

بسم الله الرحمن الرحيم
الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على أشرف الخلق والمرسلين،
نبينا محمد -عليه الصلاة والسلام- الصادق المصدوق الأمين، ومن تبعه
بإحسان إلى يوم الدين، أما بعد:

هذا هو الدرس الثاني من هذه السلسلة المباركة -إن شاء الله
تعالى-، وسنقوم فيها بوضع حجر الأساس لبناء أساسات عمليات
التحكم، وسنبين من خلالها كيفية تحويل النظام الفيزيائي إلى
معادلات رياضية ليتم تصميم المتحكمات من خلالها.

وهذا الموضوع يندرج تحت ما يسمى في الكتب المتخصصة في هذا
المجال Mathematical Modeling of Dynamic Systems

تصويغ الأنظمة

Modeling Of Systems

إن الخطوة الأولى في تصميم أنظمة التحكم Control Systems هي
كتابة المعادلة الرياضية Mathematical Model لهذا النظام أو العملية
المطلوب التحكم فيها.

وفي تشكيل الأنظمة، نفترض وجود معادلة رياضية أساسية تربط بين
المدخلات (Input) وبين المخرجات (Output)، كما في الصورة رقم 1.

ستدخل المدخلات إلى النظام، ثم سيقوم النظام بمعالجة هذه المدخلات لينتج لنا المخرجات المطلوبة (**Outputs**).

وبشكل عام، فإن أي نظام (**System**) له 3 مكونات أساسية كما يلي:

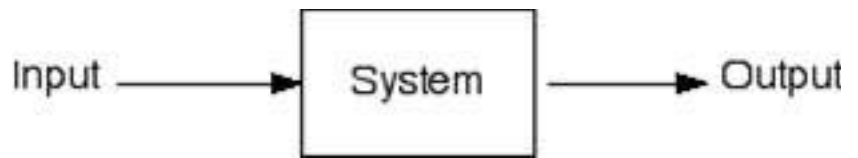
- المدخلات (**Inputs**): وتمثل هذه المدخلات المتغيرات (**Variables**) التي يأخذها المصمم بعين الاعتبار. ويقوم المصمم بأخذ هذه الإشارات مباشرة ويطبقها على النظام المطلوب. على سبيل المثال؛ مصدر الفولتية (**Voltage source**) لمحرك معين، والعزم الخارجي (**Torque**) على أذرع الروبوت، كلاهما يمثل المدخلات للنظام.

- المخرجات (**Outputs**): وهذه تمثل المتغيرات التي يريد المصمم في نهاية عملية التحكم ويمكن قياسها من قبل المصمم بطرق كثيرة (**sensor**، العين، اللمس...). على سبيل المثال؛ في التحكم بعمليات الطيران، المخرج يمكن أن يكون ارتفاع الطائرة (**Altitude**)، أو في تطبيقات السيارات في نظام مثبت السرعة (**cruise Control**) يكون المخرج هو سرعة السيارة.

- النظام (**System or Plant**): ويمثل العملية الفيزيائية الحركية التي تربط بين إشارات المدخلات والمخرجات معاً. على سبيل المثال؛ تطبيقات السيارات في نظام التحكم الآلي (**Cruise Control**)، يكون المخرج هنا هو سرعة السيارة، والمدخل هو

البنزين، والنظام هو السيارة نفسها. في أنظمة التكييف التي تقوم بتنظيم درجة الحرارة في غرفة معينة، يكون المدخل لهذا النظام هو الهواء البارد الذي يضاف إلى الغرفة، والنظام نفسه هو الغرفة الممتلئة بالهواء نفسه وبمميزات ضخ الهواء.

وتكون الأنظمة إما ميكانيكية، حرارية، موائع، كهربائية و كهروميكانيكي إلخ.



صورة رقم 1: Block Diagram representation of a system

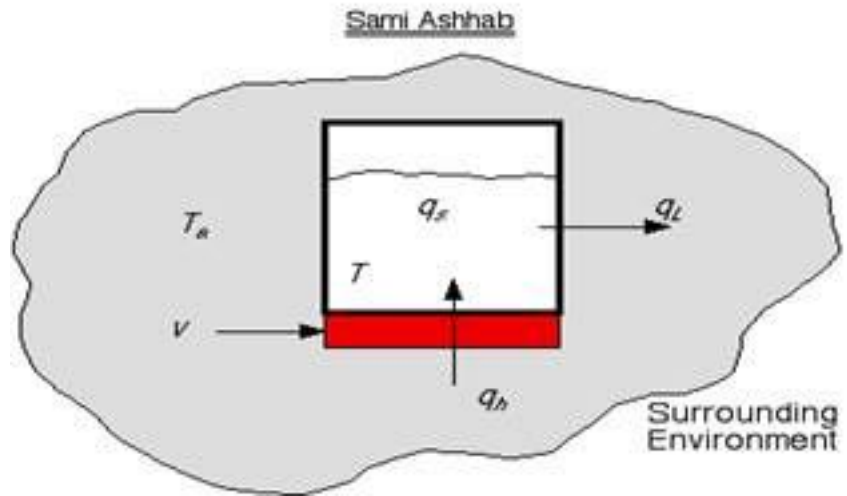
من خلال هذا الدرس -اليوم-، سنحاول من خلال الأمثلة كيفية تشكيل المعادلات الرياضية لأنظمة هندسية بسيطة.

ويجب الملاحظة هنا، في كل مثال يجب أخذ 4 خطوات بعين الاعتبار. الأولى؛ رسم مخطط لكل مكونات الأنظمة مع وضع المدخلات الخارجية على النظام. الثانية؛ من خلال المخطط السابق، يتم تحديد و تعريف المدخلات والمخرجات للنظام. الثالثة؛ من خلال المخطط السابق لمكونات النظام، يجب أيضاً إظهار الإشارات الداخلية للنظام. وأخيراً؛ الحصول على المعادلة التفاضلية التي تصف النظام الحركي. ويتم كل هذا من خلال النموذج الرياضي للنظام (**Mathematical Model**).

مثال رقم 1: النظام الحراري: زيت، خزان وسخان، وُضِّح في المحاضرة رقم 1.

هذا النظام تم شرحه في المحاضرة السابقة. سنقوم الآن بكتابة التشكيل الرياضي (المعادلات التفاضلية) التي تشرح آلية عمله. إن الإشارات المختلفة والمكونات التي نحتاجها لكتابة المعادلات لهذا النظام موضحة في الصورة رقم 2.

نقوم أولاً بتعريف المدخلات والمخرجات.
المدخل (**Input**): فولت للسخان، v .
المخرج (**Output**): درجة حرارة الزيت، T .



صورة رقم 2: Diagram of the thermal system signals and components.

سنطبق معادلة الاتزان الحراري للحصول على المعادلة التفاضلية:
الطاقة المزودة من المسخن = الطاقة المخزنة في الزيت + الطاقة الضائعة إلى المحيط الخارجي

$$q_h = q_s + q_L$$

$$kv = c \frac{dT}{dt} + \frac{T - T_a}{R}, \dots (1)$$

حيث:

K: ثابت يعطى من المصنع.

v: الفولتية إلى المسخن

c: السعة الحرارية للزيت.

T: درجة حرارة الزيت.

Ta: درجة حرارة المحيط الخارجي (البيئة).

R: الممانعة الحرارية (المقاومة) لجدران الخزان.

t: الزمن.

المعادلة (1) هي معادلة تفاضلية تصف ديناميكية هذا النظام الحراري. ويمكن الملاحظة هنا إلى أن المدخلات والمخرجات تظهر في المعادلة. فإذا تمت معرفة المدخل، v، فيمكننا حل المعادلة وإيجاد قيمة المخرج، T.

مثال رقم 2: نظام ميكانيكي: Spring-mass-damper system

في هذا المثال، تم رسم هذا النظام وتمثيله في الصورة رقم 3 (أ). إن الكتلة (m) وضعت إلى قوة خارجية (f). ونحن الآن مهتمون بالتحكم في موقع هذه الكتلة. إن الطريقة المناسبة للتحكم في موقع الكتلة هو باختبار قيمة (f).

نعرف المدخلات والمخرجات:
المدخل (Input): القوة الخارجية، f .
المخرج (Output): موقع الكتلة، x .

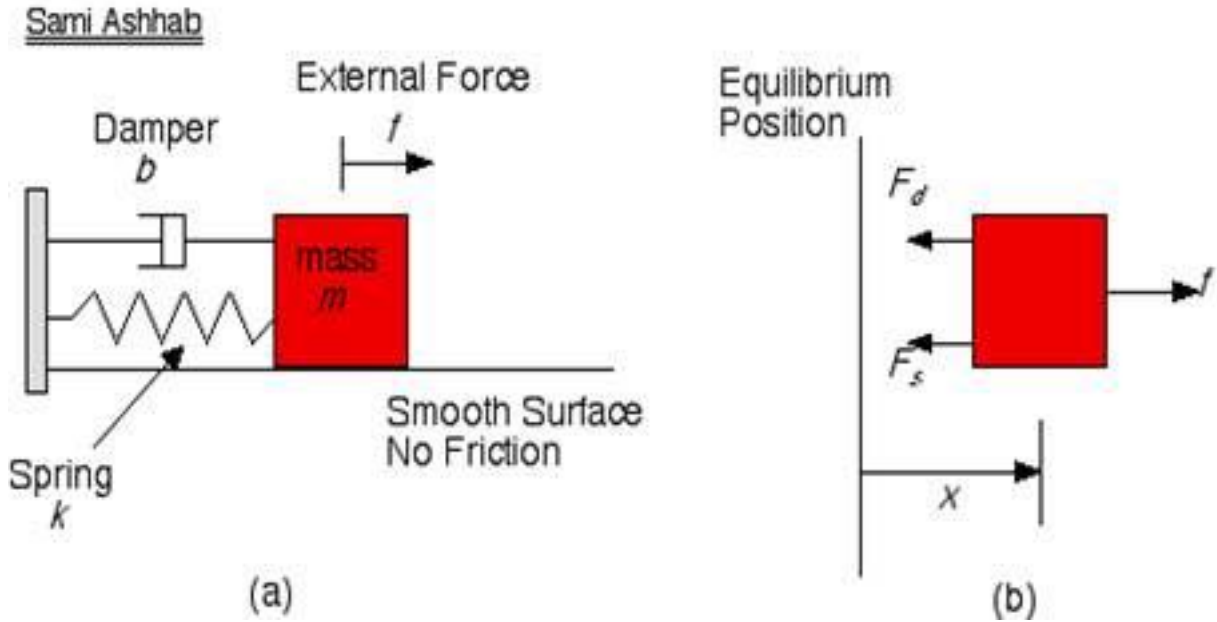


Figure 3: (a) Diagram Of Mathematical System Components.
(b) Free Body Diagram Of the mechanical System

نطبق قانون نيوتن الثاني للحصول على المعادلة التفاضلية لهذا النظام الميكانيكي.

باستخدام رسم الجسم الحر (Free Body Diagram) في صورة رقم 3

(ب):

$$\sum F = ma$$

$$f - F_s - F_d = ma$$

$$f - kx - b \frac{dx}{dt} = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

Rearranging

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = f, \dots (2)$$

حيث:

b: معامل التخميد

k: ثابت النابض

إن المعادلة رقم 2 هي معادلة تفاضلية تصف ديناميكية هذا النظام الميكانيكي. ويمكن الملاحظة هنا إلى أن المدخل والمخرج تظهر في هذه المعادلة. فإذا تمت معرفة المدخل، f فيمكن بعدها حل المعادلة (2) وإيجاد المخرج، x.

إن النظام الحراري والنظام الميكانيكي التي تم شرحهم في هذا الدرس يمكن تمثيلهم من خلال هذا (Block Diagram):

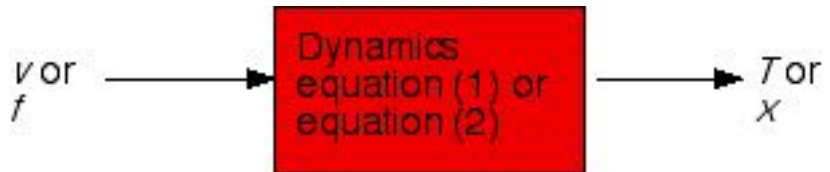


Figure 4: Block Diagram Representation of the Thermal or Mechanical System