times 10^{-5}\, m^2/s} \text{ ، } \boldsymbol{\nu = 15.06 \times 10^{-6}\, m^2/s} \text{ ، } \boldsymbol{\rho = 1.205\, kg/m^3} \text{ ، } \boldsymbol{t_{air} = 20℃}$$

أبعاد الوعاء:

$0.42m = 420mm =$ عرض ، $0.32m = 230mm =$طول

$P_{air_{total}} = 1atmos = 1.01325bar$ و ، $C = 2.8\, m/s$ ، سرعة الهواء

$t_w = 15℃$ ، $P_{w_2} = 0.0068bar$

أحسب: $\mathrm{m}^{\circ}{}_{w} = ?$

لمعرفة نوع السريان ، دعنا أولاً نجد رقم رينولدز

$$Re = \frac{\rho C L}{\mu} = \frac{CL}{\nu} = \frac{2.8 \times 0.32}{15.06 \times 10^{-6}} = 0.595 \times 10^5$$

يمكن معاملة سريان الهواء كسريان فوق لوحٍ مستوٍ وبما أنَّ $Re < 5 \times 10^5$ فإن السريان سيكون رقائقياً.

رقم شيروود ، $sh = \frac{h_m L}{D} = 0.664(Re)^{0.5}(SC)^{0.33}$

لكن ، SC (شميدت) رقم $= \frac{\nu}{D} = \frac{15.06\times10^{-6}}{4.166\times10^{-5}} = 0.3615$

$$\therefore Sh = 0.664(0.595\times10^{5})^{0.5}(0.3615)^{0.33} = 115.772$$

$$or\ \ h_m = \frac{shD}{L} = \frac{115.772\times4.166\times10^{-5}}{0.32} = 0.0151\, m/s$$

من جداول (Further properties of water and steam or saturated water and steam) عند 15°C ،

$$P_{W_1}\left(\text{الضغط المُشبَّع للماء عند } 15°\text{C}\right) = 0.01704\ bar$$

$$h_{mp} = \frac{h_{mc}}{RT}$$

$h_{mp} = mass\ transfer\ coefficient\ based\ on\ pressure\ difference.$

$h_{mc} = mass\ transfer\ coefficient\ based\ on\ concentration\ difference.$

$$h_{mp} = \frac{0.0151}{287\times(15+273)} = 1.827\times10^{-7}\ m/s$$

مُعدَّل انتشار كتلة الماء يُعطى بـ :

$$\mathrm{m}^{\circ}{}_{w} = h_{mp}A\left(P_{w_1} - P_{w_2}\right)$$

$$= 1.827\times10^{-7}\times(0.32\times0.42)(0.01704-0.0068)\times10^{5}$$

$$= 2.6\times10^{-5}\ kg/s = 0.0937\ kg/h$$

[2]حل المسألة رقم (7) صفحة (84).

منسوب الماء فوق الأرضية = $\boldsymbol{1.2mm}$ ، $\boldsymbol{T = 25+273 = 298k}$ ؛ $\boldsymbol{t_{air} = t_a = 25}$ ، $\boldsymbol{P_{air} = 1bar}$

الرطوبة النوعية للهواء ، $\omega = 1.8\, g/kg\ of\ dry\ air$

$$D = 0.25 \times 10^{-4}\, m^2/s$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 6mm = 0.006m$$

الزمن المطلوب لتبخر الماء بالكامل ، $t = ?$

من جداول (Further properties of water and steam) عند 25°C ،

$$P_g = P_{w_1} = 0.03166\, bar$$

يتم الحصول على P_{w_2} من تعبير الرطوبة النوعية الذي يُعطى بـ :

$$\omega = \frac{0.622P_{w_2}}{P - P_{w_2}}$$

الرطوبة النوعية أو محتوى الرطوبة (ω) :

أو $1.8 \times 10^{-3} = \frac{0.622 \times P_{w_2}}{1 - P_{w_2}}$

أو $1.8 \times 10^{-3}(1 - P_{w_2}) = 0.622P_{w_2}$

أو $0.0018 - 0.0018P_{w_2} = 0.622P_{w_2}$

أو $P_{w_2} = 0.00288\, bar$

$$(\mathrm{m}^{\circ}{}_{w})_{total} = \frac{DAM_w}{\bar{R}T} \cdot \frac{P}{(x_2 - x_1)} \ln\left[\frac{P - P_{w_2}}{P - P_{w_1}}\right]$$

$$= \frac{0.25 \times 10^{-4} \times 1 \times 18}{8.314 \times 10^3 \times 298} \times \frac{1 \times 10^5}{0.006} \ln\left[\frac{1 - 0.00288}{1 - 0.03166}\right]$$

$$= 0.003027 \ln \left[\frac{0.997}{0.968}\right] = 8.935 \times 10^{-3}\, kg/s.m^2$$

مقدار الماء الكُلي المُتبخِّر لكل m^2 من المساحة:

$$m = \rho V = 10^3 \times 1.2 \times 10^{-3} \times 1 = 1.2kg$$

الزمن المطلوب ، $t = \frac{1.2}{8.935\times10^{-5}}$ ، $s = \frac{1.2}{8.935\times10^{-5}\times3600}$ ، $h = 3.73h$

2.10 **تعريفات أساسية**: (Fundamental definitions)

الرطوبة النوعية ، الرطوبة النسبية والتشبع المئوي :

: (Specific humidity , relative humidity and percentage saturation)

الرطوبة النوعية أو محتوى الرطوبة (ω):

$$\omega = \frac{m_s}{m_a} = \frac{\text{كتلة بخار الماء}}{\text{كتلة الهواء الجاف}} \to (1)$$

هي نسبة كتلة بخار الماء إلى كتلة الهواء الجاف في حجم مُعطى من الخليط .

الرموز التحتية s و a ترمزان للبخار والهواء الجاف .

بما أنَّ كلا الكتلتين تحتلان نفس الحجم V :

$$\omega = \frac{m_s}{m_a} = \frac{\rho_s V}{\rho_a V} = \frac{\frac{1}{v_s}}{\frac{1}{v_a}} = \frac{v_a}{v_s} \to (2)$$

v_a و v_s هما الحجوم النوعية للهواء الجاف والبخار على الترتيب .

بما أنَّ كل من البخار والهواء الجاف يتم اعتبارهما كغازات مثالية، بالتالي :

$$PV = mRT$$

$$m_s = \frac{P_S V}{R_s T} \quad و \quad m_a = \frac{P_a V}{R_a T}$$

$$R_S = \frac{\bar{R}}{M_s} \; and \; R_A = \frac{\bar{R}}{M_a}$$ ، أيضاً

بالتالي:

$$m_s = \frac{P_S V M_S}{\bar{R}T} \quad و \quad m_a = \frac{P_a V M_a}{\bar{R}T}$$

بالتالي بالتعويض في المعادلة (1) :

$$\omega = \frac{m_s}{m_a} = \frac{P_s V M_s}{\bar{R}T} \times \frac{\bar{R}T}{P_a V M_a} = \frac{M_s}{M_a} \times \frac{P_s}{P_a}$$

بالتالي،

$$\omega = \frac{18}{28.96} \times \frac{P_s}{P_a} = 0.622 \frac{P_S}{P_a}$$

إذا كان الضغط الكلي هو (P) ، فمن قانون دالتون للخلائط :

$$P = P_a + P_s$$

بالتالي ،

$$\omega = 0.622 \left[\frac{P_s}{P - P_S}\right] \rightarrow (3)$$

ملحوظة : **الضغط الكلي هو عادة ما يتم التعبير عنه بالضغط البارومتري**

الرطوبة النسبية للجو :(ϕ)

هي نسبة الكتلة الفعلية لبخار الماء في حجم مُعطى إلى كُتلة بخار الماء في الحالة المشبعة عند نفس درجة الحرارة.

$$\phi = \frac{m_s}{(m_s)_{sat.}}$$

ملحوظة : **عادة ما يتم التعبير عن الرطوبة النسبية كنسبة مئوية**

$$m_s = \frac{P_S V}{R_S T} \quad و \quad (m_s)_{sat.} = \frac{P_g V}{R_S T}$$

حيث P_g هو ضغط التشبُّع عند درجة حرارة الخليط

$$i.e.\ \ \phi = \frac{P_S}{P_g} \rightarrow (4)$$

النسبة المئوية للتشبُّع (Percentage saturation) (ψ):

هي نسبة الرطوبة النوعية لخليط إلى الرطوبة النوعية لخليط في الحالة المُشبَّعة عند نفس درجة الحرارة .

$$\psi = \frac{\omega}{\omega_g} \rightarrow (5)$$

ملحوظة : **عادة ما يتم تسمية النسبة $\frac{\omega}{\omega_g}$ بالتشبع النسبي (Relative saturation) أو درجة التشبُّع ($\boldsymbol{Degree\ of\ saturation}$)**

من المعادلات (3) ، (4) ، و (5) يمكن مُلاحظة :

$\psi = 100\phi \times \frac{(P-P_g)}{(P-P_s)}$ ، النسبة المئوية للتشبع (Percentage saturation)

المراجع

الكتب والمراجع العربية:

1. أسامة محمد المرضي سليمان ، "مذكرات انتقال الحرارة الجزء الأول، الثاني والثالث" ، جامعة وادي لنيل ، كلية الهندسة والتقنية ، قسم الهندسة الميكانيكية، (2000م).

2. أسامة محمد المرضي سليمان ، "مذكرات انتقال الكتلة بالانتشار والحمل الجزء الأول، الثاني" ، جامعة وادي لنيل ، كلية الهندسة والتقنية ، قسم الهندسة الميكانيكية، (2005م).

3. أسامة محمد المرضي سليمان ، "مذكرات انتقال ديناميكا حرارية(1) و ديناميكا حرارية(2)" ، جامعة وادي لنيل ، كلية الهندسة والتقنية ، قسم الهندسة الميكانيكية، (2007م).

4. برهان محمود العلي ، أحمد نجم الصبحة ، بهجت مجيد مصطفى ، " ترجمة كتاب أساسيات انتقال الحرارة" ، مديرية دار الكتب للطباعة والنش ، جامعة لموصل ، الجمهورية العراقية ،(1988م).

الكتب والمراجع الإنجليزية:

1. Eastop and M$_c$Conkey, “Applied Thermodynamics for Engineering Technologists”, Longman Singapore Publishers LTD., Singapore, (1994).

2. Eastop T. D. and Croft D. R.,"Energy Efficiency", Longman Publisher, (1990).

3. Rogers and Mayhew," Engineering Thermodynamics Work and Heat Transfer”, Longman Group Limited London and New York, Third Edition, (1980).

4. Bruges E. A. ," Available Energy and second Law Analysis " ,Academic Press .,(1959).

5. Kauzmann W., "Kinetic Theory of Gases”, Benjamin, (1966).

6. Schneider P. J.,"Temperature Response Charts”, Wiley, (1963).

7. R. K. Rajput, "Heat and Mass Transfer”, S. Chand and Company LTD., New Delhi, (2003).