بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة البحر الأحمر

كلية الهندسة

قسم الميكانيكا

بحث تكميلي لنيل درجة البكالريوس في الهندسة الميكانيكية

بعنوان :

التحليل اللاخطي للألواح الشرائحية المستطيلة

إعداد الطلاب :

1. موسى عبد القادر محمد توم .
2. محمد المبارك محمد المأمون .
3. خالد محرم محمد محرم .

إشراف الأستاذ :

أسامة محمد المرضي سليمان

Osama Mohammed Elmardi
Faculty of Engineering
Nile Valley University
Atbara - Sudan

فبراير 2005

بسم الله الرحمن الرحيم

إستهلال

قال تعالى :

(رَبِّ أَوْزِعْنِي أَنْ أَشْكُرَ نِعْمَتَكَ الَّتِي أَنْعَمْتَ عَلَيَّ وَعَلَى وَالِدَيَّ
وَأَنْ أَعْمَلَ صَالِحاً تَرْضَاهُ وَأَدْخِلْنِي بِرَحْمَتِكَ فِي عِبَادِكَ الصَّالِحِينَ)

سورة النمل الاية ١٩

صدق الله العظيم

إهداء

الي كل من حمل قلماً في يديـــــــه
الي كل من ركب قطار هذا التعليـــــم
الى كل من خاض غمـــــار هذه المعارك

الى أمي

التي ما زالت ترضعني من المعرفــــة
الي من تحت قدميها جنات الله والخلد

الي أبي

رمز الشموخ والأباء

الي أساتذتي

الذين ركبوا معنا عجلة الزمن وصولاً الي رفعتنا
الي كل من قال كل رجلاً قدمـــاه في السحـــاب
وهامته الثريا .

الي كل الاصدقاء و الزملاء
و الي كل رفقاء درب المعرفة

بسم الله الرحمن الرحيم

شكر وعرفان

الشكر لله رب العالمين مبدءاً ومختتماً .

إلى كلية الهندسة :

التى احتضنتني ونلت منها ما يروى ظمئي

إلى الأستاذ / اسامة محمد المرضي سليمان

الذي لولاه لما رأي هذا البحث النور ، فحقن مصل الكلام في أوردة الصمت وجاء نهلاً بعد علل .

إلى كل الاساتذة الأجلاء :

الذين لم يبخلوا من تقديم جل ما يمكنهم تقديمه اتجاهنا و هذا تقديراً منا لهم و هو ابسط من قدرهم الاعظم ، و بالأخص عميد الكلية العامرة د. فاروق عبد السلام .

وإلى الذين جاءوا قطرات للندي ۰۰۰ الزملاء والزميلات بالدفعة (الثامنة)

الي أسرة وايتك الهندسية

شكراً وعرفاناً وتقديراً لهم جميعاً

الباحثون

ملخص

فـــي هذا البحث تم استخدام أسلوب الاسترخاء الديناميكي (DR) للتحليل الخطي و اللاخطي للألواح الشـــرائحية المستطيلة المسلط عليها حمل عرضي ساكن موزع بانتظام علي مستوي اللوح . يستخدم التحليل نظـــرية الألواح (Plate theory) التي تتضمن تأثيرات تشوه القص المستعرض . تم عمل برنامج حاسوب للحـــل العددي للمعادلات الرئيسية . و قد تم التحقق من تقارب و دقة البرنامج بتحليل طيف واسع من الألواح ذات الانحـــرافات الصـــغيرة و الكبيرة و مقارنتها بحلول مماثلة و قد أعطى البرنامج نتائج جيدة موافقة لتلكم الحلـــول . تـــم الحصـــول علي نتائج عددية جديدة لشرائح مستطيلة مسلط عليها حمل عرضي ساكن موزع بانتظام و ذلك لدراسة تأثيرات الحمل ، عدد الطبقات ، تباين الخواص للمادة ، و نسبة النطاق .

وجد في هذه الدراسة إن انحراف القص يعتمد كثيراً علي عدد من العوامل من بينها الحمل المسلط ، نسبة طول اللوح إلى سمكه ، درجة تباين خواص المادة ، و عدد الطبقات المستخدمة.

ترميزات

a و b	أطوال جانب اللوح في اتجاه x و y علي الترتيب .
A	جساءة اللوح للإستطالة
B	جساءة اللوح للإزدواج
D	جساءة اللوح للإنثناء
ε_1^0 ، ε_2^0 ، ε_6^0	مكونات إنفعال الاستطالة و القص لمستوي منتصف اللوح .
ε_4^0 ، ε_5^0	مكونات انفعال القص المستعرض لمستوي منتصف اللوح .
E_1 ، E_2 ، G_{12}	معايرات المرونة و معايرات القص الطولية .
h	سمك اللوح .
χ_1^0 ، χ_2^0 ، χ_6^0	مكونات التقوس و الإلتواء لمستوي منتصف اللوح .
K_u ، K_v ، K_w ، K_Φ ، K_Ψ	عوامل الاخماد في المستوي ، خارج المستوي و عوامل الإخماد الدوارة .
M_1 ، M_2 ، M_6	ازدواجات الاجهاد .
M'_1 ، M'_2 ، M'_6	ازدواجات الاجهاد اللابعدية .
N_1 ، N_2 ، N_6	محصلات الاجهاد .
N'_1 ، N'_2 ، N'_6	محصلات الإجهاد اللابعدية .
q	الحمل المستعرض .
q'	الحمل المستعرض اللابعدي .
Q_1 ، Q_2	محصلات اجهاد القص المستعرض .

u ، v الازاحات في المستوي .

w الانحراف .

w' الانحراف اللابعدي .

δt الفترة الزمنية .

Φ ، Ψ دوران الاصل حول المحور المتعامد مع مستوي منتصف اللوح .

ν نسبة بواسون .

ρ_u ، ρ_v ، ρ_w ، ρ_Φ ، ρ_Ψ الكثافات الوهمية في المستوي ، خارج المستوي و الدوارة .

المحتويـــات

الفصل الأول

1.0 مقدمة

1.1 مقدمة عامة :

لقد تم استخدام المواد المركبة كمواد بنيوية من أكثر من نصف قرن ومنذ ذلك الوقت فقد لاقت المواد المركبة رواجاً متزايداً في مجالات عديدة مثل علم المواد ، تقنية التصنيع والتحليل النظري .

مصطلح مواد مركبة يمكن أن يعني أي شئ إذا اخذ من المعني الظاهر بما أن جميع المواد هي مواد مركبة بمكونات غير متشابهة إذا تم فحصها بتفاصيل كافية ولكن في علم هندسة المواد الحديث فإن هذا المصطلح عادة مايرجع لمصفوفة مادة مقواة بالألياف .

المواد اللامتجانسة والمتباينة الخواص التى تحتوي على مكونات غير متشابهة تم استخدامها بواسطة الطبيعة لملايين من السنوات . المجتمعات القديمة وبتقليدها للطبيعة استخدمت هذا الأسلوب حيث تحدث كتاب الهكسوس عن استخدام القش لتقوية الطين في صناعة الطوب .

ايضاً هنا في السودان حيث اعتاد الناس من أزمان بعيدة ترجع لحضارة مروي وحتي يومنا هذا في استخدام الزبالة مخلوطة بالطين كمادة بناء قوية .

كما روى ديفيد رويلانس{1} فإن الألياف المستخدمة في المواد المركبة الحديثة لديها متانات وجساءات أكبر من تلك للمواد البنيوية التقليدية مثل (الفولاذ ــ الألمونيوم ــ الحديد الزهر وغيرها) . المتانة العالية للألياف الزجاجية هي نتاج معالجتها بحيث تتفادي الشقوق الداخلية والسطحية التى عادة ما تضعف الزجاج ، ومتانة وجساءة ألياف المواد المتبلرة هي نتاج المحازاة المثالية لسلاسل جزيئاتها مع محور الألياف .

هذه المواد لا تستخدم عموماً كألياف فقط بل يتم زرعها في مصفوفة مادة تقوم بنقل الأحمال إلى الألياف وأيضاً تحمي الألياف من البري وهجوم البيئة الخارجية . هذه المصفوفة تخفف الخواص إلى حد ما ولكن رغم ذلك فيمكن الحصول على خواص نوعية عالية من هذه المواد.

تمتلك المـواد المركـبة خاصـيتان مرغوبـتان ، الخاصية الأولي هي نسبة متانتها إلـى وزنهـا العالـية ، والثانـية هـي خاصـية إمكانـية حياكـتها بتفاوت اتجاه اليافها وترتيب الأليـاف الـتى تعطـي المصـممين طـيف واسـع مـن المـرونة .هذه الخواص الجيدة مكنت استخدام مـثل هـذه المـواد فـي كثـير مـن التطبيقات الهندسية مثل أجسام الطائرات والسفن الفضـائية والسـفن والقـوارب الـبحرية والقاطـرات والسـيارات وغـيرها . أي مـادة مركبة ثنـائية تـتكون مـن عـدد مـن الطـبقات مرصوصة فوق بعضها البعض لتشكيل لوح مركب شـرائحي ذو مـتانة عالـية .كـل طـبقة تكـون مقـواه بالألـياف بطول اتجاه مفرد وبطبقات مجـاورة عـادة مـا تمـتلك اتجاهـات متبايـنة . لهـذه الأسباب ، فإن المواد المركبة أصبحت تحـل محـل المـواد التقلـيدية المسـتخدمة فـي المنشـآت الهندسية . حقيقة يمكن أن تكون هذه المـواد مـواداً للمسـتقبل إذا انخفضـت تكلفـتها وذلـك بإضـافة بعـض التحسـينات في تقنية إنتاجها وتوسيع معدلات بيعها .

1.2 بنية المواد المركبة :

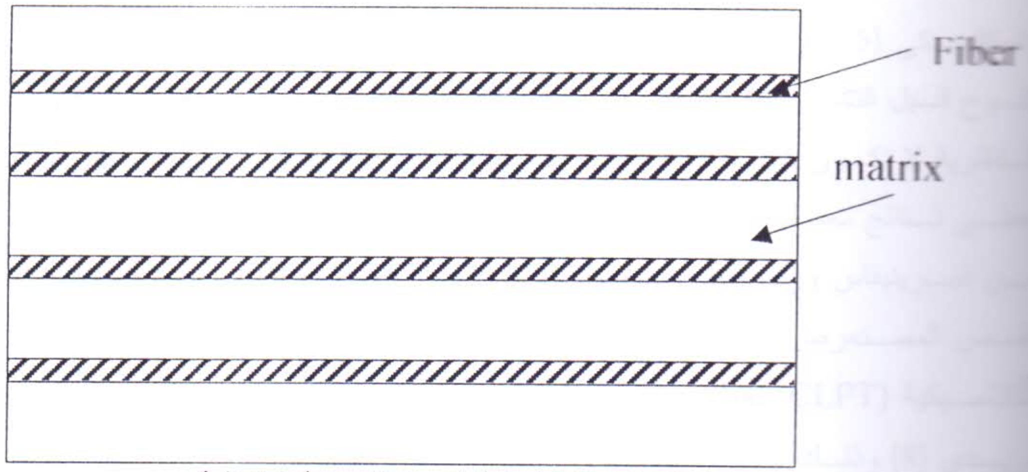
لكـي يـتم تصـنيف المـواد المركـبة يجـب التمييز بين النوعين التاليين كما أشار ديفيد رويلانس{1} ، فيرنون{2} وجان استيغمان{3}

1/ المواد المركبة الأليافية Fibrous Composite materials :

تـتكون هـذه المـواد مـن ألـياف ذات متانة عالية مغمورة في مصفوفة مادة ذات متانة أقـل .وظـيفة المصـفوفة هـي ربـط الألـياف مـع بعضـها البعض لحمايتها من الكسر ونقل الحمل من إحدي الألياف إلى الأخري أنظر الشكل (1.1) أدناه

2/ المواد المركبة الجسيمية Particulate composite materials :

تـتكون هـذه المـواد مـن جسـيمات موزعـة بانـتظام خـلال مصـفوفة متينة كمثال جسيمات في مصفوفة مثل الفخار .



شكل رقم (1.1) بنية المواد المركبة الاليافية

في هذا البحث سيتم التركيز على المواد المركبة المقواه بالألياف لأنها هي عنصر البناء الأساسي للألواح الشرائحية المستطيلة . عادة ما تتكون هذه المادة من طبقات متعددة مصنوعة من مادة مقواه بالألياف وغالباً ما يتم ترتيب هذه الطبقات بزوايا متباينة لإعطاء المتانات والجساءات حسب الطلب . وهكذا فإن متانات وجساءات المادة المركبة المقواه بالألياف يمكن حياكتها لمتطلبات التصميم المعين للعنصر الإنشائي المراد بناؤه .

1.3 تطور نظريات الألواح الشرائحية :

من وجهة نظر ميكانيكا المصمتات ،فإن تشوه اللوح المسلط عليه حمل عرضي يتكون من مكونتين : تشوه انعطافي نتيجة لدوران المقاطع العرضية وتشوه قصي نتيجة لإنزلاقات المقاطع أو الطبقات . يعتمد التشوه الناتج على عنصرين: نسبة سمك اللوح إلى طوله (h/a) ونسبة المعاير المرن إلى معاير القص (E/G) .عندما تكون نسبة سمك اللوح إلى طوله صغيرة ، فإن اللوح يعتبر رقيعاً ويتشوه رئيسياً بالانعطاف أو الإنحناء ، بينما عندما تكون كل من نسبة سمك اللوح إلى طوله والنسبة المعايرية كبيرة ، فإن اللوح يتشوه رئيسياً بالقص . نتيجة للنسبة العالية للمعاير المرن إلى معاير القص المستعرض ، فإن تأثيرات تشوه القص تكون أكثر وضوحاً في الشرائح المركبة المسلط عليها احمالا مستعرضة من تلك لألواح متشابهة الخواص تحت نفس شروط التحميل .

يشا وريدي {4} قاما بتصنيف التحليلات ثنائية البعد للألواح المركبة الشرائحية إلى صنفين : (1) نظرية الألواح الكلاسيكية و (2) نظريات تشوه القص .في كلتا النظريتين يتم افتراض ان الشرائح في حالة إجهاد مستوي وتكون الشريحة المفردة مرنة علاقة خطية ، وأن هنالك ترابط مثالي بين الطبقات .نظرية الشرائح الكلاسيكية (CLPT) والتي هي إمتداد لنظرية الألواح الكلاسيكية (CPT) المطبقة إلى الألواح

الشرائحية هي النظرية الأولي المصاغة لتحليل الألواح الشرائحية بواسطة ريسنر واستافسكي {5}في العام 1961م ، والتى تقول إن الخطوط المتعامدة على منتصف سطح اللوح قبل التشوه تبقي مستقيمة ومتعامدة مع منتصف سطح اللوح بعد التشوه ، لكن هذه النظرية لا تكون كافية للتحليل الانعطافي لشرائح متوسطة السمك . على أي حال ، فإنها تعطي نتائج معقولة لعدد من المسائل الهندسية مثل الألواح الشرائحية الرفيعة كما ذكر كل من اسرينيفاس وراو {6} وريسنر واستافسكي {5}.هذه النظرية تتجاهل مكونات إجهاد القص المستعرض وتعتبر الشرائح كطبقة مفردة مكافئة . نظرية الألواح الشرائحية الكلاسيكية (CLPT) تعطي تقديرات ناقصة للإنحرافات قام باثباتها تيرفي وعثمان {7} وريدي {8} وذلك نتيجة لتجاهل إنفعال القص المستعرض وتصبح الأخطاء في تقدير انحرافات أكبر بكثير لألواح مصنعة من مواد مركبة متقدمة مثل ابوكسي جرافيت وابوكسي بورون التى تمتلك نسبة معاير مرونة إلى معاير قص كبيرة جداً (تتراوح فيما بين 25 إلى 40 ،بدلاً عن 2.6 لمواد متشابهة الخواص) . على أي حال ،فإن هذه امواد المركبة تكون أكثر حساسية لتاثيرات السمك لأن معايرات القص المستعرض الفعالة تكون أصغر من المعايرات المرنة الفعالة بطول اتجاه الألياف . أثبت العالم باقانو{9} إن نظرية الألواح الشرائحية الكلاسيكية (CLPT) تصبح أقل دقة كلما قلت نسبة طول الألواح إلى سمكها . بالتحديد فإن تقديرات الإنحراف باستخدام هذه النظرية تكون أقل بكثير من القيمة التحليلية لنسبة طول لوح إلى سمك أقل من 10 . هذه النسب المعايرية العالية (معاير المرونة / معاير القص) جعلت نظرية الشرائح الكلاسيكية غير كافية لتحليل الألواح المركبة .

النظرية المستخدمة في هذا البحث تعرف بنظرية تشوه القص ذات الرتبة الأولي (FOSDT) حيث قام بتطويرها كل من يانق ، نوريس واستافسكي {10}، ويتني وبقانو {11} وقان وريدي {12} . تقول هذه النظرية إن المستويات المستعرضة التى تكون في الأصل مستقيمة ومتعامدة مع منتصف مستوي اللوح تظل مستقيمة ولكن ليس بالضرورة متعامدة بعد التشوه ، ونتيجة لذلك يتم استخدام عوامل تصحيح للقص في هذه النظرية وذلك لضبط اجهاد القص المستعرض الذي يكون منتظماً خلال السمك .

1.4 أهداف الدراسة الحالية :

يتضمن العمل الحالي دراسة شاملة ومستفيضة للأهداف التالية التى تم تحقيقها خلال هذه الدراسة :ـ

1. مسح لنظريات الألواح المختلفة والتقنيات المستخدمة لتقدير استجابة الألواح الشرائحية للتحميل العرضي الساكن .

2/ تطويـر نمـوذج رياضــي قــادر علــى تقديـر التشوهات في لوح شرائحي يتم فيه اعتبار تشوه القص .

3/ تطويـر وتطبـيق تقنـية الاسـترخاء الديناميكـي (DR) لتحلـيل الألـواح الشـرائحية المستطيلة المسلط عليها حمل عرضي منتظم .

4/ التحقق من دقة النموذج الرياضي من خلال طيف واسع من المقارنات النظرية .

5/ دراسة بعض العوامل المؤثرة في انحراف الألواح الشرائحية .

الفصل الثاني

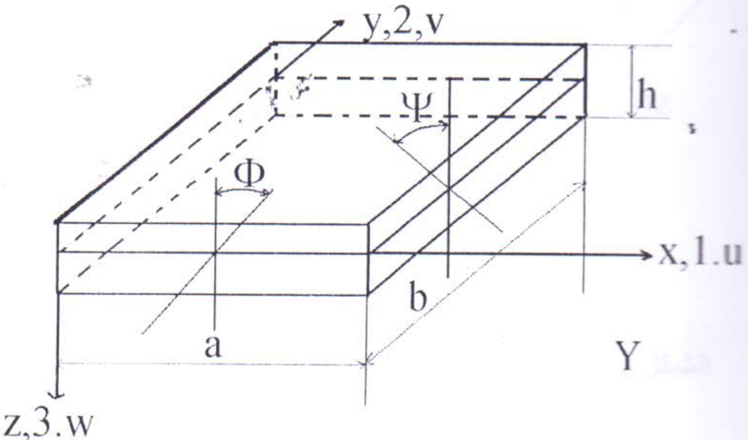
2.0 النماذج الرياضية للألواح

هنالك نظريتان رئيستان للألواح تعتمدان على مقدار التشوه الناتج من تحميل اللوح وهاتان تعرفان بنظريتي الألواح الخطية واللاخطية . يكون الفرق بين هاتين النظريتين في التشوهات الناتجة ، حيث تكون التشوهات صغيرة في النظرية الخطية بينما تكون كبيرة في النظرية اللاخطية .

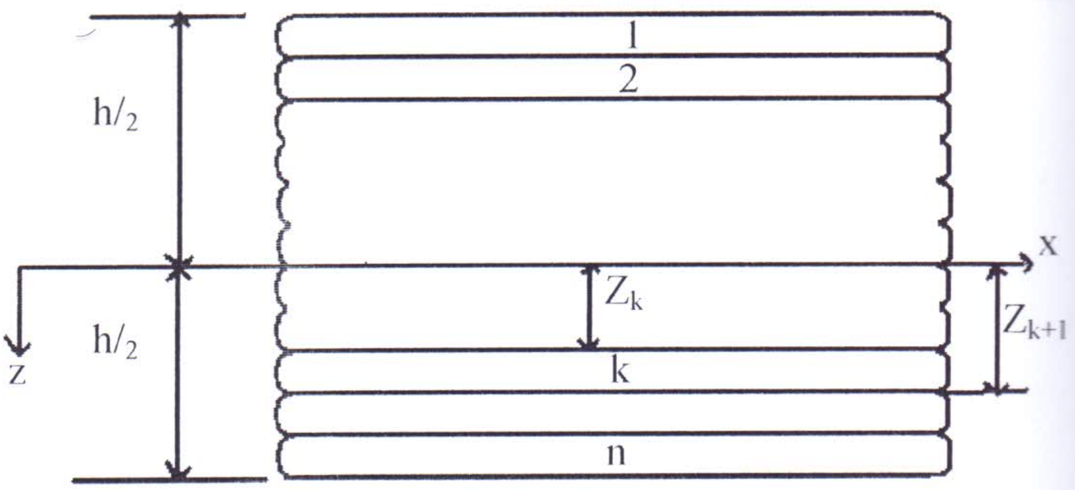
2.1 النظرية الخطية (Linear theory) :

2.1.1 افتراضات (Assumptions) :

1. اللوح الموضح في الشكل (2.1) يتكون من عدد عشوائي من الطبقات متعامدة الخواص مرتبطة ببعضها كما موضح في الشكل رقم (2.2) .
2. تكون الإزاحات w,v,u صغيرة مقارنة بسمك اللوح .
3. الإزاحات في المستوي v,u هي دوال خطية للأحداثي ـــ z.
4. يطيع اللوح قانون هوك .
5. يكون اللوح مستوياً وبسمك منتظم .
6. يتم إهمال قوى التثاقل .
7. يكون الإجهاد العمودي المستعرض صغير مقارنة بالإجهادات الأخري وبالتالي يتم تجاهله .



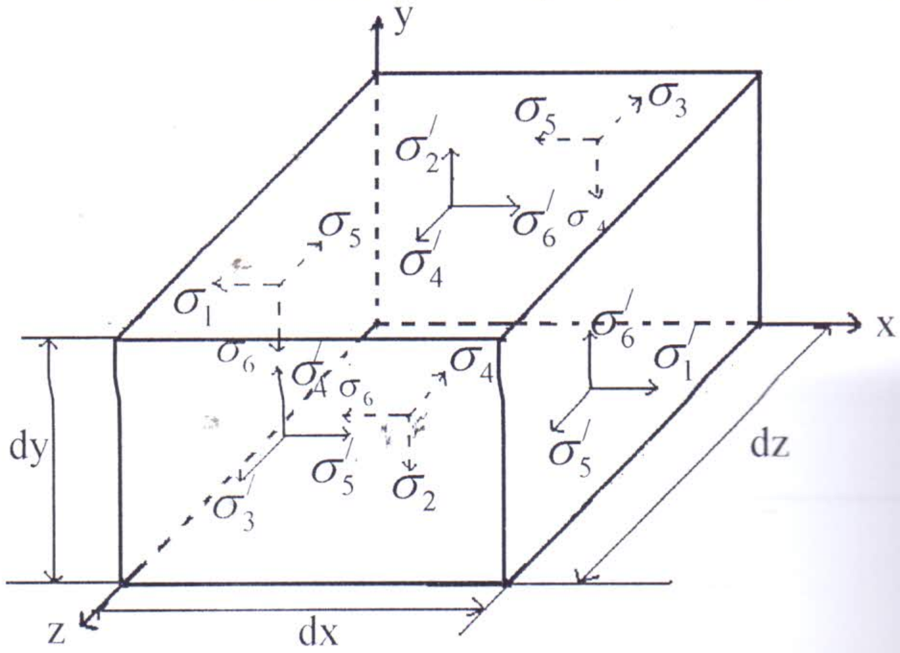
الشكل (2.1) لوح بابعاده وتشوهاته



شكل,(2.2) الشكل الهندسي لشرائح مكونة من عدد n من الطبقات

2.1.2 معادلات الاتزان (Equations of Equilibnum) :

تــتفاوت الاجهادات خلال أي جسم من نقطة إلى أخري . تعرف المعادلات الحاكمة لتوزيع الإجهادات بمعادلات الاتزان . اعتبر حالة الاتزان السكوني لجسيم متناهي في الدقة بجوانب موازية لمســتويات الإحداثــيات يتم توضيح محصلة الإجهادات التى تعمل على الاسطح المختلفة في الشكل (2.3) أدناه. يتطلب اتزان هذا الجسيم تلاشي محصلات القوى والعزوم .



الشكل (2.3) الاجهادات العاملة على عنصر متناهي في الدقة

حيث تشير الشرطة العلوية مثل σ_1' لاجهاد بزيادة صغيرة e.g

$$\sigma_1' = \sigma_1 + \frac{\delta \sigma_1}{\delta x} dx$$

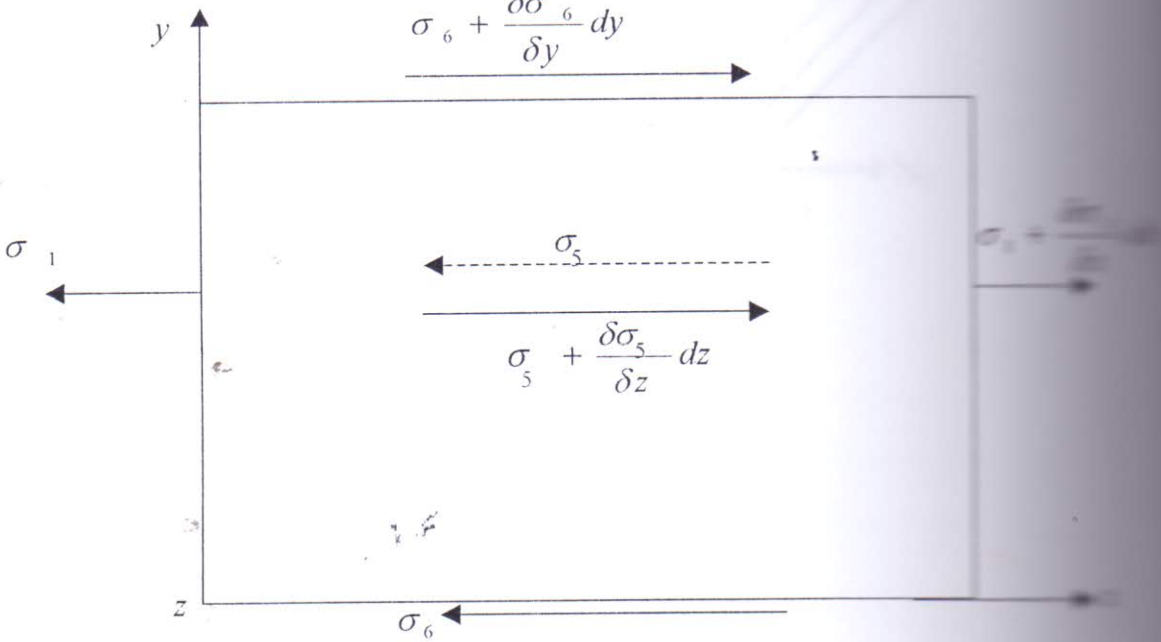
القوة في اتجاه X يتم توضيحها في الشكل (2.4) مجموع هذه القوى يعطي بالمعادلة التالية

$$\frac{\delta \sigma_1}{\delta x} + \frac{\delta \sigma_6}{\delta y} + \frac{\delta \sigma_s}{\delta z} = 0 \longrightarrow (2.1)$$

بتجميع القوى في اتجاهات z,y يتم الحصول على المعادلتين التاليتين :

$$\frac{\delta \sigma_6}{\delta x} + \frac{\delta \sigma_2}{\delta y} + \frac{\delta \sigma_4}{\delta z} = 0 \longrightarrow (2.2)$$

$$\frac{\delta \sigma_s}{\delta x} + \frac{\delta \sigma_4}{\delta y} + \frac{\delta \sigma_3}{\delta z} = 0 \longrightarrow (2.3)$$



الشكل (2.4) الاجهادات العاملة في اتجاه – x

لتسهيل التحليل يتم إدخال محصلات الإجهاد وازدواجات الإجهاد وتعريفها كالآتي :

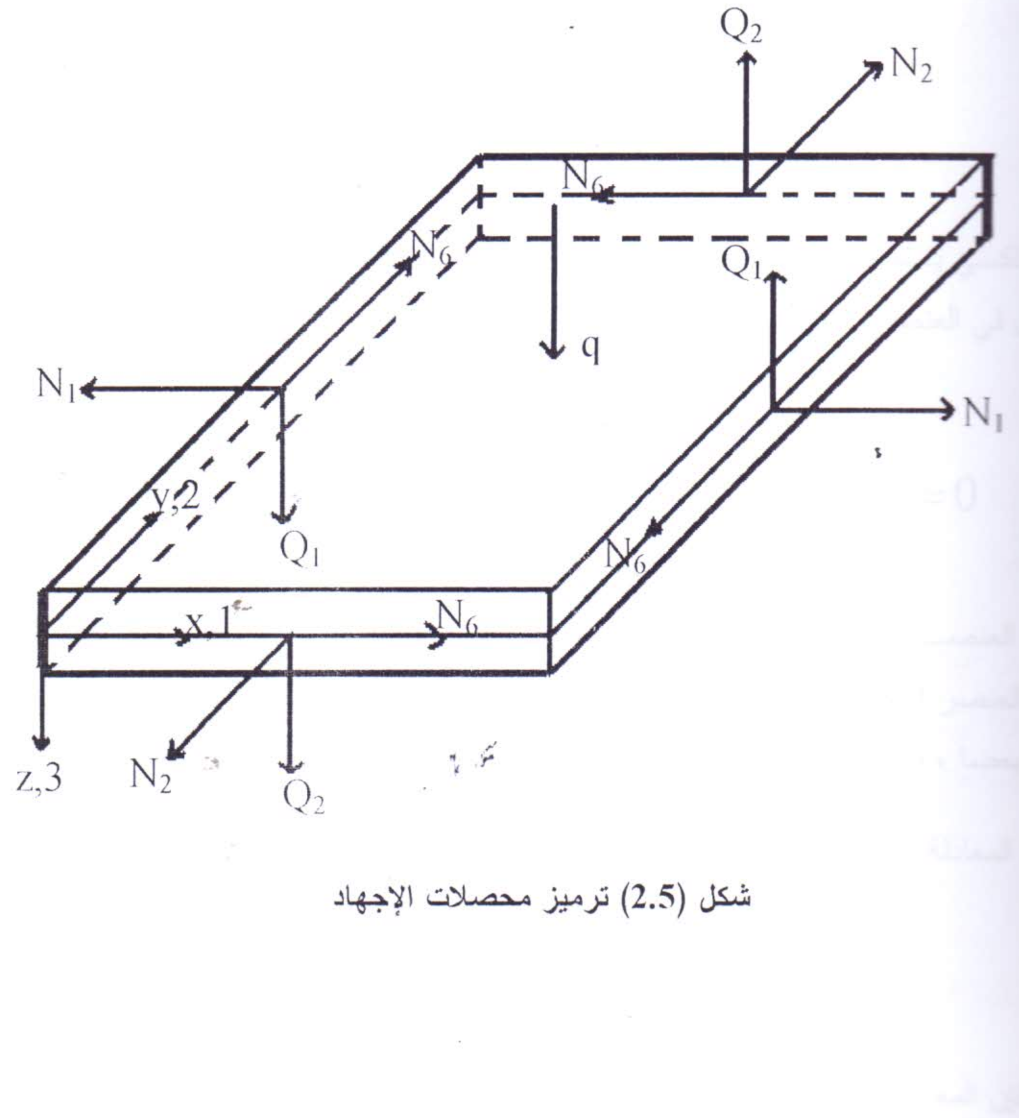
$$[N_i, M_i] = \sum_{k=1}^{n} \int_{zk}^{z_{k+1}} \sigma_i [1, z] dz \qquad (i = 1,2,6) \rightarrow (2.4)$$

$$[Q_1, Q_2] = \sum_{k=1}^{n} \int_{zk}^{z_{k+1}} (\sigma_s, \sigma_4) dz \longrightarrow (2.5)$$

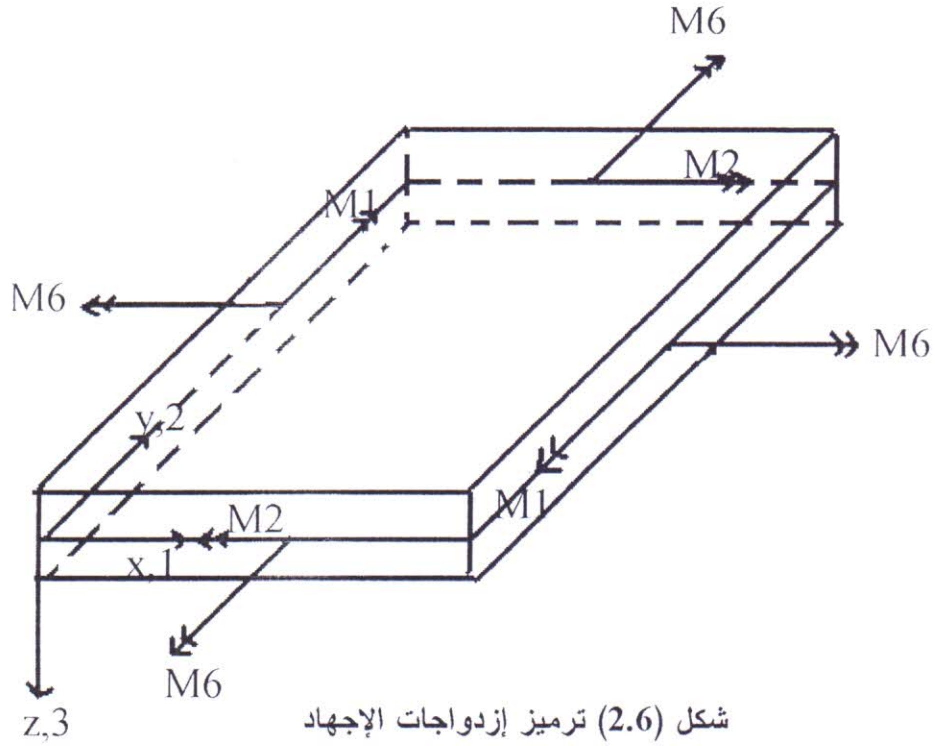
حيث Z_k و Z_{k+1} هي المسافات بين السطح العلوي والسطح السفلي للوح من مستوي منتصف اللوح . يتم توضيح محصلات الإجهاد وإزدواجات الإجهاد بوضوح في الأشكال (2.5) و (2.6) على الترتيب .

عندما يتم تكامل المعادلة (2.1) عنصر بعنصر على امتداد كل شريحة والتجميع على امتداد سمك اللوح تصبح المعادلة كالآتي :

$$\sum_{k=1}^{n} \int_{z_k}^{z_{k+1}} \frac{\delta \sigma_1}{\delta x} dz + \sum_{k=1}^{n} \int_{z_k}^{z_{k+1}} \frac{\delta \sigma_6}{\delta y} dz + \sum_{k=1}^{n} \int_{z_k}^{z_{k+1}} \frac{\delta \sigma_5}{\delta z} dz = 0$$



شكل (2.5) ترميز محصلات الإجهاد



شكل (2.6) ترميز إزدواجات الإجهاد

لكـــي يـــتم إدخـــال محصـــلات الإجهاد المعطاه في المعادلة (2.4) يمكن استبدال التجميع بالتفاضل في العنصرين الأولين .

$$\frac{\delta}{\delta x}\left[\sum_{k=1}^{n}\int_{z_k}^{z_{k+1}}\sigma_1 dz\right]+\frac{\delta}{\delta y}\left[\sum_{k=1}^{n}\int_{z_k}^{z_{k+1}}\sigma_6 d_z\right]+\left[\sum_{k=1}^{n}\sigma_5\right]_{z_k}^{z_{k+1}}=0$$

العنصـــران الأول والثانـــي داخل الأقواس طبقاً للمعادلة (2.4)هما N_1 , N_6 على الترتيب بيـــنما العنصر الأخير يجب أن يتلاشي لأن إجهادات القص عند نصفي اللوح العلوي والسفلي تلغي بعضها بعضاً ، ويتم افتراض ان السطح العلوي والسفلي للوح خاليان من اجهاد القص .

المعادلة التكاملية الأولي للإتزان يمكن كتابتها بالصورة التالية :

$$\frac{\delta N_1}{\delta x}+\frac{\delta N_6}{\delta y}=0 \longrightarrow (2.6)$$

بالمثل فإن المعادلات (2.2) و (2.3) يمكن تكاملها لإعطاء :

$$\frac{\delta N_6}{\delta x}+\frac{\delta N_2}{\delta y}=0 \longrightarrow (2.7)$$

$$\frac{\delta Q_1}{\delta x}+\frac{\delta Q_2}{\delta y}+q=0 \longrightarrow (2.8)$$

معـــادلات اتزان العزوم يمكن الحصول عليها بضرب المعادلة (2.1) في z وبالتكامل بالنسبة لـــ z على امتداد سمك اللوح لإعطاء المعادلة التالية :

$$\sum_{k=1}^{n}\int_{z_k}^{z_{k+1}}\frac{\delta\sigma_1}{\delta x}zdz+\sum_{k=1}^{n}\int_{z_k}^{z_{k+1}}\frac{\delta\sigma_6}{\delta y}zdz+\sum_{k+1}^{n}\int_{z_k}^{z_{k+1}}\frac{\delta\sigma_5}{\delta z}zdz=0$$

عـــندما يـــتم اســـتبدال التكامل أو التجميع بالتفاضل وإدخال إزدواجات الإجهاد المعطاه في المعادلة (2.4) ، يصبح العنصران الأولان كالآتي :

$$\left(\frac{\delta M_1}{\delta x}+\frac{\delta M_6}{\delta y}\right)$$

والعنصـــر الثالث يتم تكامله بالتجزئة كما يلي :

$$\sum_{k=1}^{n}\int_{z_k}^{z_{k+1}}\frac{\delta\sigma_5}{\delta z}zdz=\sum_{k=1}^{n}\int_{z_k}^{z_{k+1}}\left[\left[z\sigma_5\right]_{z_k}^{z_{k+1}}-\int_{z_k}^{z_{k+1}}\sigma_5 dz\right]$$

العنصـــر الأول علـــى جانب اليد اليمني للمعادلة عاليه يمثل العزوم لجميع الاجهادات بين الشرائح التي تلغـــي بعضـــه بعضاً . العنصر الأخير طبقاً للمعادلة (2.5) يكون مساوياً لـــ $-Q_1$. عليه تكون معادلة إتزان العزوم التكاملية كما يلي :

$$\frac{\delta M_1}{\delta x}+\frac{\delta M_6}{\delta y}-Q_1=0 \longrightarrow (2.9)$$

بالمثل فإن المعادلة (2.4) مع المعادلة (2.5) تعطي المعادلة التالية :

$$\frac{\delta M_6}{\delta x}+\frac{\delta M_2}{\delta y}-Q_2=0 \longrightarrow (2.10)$$

عليه فإن معادلات الإتزان للوح هي الخمس معادلات التالية من (2.6) إلى (2.10)

2.1.3 معادلات الإنفعال ـــ الإزاحة :-

الشـــكل رقم (2.7) يوضح عنصراً صغيراً ABCD في الإحداثيات الكارتيزية y,x والذي يتشـــوه إلى $A'B'C'D'$. يمكن وصف التشوهات بدلالات استطالات الخطوط وتشوهات الزوايا بين الخطوط . من الشكل (2.7) من الممكن كتابة تعبيرات لإنفعالات خطية و قصية كما يلي :

$$\varepsilon_1 = \left\{ \frac{u + (\delta u / \delta x)dx - u}{dx} \right\} = \frac{\delta u}{\delta x} \longrightarrow (2.11)$$

بالمثل :

$$\varepsilon_2 = \frac{\delta u}{\delta y} \qquad (2.12)$$

إذا كانت الزاوية θ صغيرة جداً ، بالتالي

$$\theta_x = \tan \theta_x = \frac{\delta v}{\delta x}$$

$$\theta_y = \tan \theta_y = \frac{\delta u}{\delta y}$$

بالتالي ، فإن انفعال القص الذي هو التغير في الزاوية القائمة $\angle BAD$ يكون :

$$\varepsilon_6 = \theta_x + \theta y = \frac{\delta v}{\delta x} + \frac{\delta u}{\delta y} \longrightarrow (2.13)$$

كمسألة ذات بعد ثلاثي ، يمكن إضافة الانفعالات التالية :

$$\varepsilon_3 = \frac{\delta w}{\delta z} \longrightarrow (2.14)$$

$$\varepsilon_4 = \frac{\delta w}{\delta y} + \frac{\delta v}{\delta z} \longrightarrow (2.15)$$

$$\varepsilon_5 = \frac{\delta w}{\delta x} + \frac{\delta u}{\delta z} \longrightarrow (2.16)$$

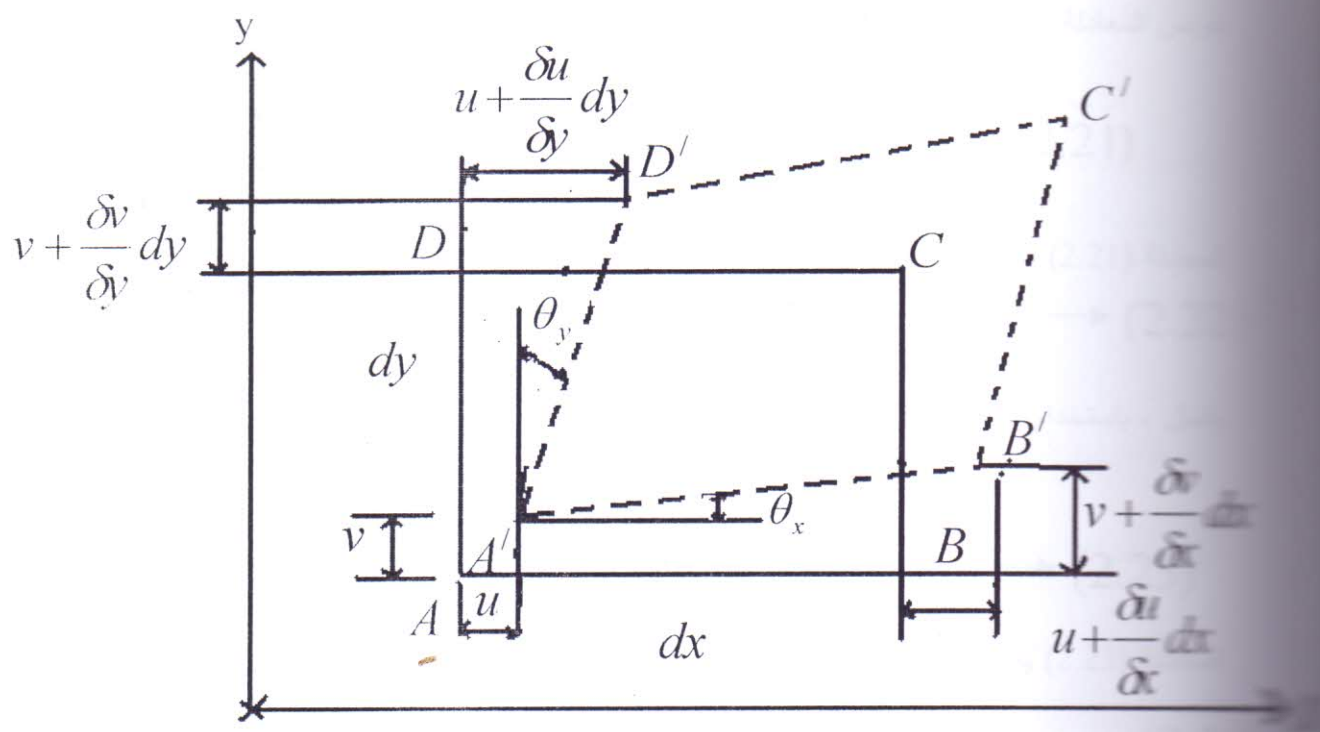
تكون الإزاحات التي تتماشي مع الإفتراض (3) كما يلي :

$$\left.\begin{array}{l} u = u^{0}(x, y) + z\Phi(x, y) \\ v = v^{0}(x, y) + z\Psi(x, y) \\ w = w^{0}(x, y) \end{array}\right\} \longrightarrow (2.17)$$

حيث u^{0}, v^{0}, w^{0} هـي إزاحات السطح الوسطي للوح ، و Φ ، Ψ هي دورانات خط الأصل المتعامد مع مستوي منتصف اللوح .

عندما يتم تفاضل المعادلة (2.17) وتعويضها في المعادلات (2.11 ـ 2.16) يتم الحصول على علاقات الانفعال ـ الإزاحة التالية :

$$\left.\begin{array}{l} \varepsilon_1 = \dfrac{\delta u^{0}}{\delta x} + z\dfrac{\delta \Phi}{\delta x} \\[2ex] \varepsilon_2 = \dfrac{\delta v^{0}}{\delta y} + z\dfrac{\delta \Psi}{\delta y} \\[2ex] \varepsilon_6 = \dfrac{\delta u^{0}}{\delta y} + \dfrac{\delta v^{0}}{\delta x} + z\left\{\dfrac{\delta \Phi}{\delta y} + \dfrac{\delta \Psi}{\delta x}\right\} \\[2ex] \varepsilon_4 = \dfrac{\delta w}{\delta y} + \Psi \\[2ex] \varepsilon_5 = \dfrac{\delta w}{\delta x} + \Phi \end{array}\right\} \longrightarrow (2.18)$$



شكل (2.7) تشوهات صغيرة لعنصر مرن

2.1.4 معادلات التكوين (The Constitutive Equations) :

معادلات التكوين للوح تكون على الصورة التالية :

$$\sigma_i = C_{ij}\varepsilon_j \qquad (i, j = 1,2,6) \qquad \rightarrow (2.19)$$

حيث σ_i و ε_j هـــي الاجهادات والانفعالات في اللوح بالمرجعية إلى محاور اللوح . مستخدما المعادلة (2.18) بالصورة (i=1,2,6) $\varepsilon_i = \varepsilon_i^o + z\chi_i^o$

حيث :

$$\varepsilon_1^0 = \frac{\delta u^0}{\delta x} \quad ، \quad \varepsilon_2^0 = \frac{\delta v^0}{\delta y} \quad ، \quad \varepsilon_6^0 = \frac{\delta u^0}{\delta y} + \frac{\delta v^0}{\delta x}$$

$$\chi_1^0 = \frac{\delta \Phi}{\delta x} \quad ، \quad \chi_2^0 = \frac{\delta \Psi}{\delta y} \quad ، \quad \chi_6^0 = \frac{\delta \Phi}{\delta y} + \frac{\delta \Psi}{\delta x}$$

بالتالي فإن المعادلة (2.19) تصبح كالآتي :

$$\sigma_i = C_{ij}(\varepsilon_j^0 + z\chi_j^o) \longrightarrow (2.20)$$

عوض المعادلة (2.20) في المعادلة (2.4) لاعطاء :

$$N_i = \sum_{k=1}^{n} \int_{z_k}^{z_{k+1}} C_{ij}(\varepsilon_j^0 + z\chi_j^0)dz \longrightarrow (2.21)$$

المعادلة (2.21) يمكن كتابتها بالصورة :

$$N_i = A_{ij}\varepsilon_j^0 + B_{ij}\chi_j^o \qquad (i=1,2,6) \longrightarrow (2.22)$$

بالمثل ، باستخدام المعادلة (2.20) في المعادلة(2.4) تعطي :

$$M_i = \sum_{k=1}^{n} \int_{z_k}^{z_{k+1}} C_{ij}(\varepsilon_j^0 + z\chi_j^0)zdz \longrightarrow (2.23)$$

المعادلة (2.23) يمكن كتابتها بالصورة :

$$M_i = B_{ij}\varepsilon_j^0 + D_{ij}\chi_j^o \qquad (i=1,2,6) \longrightarrow (2.24)$$

حيث A_{ij} ، B_{ij} و D_{ij} $(i,j=1,2,6)$ هي على الترتيب جساءات الغشاء ، جساءات الازدواج وجساءات الانثناء للوح .جساءات الازدواج (B_{ij}) توضح الازدواج بين الانحناء المستعرض والاستطالة في المستوي . سيتلاشي الازدواج عندما يؤخذ مستوي المرجعية عند مستوي منتصف اللوح . يتم حساب الجساءات كما يلي :

$$\left(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}\right) = \sum_{k=1}^{n} \int_{z_k}^{z_{k+1}} C_{ij}(1, z, z^2)dz \longrightarrow (2.25)$$

بالتالي ، فإن معادلات التكوين يمكن تمثيلها بالصورة :

$$\begin{Bmatrix} N_i \\ M_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} A_{ij} & B_{ij} \\ B_{ij} & D_{ij} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_j^o \\ \chi_j^o \end{Bmatrix} \longrightarrow (2.26)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_2 \\ Q_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} A_{44} & A_{45} \\ A_{45} & A_{55} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \end{Bmatrix} \longrightarrow (2.27)$$

2.1.5 الشروط الحدودية (Boundary Conditions) :

الشروط الحدودية المناسبة هي تلك التي تكون كافية لضمان حل وحيد للمعادلات الحاكمة . لتحقيق ذلكم الهدف ، فإن عنصراً واحداً من الأزواج الخمس للعناصر التالية يجب وصفها على طول الحدود

$$u, v\, or\, N \quad ; \quad w\, or\, Q \quad ; \quad \Phi, \Psi\, or\, M \longrightarrow (2.28)$$

2.2 النظرية اللاخطية (Non - Linear theory) :

2.2.1 افتراضات النظرية :

يتم أخذ نفس الافتراضات كما في النظرية الخطية باستثناء الافتراض الذي يهتم بمقدار التشوهات . في النظرية اللاخطية تكون الإزاحات في المستوي كما في النظرية الخطية صغيرة مقارنة مع سمك اللوح بينما تكون الإزاحات خارج المستوي كبيرة .

2.2.2 معادلات الإتزان :

يتم اشتقاقها كما في المرجع { 7 } وهي نفس المعادلات (2.6) ، (2.7) ، (2.9) (2.10) باستثناء المعادلة (2.8) والتي تكتب كالآتي :

$$N_1 \frac{\delta^2 w}{\delta x^2} + 2N_6 \frac{\delta^2 w}{\delta x \delta y} + N_2 \frac{\delta^2 w}{\delta y^2} + \frac{\delta Q_1}{\delta x} + \frac{\delta Q_2}{\delta y} + q = 0 \rightarrow (2.29)$$

2.2.3 معادلات الانفعال – الإزاحة :

تكون الإزاحات في المستوي u , v ، صغيرة بينما يكون الانحراف w مساوياً لنصف سمك اللوح أو أكبر .

يتم كتابة المعادلات كما يلي :

$$\left.\begin{aligned}
\varepsilon_1 &= \frac{\delta u^0}{\delta x} + \frac{1}{2}\left(\frac{\delta w}{\delta x}\right)^2 + Z\,\frac{\delta \Phi}{\delta x} \\
\varepsilon_2 &= \frac{\delta v^0}{\delta y} + \frac{1}{2}\left(\frac{\delta w}{\delta y}\right)^2 + Z\,\frac{\delta \Psi}{\delta y} \\
\varepsilon_6 &= \frac{\delta u^0}{\delta y} + \frac{\delta v^0}{\delta x} + \frac{\delta w}{\delta x}\cdot\frac{\delta w}{\delta y} + Z\left(\frac{\delta \Phi}{\delta y} + \frac{\delta \Psi}{\delta x}\right) \\
\varepsilon_4 &= \frac{\delta w}{\delta y} + \Psi \\
\varepsilon_5 &= \frac{\delta w}{\delta y} + \Phi
\end{aligned}\right\} \rightarrow (2.30)$$

2.2.4 معادلات التكوين :

هي نفس المعادلات (2.26) و (2.27) كما ورد في المقطع 2.1.4 .

2.2.5 الشروط الحدودية :

هي نفس المعادلة (2.28) الموصوفة في المقطع 2.1.5 .

2.3 معادلات التحويل :

2.3.1 تحويل الإجهادات والانفعالات :

اعتبر نظام إحداثي يتم تدويره ضد اتجاه عقارب الساعة خلال زاوية مقدارها θ ، يتم ترميز المحاور التي يتم تدويرها بـ $1'$ و $2'$ كما في الشكل رقم (2.7) أدناه . اعتبر إتزان العنصر الصغير الموضح ABC . بتحليل القوى في اتجاه موازي للمحور $1'$ تعطي:

$$\sigma_1' ds = \sigma_1 dy\cos\theta + \sigma_2 dx\sin\theta + \sigma_6 dx\cos\theta + \sigma_6 dy\sin\theta \rightarrow (2.31)$$

بإعادة ترتيب المعادلة عاليه يتم تخفيضها إلى :

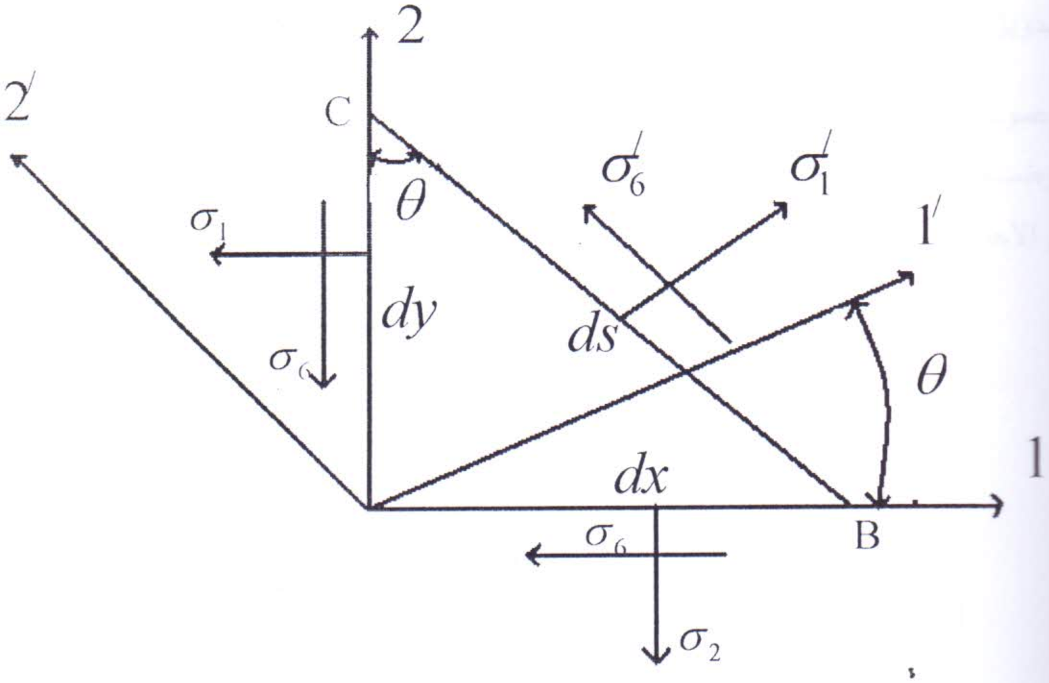
$$\sigma_1' = \sigma_1\cos^2\theta + \sigma_6\sin^2\theta + 2\sigma_6\sin\theta\cos\theta \rightarrow (2.32)$$

تحليل القوى في اتجاه مواز للمحور $2'$ تعطي :

$$\sigma_1' ds = -\sigma_1 dy \sin\theta + \sigma_2 dx \cos\theta + \sigma_6 dy \cos\theta - \sigma_6 dx \sin\theta \rightarrow (2.33)$$

هذه يمكن كتابتها بالصورة :

$$\sigma_6' = -\sigma_1 \sin\theta\cos\theta + \sigma_2 \sin\theta\cos\theta + \sigma_6(\cos^2\theta - \sin^2\theta) \rightarrow (2.34)$$



شكل رقم (2.7) الاجهادات الواقعة على عنصر مثلثي

يتم تطبيق نفس الأسلوب للحصول على الاجهادات المحولة الأخري والتى يمكن كتابتها في شكل مصفوفة كالآتي :

$$\{\sigma_i'\} = \{M\}\{\sigma_i\} \longrightarrow (2.35)$$

حيث

$$\{M\} = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 0 & 0 & 0 & 2mm \\ n^2 & m^2 & 0 & 0 & 0 & -2mm \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m & -n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n & m & 0 \\ -mn & mn & 0 & 0 & 0 & (m^2-n^2) \end{bmatrix}$$

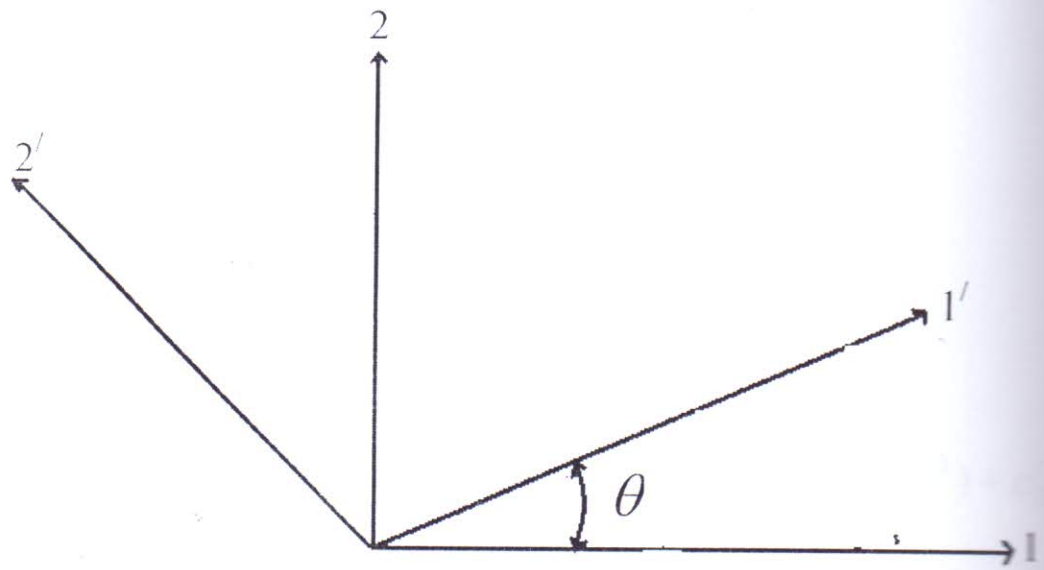
بالمثل يتم تحويل الانفعالات كالآتي :

$$\{\varepsilon_i'\} = \{N\}\{\varepsilon_i\} \longrightarrow (2.36)$$

حيث $\{N\} = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 0 & 0 & 0 & mn \\ n^2 & m^2 & 0 & 0 & 0 & -mn \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m & -n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n & m & 0 \\ -2mn & 2mn & 0 & 0 & 0 & (m^2-n^2) \end{bmatrix}$

2.3.3 تحويل المعايرات المرنة :

عموما فإن المحاور الرئيسية للمادة ($1',2',3'$) لا تكون محاذيه للمحاور الهندسية(1,2,3) كما موضح في الشكل رقم (2.8) أدناه . من الضروري إيجاد علاقة بين الاجهادات والانفعالات للنظامين الاحداثيين . هذا يتم إنجازه بضرب المعادلة (2.35) × $[M]^{-1}$ كما يلي :



شكل (2.8) لوح متعامد الخواص

$$\{\sigma_i\} = \{M\}^{-1}\{\sigma'_i\} \longrightarrow (2.37)$$

عوض المعادلة $\sigma'_i = C'_{ij}\varepsilon'_j (i, j = 1,2,\ldots,6)$ في المعادلة (2.37) للحصول على :

$$\{\sigma_i\} = \{M\}^{-1}\{C'_{ij}\}\{\varepsilon'_i\} \longrightarrow (2.38)$$

وبالتالي ، بتعويض المعادلة (2.36) في المعادلة (2.38)

$$\{\sigma_i\} = \{M\}^{-1}\{C'_{ij}\}\{N\}\{\varepsilon_i\} \longrightarrow (2.39)$$

هذه المعادلة يمكن كتابتها كما يلي :

$$\{\sigma_i\} = \{C_{ij}\}\{\varepsilon_i\} \longrightarrow (2.40)$$

حيث:

$$\{C_{ij}\} = \{M\}^{-1}\{N\}\{C_{ij}'\}$$

تعطـــي المعادلة (2.40) معادلة التكوين لشريحة متعامدة الخواص لا تنطبق فيها محاور المادة مع المحاور الهندسية . يتم إعطاء الثوابت C_{ij} كما يلي :

$$C_{11} = C_{11}'m^4 + 2m^2n^2(c_{12}' + 2c_{66}') - 4mn(c_{16}'m^2 + c_{26}'n^2) + c_{22}'n^4$$

$$C_{12} = m^2n^2(c_{11}' + c_{22}' - 4c_{66}') + 2mn(m^2 - n^2)(c_{16}' + c_{26}') +$$

$$(m^4 + n^4)c_{12}'$$

$$c_{13} = c_{13}'m^2 + c_{23}'n^2$$

$$C_{16} = m^2n^2\left[c_{11}'m^2 - c_{22}'n^2 - (c_{12}' + 2c_{66}')(m^2 - n^2)\right] +$$

$$m^2(m^2 - 3n^2)c_{16}' + n^2(3m^2 - n^2)c_{26}'$$

$$C_{22} = c_{11}'n^4 + 2m^2n^2(c_{12}' + 2c_{66}') + 4mn(c_{26}'m^2 + c_{16}'n^2) + c_{22}'m^4$$

$$C_{26} = m^2(m^2 - 3n^2)c_{26}' + mn\left[c_{11}'n^2 - c_{22}'m^2 + (c_{12}' + 2c_{66}')(m^2 - n^2)\right]$$

$$+ n^2(3m^2 - n^2)c_{16}'$$

$$c_{33} = c_{33}'$$

$$c_{36} = (c_{23}' - c_{13}')mn$$

$$c_{44} = c_{44}'m^2 + 2mnc_{45}' + c_{55}'n^2$$

$$c_{45} = (m^2 - n^2)c_{45}' - mn(c_{44}' - c_{55}')$$

$$c_{55} = c_{55}'m^2 - 2mnc_{45}' + c_{44}'n^2$$

$$c_{66} = m^2 n^2 (c'_{11} + c'_{22} - 2c'_{12}) - 2mn(m^2 - n^2)(c'_{26} - c'_{16}) +$$

$$(m^2 - n^2) c'_{66}$$

$$c_{14} = c_{15} = c_{24} = c_{25} = c_{34} = c_{35} = c_{46} = c_{56} = 0$$

$$m = \cos\theta \quad , \quad n = \sin\theta$$

الفصل الثالث

3.0 الاسلوب العددي المستخدم

في هذا البحث تم استخدام الفروقات المحددة مقترنة باسلوب الاسترخاء الديناميكي (DR) . لتطبيق اسلوب الاسترخاء الديناميكي (DR) يتم تحويل المعادلات التفاضلية إلى معادلات ديناميكية بإضافة عناصر الاخماد والقصور الذاتي . هذه بالتالي يتم التعبير عنها في شكل فروقات محددة ويتم الحصول على الحل باسلوب التكرار كما سيتم توضيحه فيما يلي .

3.1 صياغة أسلوب الاسترخاء الديناميكي :

تبدأ صيغة الاسترخاء الديناميكي (DR) بالمعادلة الديناميكية التي يمكن كتابتها بالصورة التالية :

$$f = \rho \frac{\delta^2 u}{\delta t^2} + k \frac{\delta u}{\delta t} \longrightarrow (3.1)$$

حيث f هي دالة لمحصلات الاجهاد أو الإزدواج ، u يرجع اليها كإزاحة وبالتالي فإن

$\frac{\delta u}{\delta t}$ و $\frac{\delta^2 u}{\delta t^2}$ هما السرعة والتسارع على الترتيب .

طبقاً لذلك فإن العنصر الأول والثاني على الطرف الأيمن للمعادلة (3.1) هما عناصر القصور الذاتي والاخماد على الترتيب . k, ρ هما معاملات القصور الذاتي والإخماد على الترتيب ، و t هو الزمن .

إذا كانت السرعات قبل وبعد الفترة Δt عند عقدة عشوائية في تقسيم الفروق المحددة يتم ترميزها بـ $\left\{\delta u/\delta t\right\}_{n-1}$ و $\left\{\delta u/\delta t\right\}_{n}$ على الترتيب ، بالتالي باستخدام الفروقات المحددة بالزمن ، بتحديد قيمة الدالة عند $\left(n-\frac{1}{2}\right)$ من الممكن كتابة المعادلة (3.1) بالصورة :

$$f_{n-\frac{1}{2}} = \frac{\rho}{\Delta t}\left[\left\{\frac{\delta u}{\delta t}\right\}_n - \left\{\frac{\delta u}{\delta t}\right\}_{n-1}\right] + k\left\{\frac{\delta u}{\delta t}\right\}_{n-\frac{1}{2}} \longrightarrow (3.2)$$

السرعة عند منتصف الفترة الزمنية $\left\{\frac{\delta u}{\delta t}\right\}_{n-\frac{1}{2}}$

التي يمكن تقريبها بمتوسط السرعات قبل وبعد الفترة الزمنية Δt كالآتي :

$$\left\{\frac{\delta u}{\delta t}\right\}_{n-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\left[\left\{\frac{\delta u}{\delta t}\right\}_n + \left\{\frac{\delta u}{\delta t}\right\}_{n-1}\right]$$

بالتالي فإن المعادلة (3.2) يمكن كتابتها كالآتي :

$$f_{n-\frac{1}{2}} = \frac{\rho}{\Delta t}\left[\left\{\frac{\delta u}{\delta t}\right\}_n - \left\{\frac{\delta u}{\delta t}\right\}_{n-1}\right] + \frac{k}{2}\left[\left\{\frac{\delta u}{\delta t}\right\}_n + \left\{\frac{\delta u}{\delta t}\right\}_{n-1}\right] \longrightarrow (3.3)$$

يمكن بالتالي ترتيب المعادلة (3.3) لاعطاء السرعة بعد الفترة الزمنية Δt كالآتي:

$$\left\{\frac{\delta u}{\delta t}\right\}_n = (1+k^*)^{-1}\left[\frac{\Delta t}{\rho} f_{n-\frac{1}{2}} + (1-k^*)\left\{\frac{\delta u}{\delta t}\right\}_{n-1}\right] \longrightarrow (3.4)$$

حيث $k^* = \dfrac{k\Delta t}{2\rho}$

يمكن تحديد الإزاحات عند منتصف الفترة الزمنية التالية بتكامل السرعة ، بحيث أن :

$$u_{n+\frac{1}{2}} = u_{n-\frac{1}{2}} + \left\{\frac{\delta u}{\delta t}\right\}\Delta t \longrightarrow (3.5)$$

الإجراء التكراري يبدأ عند زمن t=0 بجميع القيم الأولية للسرعات والإزاحات تكون مساوية لصفر أو أي قيمة مناسبة . في التكرار الأول ، يتم الحصول على السرعات من المعادلة (3.4) والإزاحات من المعادلة (3.5) . يتم بالتالي تطبيق الشروط الحدودية . تتبع التكرارات المتعاقبة نفس الخطوات حتى يتم الحصول على الدقة المطلوبة .

3.2 معادلات اللوح :

3.2.1 معادلات اللوح البعدية :

هذه المعادلات تم اشتقاقها في الفصل (2) وهي المعادلات (2.6 ، 2.7 ، 2.9 ، 2.10 ، 2.29) .

3.22 معادلات اللوح اللابعدية :

يمكن كتابة معادلات اللوح لا بعديا بالصورة التالية :

$$\left.\begin{array}{l}
[x', y', b'] = \frac{1}{a}[x, y, b], \qquad h' = \frac{h}{h} = 1 \qquad , w' = \frac{w}{h} \\
[u', v'] = \left(\frac{a}{h^2}\right)[u, v] \qquad , [\Phi', \Psi'] = \left(\frac{a}{h}\right)[\Phi, \Psi] \\
\varepsilon_i' = \left(\frac{a}{h}\right)^2 \varepsilon_i \qquad , \chi_i = \left(\frac{a^2}{h}\right)\chi_i \qquad , \qquad (i = 1,2,6) \\
A'_{ij} = \left(\frac{1}{E_2 h}\right)A_{ij} \qquad , B'_{ij} = \left(\frac{1}{E_2 h^2}\right)B_{ij} \\
D_{ij} = \left(\frac{1}{E_2 h^3}\right)D_{ij} \qquad (i = 1,2,6) \\
N_i' = \left(\frac{a^2}{E_2 h^3}\right)N_i \qquad M'_i = \left(\frac{a^2}{E_2 h^4}\right)M_i \qquad (i = 1,2,6) \\
D_i' = \left(\frac{a}{E_2 h^2}\right)Q_i, (i = 1.2), q' = \left(\frac{a^4}{E_2 h^4}\right)q
\end{array}\right\} \longrightarrow$$

بتعويض المعادلة (3.6) في المعادلات (2.6)، (2.7) ، (2.9) ، (2.10) و(2.29) يتم الحصول على معادلات اللوح الديناميكية اللابعدية :

$$\frac{\delta N_1}{\delta x} + \frac{\delta N_6}{\delta y} = \rho_u \frac{\delta^2 u}{\delta t^2} + k_u \frac{\delta u}{\delta t} \longrightarrow (3.7)$$

$$\frac{\delta N_6}{\delta x} + \frac{\delta N_2}{\delta y} = \rho_v \frac{\delta^2 v}{\delta t^2} + k_v \frac{\delta v}{\delta t} \longrightarrow (3.8)$$

$$N_1 \frac{\delta^2 w}{\delta x^2} + 2N_6 \frac{\delta^2 w}{\delta x \delta y} + N_2 \frac{\delta^2 w}{\delta y^2} + \left(\frac{a}{n}\right)^2 \left[\frac{\delta Q_1}{\delta x} + \frac{\delta Q_2}{\delta y}\right] + q = \rho_w \frac{\delta^2 w}{\delta t^2} + k_w \frac{\delta w}{\delta t}$$

$$\frac{\delta M_1}{\delta x} + \frac{\delta M_6}{\delta y} - \left(\frac{a}{h}\right)^2 Q_1 = \rho_\Phi \frac{\delta^2 \Phi}{\delta t^2} + k_\Phi \frac{\delta \Phi}{\delta t} \longrightarrow (3.10)$$

$$\frac{\delta M_6}{\delta x}+\frac{\delta M_2}{\delta y}-\left(\frac{a}{h}\right)^2 Q_2=\rho_\Psi \frac{\delta^2\Psi}{\delta t^2}+k_\Psi \frac{\delta\Psi}{\delta t} \longrightarrow (3.11)$$

الخطوة التالية هي تحويل المعادلات التفاضلية إلى معادلات فروق محددة .

3.3 تقريب الفروقات المحددة :

3.3.1 دالة الاستكمال F (x,y) :

يمكــن التوضــيح باســتخدام متسلســلة تايلور ان المشتقات التفاضلية الأولي والثانية للدالة F(x,y) عند عقدة عشوائية i,j يمكن كتابتها بالصورة التالية :

$$\frac{\delta F}{\delta x}(i.j)=\frac{1}{2\Delta x}\left[F(i+1,j)-F(i-1,j)\right] \longrightarrow (3.12)$$

$$\frac{\delta^2 F}{\delta x^2}(i.j)=\frac{1}{\Delta x^2}\left[F(i+1,j)-2F(i,j)+F(i-1,j)\right] \longrightarrow (3.13)$$

$$\frac{\delta^2 F}{\delta x\delta y}(i.j)=\frac{1}{4\Delta x\Delta y}\left[F(i+1,j+1)+F(i+1,j-1)-F(i-1,j+1)+F(i-1,j-1)\right] \longrightarrow (3.14)$$

أيضاً يمكن الحصول على $\frac{\delta F}{\delta y}$ (i,j) و $\frac{\delta^2 F}{\delta y^2}$ (i,j)

3.4 شكل الفروقات المحددة لمعادلات اللوح :

3.4.1 معادلات السرعة :

طــبقاً للمعادلـــة (3.4) ومـــن معادلات الحركة للوح { المعادلات (3.7) الي (3.11) } يتم تحديد السرعات كما يلي :

$$\frac{du}{dt}(i,j)=(1+k_u^*)^{-1}\left[(1-k_u^*)\frac{du}{dt}(i,j)+\frac{\Delta t}{\rho_u(i,j)}F_1(i,j)\right] \longrightarrow (3.15)$$

$$\frac{dv}{dt}(i,j)=(1+k_v^*)^{-1}\left[(1-k_v^*)\frac{dv}{dt}(i,j)+\frac{\Delta t}{\rho_v(i,j)}F_2(i,j)\right] \longrightarrow (3.16)$$

$$\frac{dw}{dt}(i,j) = (1+k_w^*)^{-1}\left[(1-k_w^*)\frac{dw}{dt}(i,j) + \frac{\Delta t}{\rho_w(i,j)}F_3(i,j)\right] \longrightarrow (3.17)$$

$$\frac{d\Phi}{dt}(i,j) = (1+k_\phi^*)^{-1}\left[(1-k_\phi^*)\frac{d\phi}{dt}(i,j) + \frac{\Delta t}{\rho_\phi(i,j)}F_4(i,j)\right] \longrightarrow (3.18)$$

$$\frac{d\Psi}{dt}(i,j) = (1+k_\Psi^*)^{-1}\left[(1-k_\Psi^*)\frac{d\Psi}{dt}(i,j) + \frac{\Delta t}{\rho_\Psi(i,j)}F_5(i,j)\right] \longrightarrow (3.19)$$

حيث $k_f^* = \dfrac{k_f \Delta t}{2\rho_f(i,j)}$ ويرمز لـ f بـ u , v , w , Φ , Ψ

فـي المعادلات (3.15) الي (3.19)، $F_1(i,j)$ ، $F_2(i,j)$ ، $F_3(i,j)$ ، $F_4(i,j)$، $F_5(i,j)$ هي تقريبات الفـروق المحـددة للعناصـر الموجودة على جانب اليد اليسري للمعادلات الديناميكية { (3.7) الي (3.11) } ويمكن التعبير عنها كالآتي :

$$F_1(i,j) = \frac{1}{2\Delta x}\left[N_1(i+1,j) - N_1(i-1,j)\right] + \frac{1}{2\Delta y}\left[N_6(i,j+1) - N_6(i,j-1)\right]$$

$$F_2(i,j) = \frac{1}{2\Delta x}\left[N_6(i+1,j) - N_6(i-1,j)\right] + \frac{1}{2\Delta y}\left[N_2(i,j+1) - N_2(i,j-1)\right]$$

$$F_3(i,j) = \frac{N_1(i,j)}{\Delta x^2}\left[w(i+1,j) - 2w(i,j)\right] + w(i-1,j)\ \ ]$$

$$+\frac{N_6(i,j)}{2\Delta x\Delta y}\left[w(i+1,j+1) - w(i+1,j-1)\right] - w(i-1,j+1) + w(i-1,j-1)\ \ ]$$

$$+\frac{N_2(i,j)}{\Delta y^2}\left[w(i,j+1) - 2w(i,j)\right] + w(i,j-1)\ \ ]$$

$$+\left(\frac{a}{h}\right)^2 \frac{1}{2\Delta y}\left[Q_1(i+1,j) - Q_1(i-1,j)\right]$$

$$+\left(\frac{a}{h}\right)^2 \frac{1}{2\Delta y}\left[Q_2(i,j+1) - Q_2(i,j-1)\right] + q(i,j)$$

$$F_4(i,j)=\frac{1}{2\Delta x}\left[M_1(i+1,j)-M_1(i-1,j)\right]+\frac{1}{2\Delta y}\left[M_6(i,j+1)-M_6(i,j-1)\right]-\left(\frac{a}{h}\right)^2 Q_1(i,j)$$

$$F_5(i,j)=\frac{1}{2\Delta x}\left[M_6(i+1,j)-M_6(i-1,j)\right]+\frac{1}{2\Delta y}\left[M_2(i,j+1)-M_2(i,j-1)\right]-\left(\frac{a}{h}\right)^2 Q_2(i,j)$$

هذه المعادلات أعلاه هي (3.20)

3.4.2 معادلات الإزاحة :

يتم الحصول على الإزاحات باستخدام السرعات الموضحة في المعادلات (3.15) الى (3.19) كما يلي :

$$f(i,j)_{n+\frac{1}{2}} = f(i,j)_{n-\frac{1}{2}} + \frac{df}{dt}(i,j)\Delta t \longrightarrow (3.21)$$

حيث f ترمز لـ Ψ, Φ, w, v, u

3.4.3 معادلات محصلات الإجهاد والإزدواج :

تقريـبات الفروق المحددة لمحصلات الإجهاد وإزدواجات الإجهاد يمكن الحصول عليها من المعادلتين (2.26) و (2.27) كما موضح أدناه :

$$N_1(i,j)= A_{11}\varepsilon_1^0 + A_{12}\varepsilon_2^0 + A_{16}\varepsilon_6^0 + B_{11}\chi_1^0 + B_{12}\chi_2^0 + B_{16}\chi_6^0 \rightarrow (3.22)$$

$$N_2(i,j)= A_{12}\varepsilon_1^0 + A_{22}\varepsilon_2^0 + A_{26}\varepsilon_6^0 + B_{12}\chi_1^0 + B_{22}\chi_2^0 + B_{26}\chi_6^0 \rightarrow (3.23)$$

$$N_6(i,j)= A_{16}\varepsilon_1^0 + A_{26}\varepsilon_2^0 + A_{66}\varepsilon_6^0 + B_{16}\chi_1^0 + B_{26}\chi_2^0 + B_{66}\chi_6^0 \rightarrow (3.24)$$

$$M_1(i,j)= B_{11}\varepsilon_1^0 + B_{12}\varepsilon_2^0 + B_{16}\varepsilon_6^0 + D_{11}\chi_1^0 + D_{12}\chi_2^0 + D_{16}\chi_6^0 \rightarrow (3.25)$$

$$M_2(i,j)= B_{12}\varepsilon_1^0 + B_{22}\varepsilon_2^0 + B_{26}\varepsilon_6^0 + D_{12}\chi_1^0 + D_{22}\chi_2^0 + D_{26}\chi_6^0 \rightarrow (3.26)$$

$$M_6(i,j)= B_{16}\varepsilon_1^0 + B_{26}\varepsilon_2^0 + B_{66}\varepsilon_6^0 + D_{16}\chi_1^0 + D_{26}\chi_2^0 + D_{66}\chi_6^0(i,j) \rightarrow (3.27)$$

$$Q_1(i,j) = A_{45}\varepsilon_4^0 + A_{55}\varepsilon_5^0 \qquad \to (3.28)$$

$$Q_2(i,j) = A_{44}\varepsilon_4^0 + A_{45}\varepsilon_5^0 \qquad \to (3.29)$$

3.5 خطوات اسلوب الاسترخاء الديناميكي التكرارية :

فـــي اسلوب الاسترخاء الديناميكي يتم تحويل معادلات اللوح الساكنة إلى معادلات ديناميكية (المعـــادلات (3.7) إلى (3.11)) باضافة عناصر القصور الذاتي والاخماد اليها وبالتالي يمكن تنفيذ التكرارات بالترتيب التالي :

1/ أضبط جميع القيم الأولية للمتغيرات بصفر .

2/ أحسب السرعات من المعادلات (3.15 الي 3.19)

3/ أحسب الإزاحات من المعادلة (3.21) .

4/ طبق الشروط الحدودية المناسبة للإزاحات .

5/ أحسب محصلات الإجهاد وإزدواجات الإجهاد من المعادلات (3.22 الي3.29)

6/ طبق الشروط الحدودية المناسبة لمحصلات الإجهاد وإزدواجات الإجهاد .

7/ أفحص تقارب الحل . إذا لم يتقارب الحل أعد الخطوات من 2 إلى 6 مرة أخري .

3.6 الكثافات الوهمية :

الكـــثافات الوهمية المستخدمة في هذا البحث مأخوذة من المرجع {15} وهي تستخدم أساسا لتحسين تقارب الحسابات العددية .

الفصل الرابع

4.0 التحقق من صحة برنامج الحاسوب

تتم مقارنة نتائج الحاسوب مع نتائج مشابهة من مصادر أخري وذلك بعمل طيف واسع من المقارنات للإنحرافات الصغيرة والكبيرة أثمرت عن نتائج جيدة وقريبة من تلك الحلول .

4.1 مقارنة الإنحرافات الصغيرة :

هـنالك دراسـات قلـيلة عن السلوك اللاخطي للألواح الشرائحية . الخواص المرنة للمواد المستخدمة في التحليلات يتم اعطاؤها في الجدول 4.1 أدناه .

الجدول 4.1 خواص المواد المستخدمة في مقارنات الألواح الشرائحية

$SCF \left(K_4^2 = K_5^2\right)$	ν_{12}	G_{23}/E_2	G_{13}/E_2	G_{12}/E_2	E_1/E_2	المادة
5/6	0.25	0.2	0.5	0.5	25	I
5/6	0.3	0.358	0.43	0.43	15	II
5/6	0.25	0.5	0.5	0.5	40	III

الجـدول رقـم (A.1) يوضـح مقارنة للإنحرافات الوسطية بين الدراسة الحالية وزنكور وآخريـن {13} وليبراسـكو وخديـر {14} لشـرائح بالترتيب ($0^0/90^0/0^0$) مسندة اسناداً بسيطاً ومصنوعة من المادة II حيث أظهرت النتائج الثلاث توافقاً جيداً خاصة عند زيادة نسبة السمك .

4.2 مقارنة الإنحرافات الكبيرة :

قـدم بنتشا وريدي {4} نتائج لألواح مربعة غير متماثلة متوسطة السمك (h/a=0.1) . هذه النـتائج تمـت مقارنـتها بنـتائج البرنامج الحالي في الجداول (A.2) و(A.3) . الجدول(A.2) يوضح مقارنة لانحرافات منتصف اللوح للوح شرائحي ($0^0/90^0/45^0-/45^0$) باطراف مثبته (CC) . وقـد لوحـظ أن النـتائج الحالية تكون أكبر بقليل عن تلك للمرجع {4} . بينما في الجدول (A.3) تم عمل مقارنات بين الدراسة الحالية ونتائج المرجع { 4 } للإنحراف الوسطي لشرائح غير

مــتماثلة ذات طبقتيــن وذات 8 طــبقات مصــنوعة من المادة I . هذه الألواح مربعة ومثبته الأطراف (CC) وسميكة ومحملة بانتظام . وقد وجد إختلافا طفيفا بين النتائج .

الفصل الخامس

5.0 دراسة بعض الحالات

بالاستناد إلى برنامج الاسترخاء الديناميكي (DR) الذي تم التحقق من صحته من خلال المقارنات في الفصل السابق تم عمل نتائج جديدة لألواح شرائحية محملة بانتظام ، حيث تم افتراض أن الألواح إما مسندة اسناداً بسيطاً (SS) أو مثبته الأطراف (CC) .

وقد تمت دراسة أثر الحمل ، عدد الطبقات ، تباين خواص المادة ونسبة النطاق في الانحرافات الوسطية للوح .

المادة التى تم اختيارها تمتلك الخواص التالية :

$$\nu_{12}=0.3\ ,\quad G_{12}=4.8265KN/_{mm}^{2}\ ,\quad E_2 = 9.653\ KN/_{mm}^{2}\ ,\ E_1 =137.9KN/_{mm}^{2}$$

وتم افتراض أن $G_{12} = G_{13} = G_{23}$

5.1 أثر الحمل :

تفاوتات الإنحرافات الوسطية ، $\bar{w_c}$ بالنسبة للحمل $\bar{q}$ لألواح رفيعة (h/a=0.02) وسميكة (h/a=0.2) متشابهة الخواص ذات اسناد بسيط (SS) يتم اعطاؤها في الجدول (A.4) ، والشكل (B.1) . يلاحظ ان الانحرافات الوسطية للألواح الرفيعة والسميكة تزيد بزيادة الحمل المسلط ، وتكون انحرافات الألواح السميكة أكبر من تلك للألواح الرفيعة تحت نفس شروط التحميل . تقارب منحيات الإنحراف للألواح الرفيعة والسميكة يوضح أن أثر تشوه القص يتلاشي بزيادة الحمل .

5.2 أثر عدد الطبقات :

يوضح الشكل (B.2) مخطط للإنحراف الأقصي للوح متوسط السمك (h/a=0.1) مربع غير متماثل مسند اسناداً بسيطاً (SS) تحت تأثير حمل موزع بانتظام لشريحتان وستة عشر شريحة $\left[(0^{\circ}/90^{\circ})_n\right]$حيث (n=1,8) . يتم اعطاء القيم الرقمية في الجدول (A.5) . توضح النتائج أنه كلما زاد عدد الطبقات يصبح اللوح أكثر جساءة ويصبح الإنحراف صغيراً . ينشأ هذا نتيجة لوجود أثر الإزدواج بين الإنحناء والإستطالة الذي عموماً يزيد جساءة اللوح كلما زاد عدد الطبقات

5.3 تباين خواص المادة :

يـــتم تحلـــيل الانحـــرافات القصـــوي لشرائح ذات أربع طبقات متماثلة (0^0 / 90^0 / 90^0 / 0^0) مثبتة الأطراف (CC) في الجدول (A.6) والشكل (B.3) لدرجات متفاوتة من النسب المعايرية (E_1/E_2) . يلاحـــظ إنـــه كلما قلت النسبة المعايرية فإن الانحراف يكون كبيرا والعكس بالعكس . يعزي هذا لتأثيرات تشوه القص التى تزيد بنقصان النسبة المعايرية.

5.4 أثر نسبة النطاق :

الجـــدول (A.7) وتبعا لذلك الشكل (B.4) يوضحان التفاوتات في الانحراف الأقصي للوح شـــرائحي بالترتيـــب (0^0 / 90^0) مســـند اســـنادا بســـيطا (SS) بنسب نطاق متفاوتة وبالخواص ($h/a=0.1$, $q'=200$) . يلاحـــظ أنـــه عندما تكون نسبة النطاق صغيرة يكون الإنحراف صغيراً وكلما زادت نسبة النطاق أكثر من 2.0 فإن الإنحراف يصبح مستقلا عن نسبة النطاق .

المراجع

1/ ديفيد رويلانس ، مقدمة عن المواد المركبة ، شعبة علم المواد والهندسة ، معهد ماسوشيتس للتكنلوجيا ، كامبردج ، 2000 .

2/ فيرنون ب. جون ، مدخل للمواد الهندسية ، الطبعة الثانية ، 1972 .

3/ جـان اسـتيغمان ، مذكـرات عـن التحليل البنيوي للإنشاءات المركبة ، جامعة آلبورج ، الدنمارك ، 2001 .

4/ بتشـا وريـدي ، العناصـر المحددة للتحليل اللاخطي للألواح الشرائحية ، مجلة الحواسيب والإنشاءات ، 1986 .

5/ ريسـنر واستافسكي ، الانحناء والاستطالة لانواع معينة من الألواح الغير متجانسة ، المجلة الدولية للمصممات والإنشاءات ، 1966 .

6/ اسـرينيفاس وراو ، الانحـناء والاهـتزاز والانـبعاج لألواح مستطيلة ـــ سميكة متعامدة الخواص ، 1970 .

7/ تيرفي وعثمان ، تحليل الانحراف الكبير المرن لألواح مستطيلة متشابهة الخواص ، المجلة الدولية للعلوم الميكانيكية ، 1990 .

8/ ريـدي ، نظرية الرتبة العليا البسيطة للألواح الشرائحية المركبة ، مجلة الميكانيكا التطبيقية ، 1984 .

9/ باقانو ، الحلول المضبوطة للألواح المستطيلة المركبة ، مجلة المواد المركبة،1970 .

10/ يـانق ، نوريـس واستافسـكي ، نمو الموجات المرنة في الألواح غير المتجانسة ، المجلة الدولية للمصممات والإنشاءات ، 1966 .

11/ ويتنـي وبقـانو ، تشـوه القص في ألواح متباينة الخواص غير متجانسة ، مجلة الميكانيكا التطبيقية ، 1970 .

12/ فـان وريـدي ، تحليل الألواح الشرائحية المركبة باستخدام نظرية تشوه القص ذات الرتبة العليا ، المجلة الدولية للأسلوب العددي في الهندسة ، 1985 .

13/ زنكــور وفــارس ، استجابة الألواح الشرائحية المرنة غير المتجانسة باستخدام نظرية الرتبة العليا ، مجلة الإنشاءات المركبة ، 1999.

14/ ليبراســكو وخدير ، تحليل الألواح الشرائحية المرنة المتماثلة باستخدام نظرية الرتبة العليا ، مجلة الإنشاءات المركبة ، 1986.

15/ كاســيل وهوب ، الاستقرار الرقمي لتحليل الاسترخاء الديناميكي للبنيات اللاخطية ، المجلة الدولية للأساليب الرقمية في الهندسة ، 1966.

ملحق (A) – جداول

جـدول (A.1) الانحـرافات اللاخطـية لشـرائح بالترتيـب ($0^0/90^0/0^0$) مسـنده اسنادا بسيطا (SS) وتحت حمل منتظم ($q^{/}=1.0$)

a/h	S	$W^{/}_{c}$
2	1	0.0693
	2	0.0726
	3	0.0716
5	1	0.0224
	2	0.0232
	3	0.0235
10	1	0.0147
	2	0.0150
	3	0.0151
20	1	0.0127
	2	0.0128
	3	0.0128

S (1) : نتائج اسلوب DR الحالي

S (2) : نتائج ليبراسكو وخدير {14} .

S (3) : نتائج زنكور وآخرين {13}

جـدول (A.2) مقارنـة بـرنامج DR الحالـي بالمـرجع {4} للإنحـرافات الوسـطية للـوح شـرائحي مـربع بالترتيـب ($0^0/45^0/-45^0/90^0$) مثبـت الأطـراف (CC) ومصنوع من المادة III ومسلط عليه حمل منتظم (h/a=0.1)

$q^{/}$	S	$W^{/}_{c}$
50	1	0.19
	2	0.14
100	1	0.32
	2	0.27
150	1	0.42
	2	0.37
200	1	0.51
	2	0.46
250	1	0.57
	2	0.53

S (1) : نتائج اسلوب DR الحالي

S (2) : نتائج بتشا و ريدي {4} .

جــدول (A.3) مقارنــة بــرنامج DR الحالــي بالمــرجع {4} للــوح مــربع مثبت الأطــراف غــير مــتماثل بعــدد 2 طــبقة وثمانــية طبقات بالترتيب {.../45-/45 } مصنوع من المادة I ومسلط عليه حمل منتظم . (h/a=0.1) .

q'	S	W'_c (n=2)	$W'c$ (n=8)
50	1 2	0.2919 0.2400	0.2033 02100
100	1 2	0.4727 0.3700	0.3677 0.3800
150	1 2	0.5979 0.4600	0.4945 0.5000
200	1 2	0.6950 0.5300	0.5962 0.6000
250	1 2	0.7753 0.5800	0.6812 0.6800

S (1) : نتائج اسلوب DR الحالي

S (2) : نتائج بتشا و ريدي {4} .

n : عدد الطبقات

جــدول (A.4) تفــاوت الانحــراف الوســطي $w'c$ ،مــع الحمــل q' لألــواح متشابهة الخواص رفيعة (h/a=0.02) وسميكة (h/a=0.2) ولشروط إسناد بسيط (SS) (ν=0.3)

q'	$W'c$	
	h/a=0.02	H/a=0.2
20	0.5846	0.6159
40	0.8432	0.8626
60	1.0138	1.0262
80	1.1447	1.1526
100	1.2527	1.2573
120	1.3455	1.3478
140	1.4275	1.4279
160	1.5012	1.5001
180	1.5685	1.5662
200	1.6306	1.6274

جـــدول (A.5) تأثـــير عـــدد الطـــبقات علـــى لـــوح مـــربع شـــرائحي غير متماثل بالترتيب $(0^0/90^0)_n$] مسند اسناداً بسيطاً (SS) وتحت تأثير حمل منتظم. (h/a=0.1)

q'	W'_c	
	$(0^0/90^0)$	$(0^0/90^0)_8$
20	0.2953	0.2232
40	0.4323	0.3702
60	0.5287	0.4727
80	0.6057	0.5517
100	0.6725	0.6165
120	0.7294	0.6718
140	0.7791	0.7202
160	0.8236	0.7636
180	0.8639	0.8029
200	0.9009	0.8390

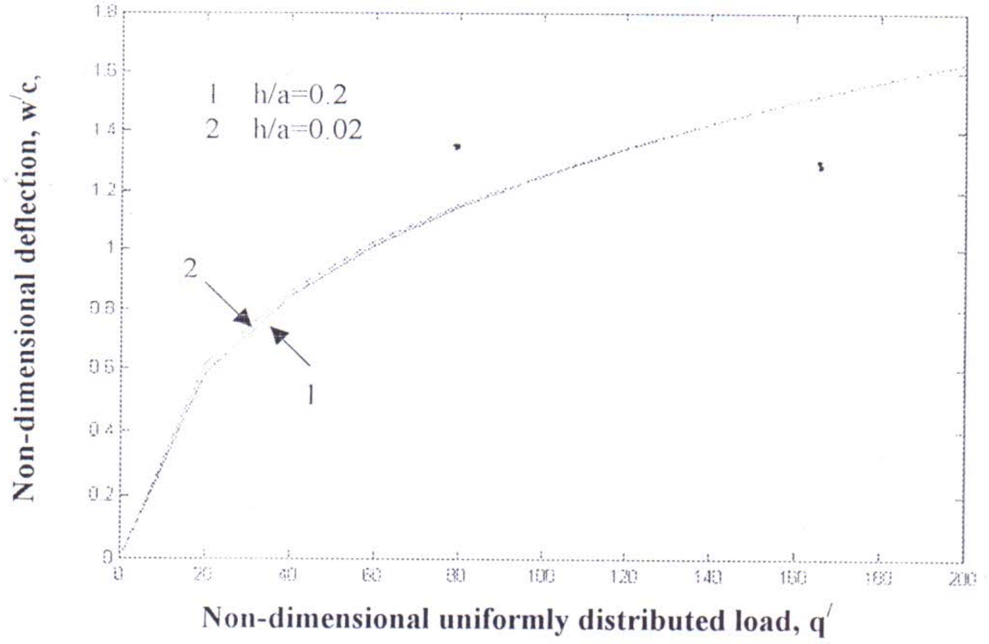
جـــدول (A.6) أثـــر تبايـــن الخـــواص علـــى الانحـــراف الوسطي للوح شرائحي مربع ذو أربعـــة طـــبقات بالترتيـــب $(0^0/90^0/90^0/0^0)$ مثبـــت الأطـــراف (CC) تحـــت تأثـــير حمل موزع بانتظام $(q'=100$, h/a=0.1) :

E_1/E_2	$W'c\ (0^0/90^0/90^0/0^0)$
2	0.8211
4	0.6574
6	0.5631
8	0.5015
10	0.4580
12	0.4254
14	0.4000
20	0.3485
25	0.3210
30	0.3010
35	0.2876
40	0.2732
45	0.2631
50	0.2545

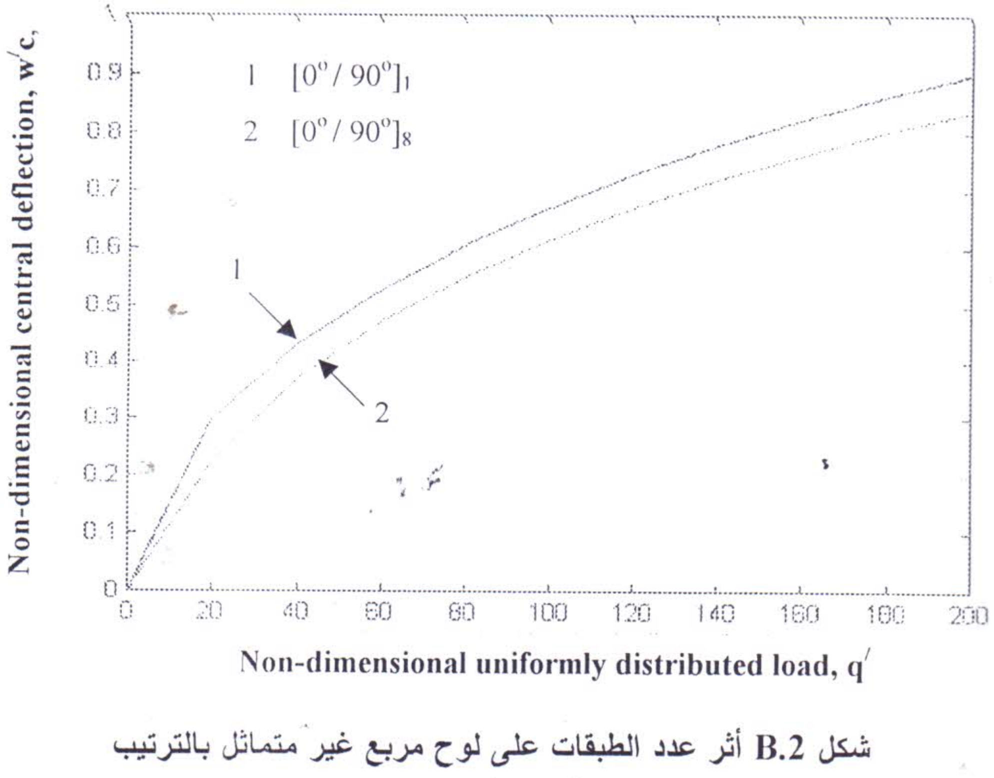
جـدول رقـم (٨.7) يوضـح الانحـراف الوسـطي للـوح مسـتطيل غير متماثل بالترتيب ($0^0/90^0$) مسـند اسـناد بسـيط (SS) ومحمـل بانـتظام بنسـب نطـاق متفاوتة ($h/a=0.1$, $q'=200$) .

b/a	W_c
5.00	1.3846
4.00	1.3848
3.00	1.3854
2.50	1.3838
2.00	1.3979
1.90	1.3594
1.80	1.3473
1.75	1.3395
1.70	1.3303
1.60	1.3067
1.55	1.2919
1.50	1.2745
1.45	1.2544
1.40	1.2311
1.35	1.2044
1.30	1.1740
1.25	1.1394
1.20	1.1006
1.00	0.9009

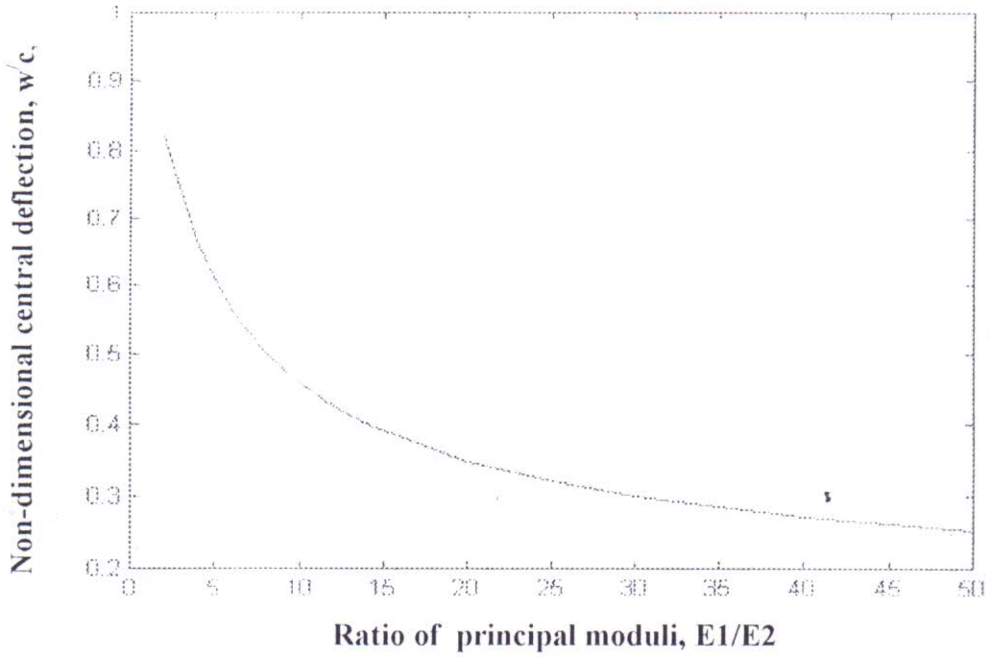
ملحق (B) – مخططات



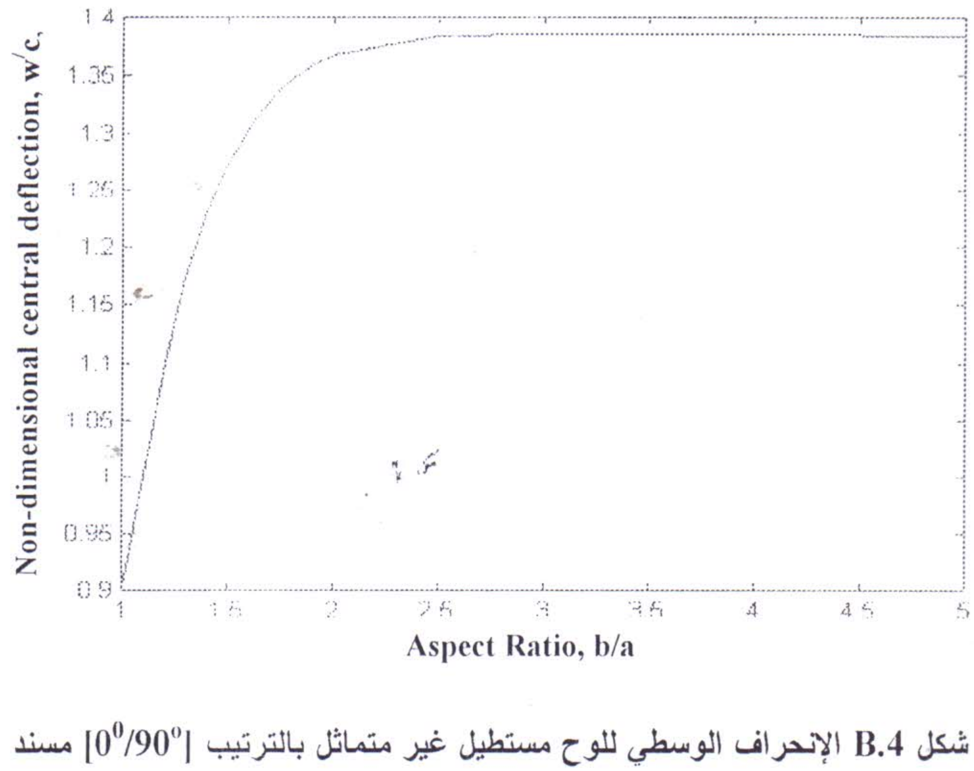
شكل B.1 تفاوت الإنحراف الوسطى w/c ، مع الحمل $q^{/}$ للوح مربع متشابه فى الخواص رفيع ($h/a=0.02$) و سميك ($h/a=0.2$) مسند إسناداً بسيطاً (ss).



شكل B.2 أثر عدد الطبقات على لوح مربع غير متماثل بالترتيب $[(0^0/90^0)_n]$ مسند إسناداً بسيطاً (ss) وتحت حمل موزع بإنتظام.

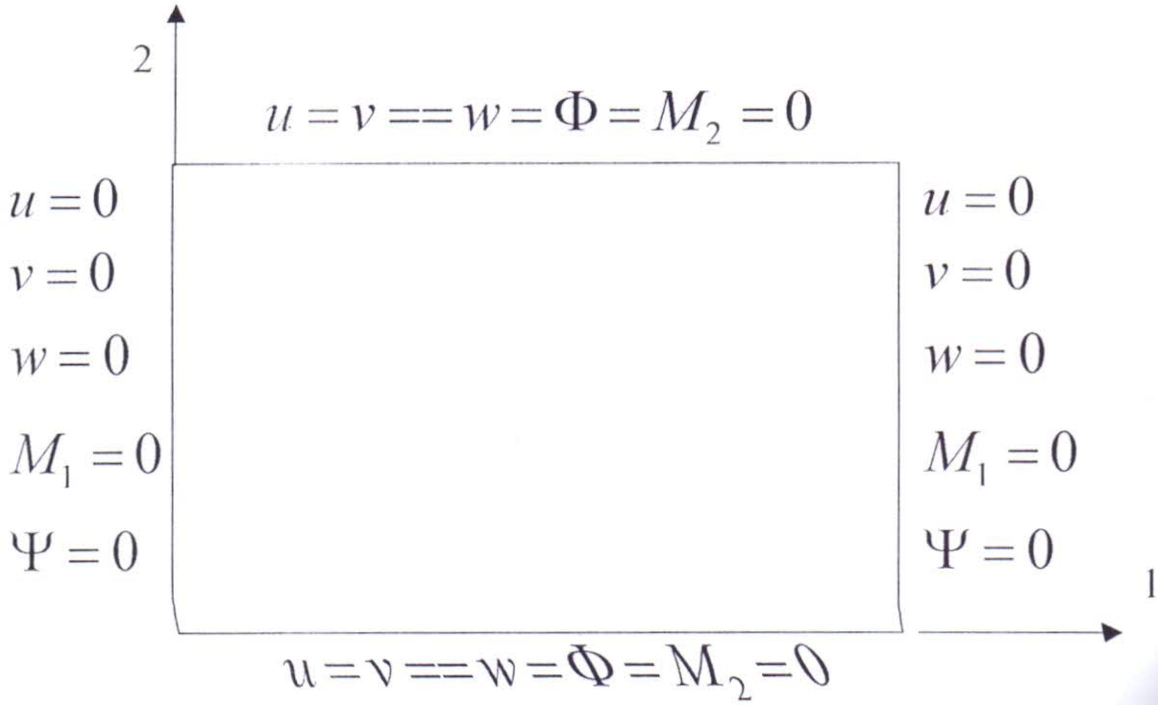


شكل B.3 أثر تفاوت خواص المادة على الإنحرافات الوسطية للوح شرائحى متماثل بالترتيب $[0^0/90^0/90^0/0^0]$ مثبت الأطراف وتحت حمل موزع بإنتظام (q=100 , h/a=0.1).

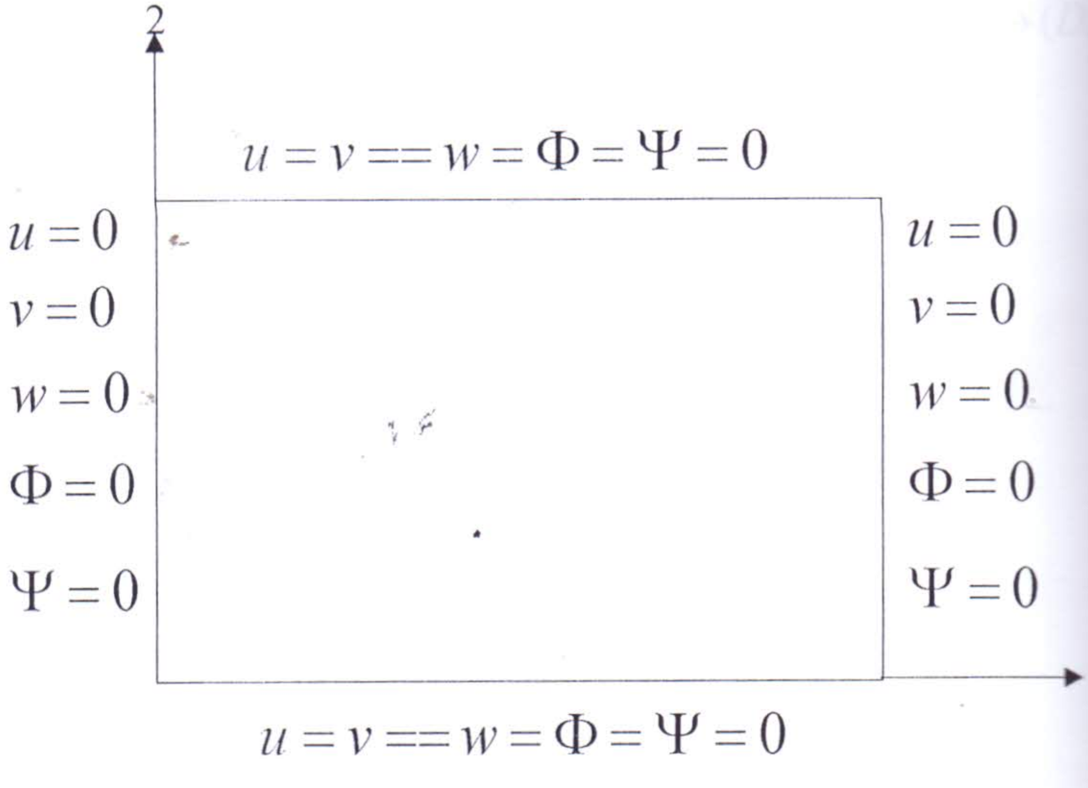


شكل B.4 الإنحراف الوسطي للوح مستطيل غير متماثل بالترتيب $[0^0/90^0]$ مسند إسناداً بسيطاً (ss) وتحت حمل منتظم بنسب نطاق متفاوتة (q=200 , h/a=0.1).

ملحق (c) ـ الشروط الحدودية



شكل C.1 الشروط الحدودية للإسناد البسيط (SS)



شكل C.2 الشروط الحدودية لتثبيت الأطراف (CC)

ملحق D ـ تقدير الكثافات الوهمية

الكثافات الوهمية التالية تم اشتقاقها باستخدام الخطوات التى اقترحها كاسيل {15}

$$\rho_u(i,j)=0.25\left[\frac{1}{2\Delta x}\left[N_1^{/}(i+1,j)+N_1^{/}(i-1,j)\right]+\frac{1}{2\Delta y}\left[N_6^{/}(i,j+1)+N_6^{/}(i,j-1)\right]\right]\rightarrow(D.1)$$

$$\rho_v(i,j)=0.25\left[\frac{1}{2\Delta x}\left[N_6^{/}(i+1,j)+N_6^{/}(i-1,j)\right]+\frac{1}{2\Delta y}\left[N_2^{/}(i,j+1)+N_2^{/}(i,j-1)\right]\right]\rightarrow(D.2)$$

$$\rho_w(i,j)=0.25\left[\left(\frac{a}{h}\right)^2+\left(\frac{Q_1^{/}}{\Delta x}+\frac{Q_2}{\Delta y}\right)+\frac{4}{\Delta y^2}\left|N_2(i,j)\right|+\frac{4}{\Delta x^2}\left|N_1(i,j)\right|\right]$$

$$+\frac{2}{\Delta x\Delta y}\left|N_6(i,j)\right|+\frac{N_1^{/}(i,j)}{\Delta x^2}\left|w(i+1,j)-2w(i,j)+w(i-1,j)\right|$$

$$+\frac{N_2^{/}(i,j)}{\Delta y^2}\left|w(i,j+1)-2w(i,j)+w(i,j-1)\right|$$

$$+\frac{N_6^{/}(i,j)}{2\Delta x\Delta y}\left|w(i+1,j+1)-w(i-1,j+1)+w(i-1,j-1)-w(i+1,j-1)\right|\rightarrow(D.3)$$

$$\rho_\Phi(i,j)=0.25\left\{\frac{1}{2\Delta x}\left[M_1^{/}(i+1,j)+M_1^{/}(i-1,j\right]\right\}$$

$$+\frac{1}{2\Delta y}\left[M_6^{/}(i,j+1)+M_6^{/}(i,j-1)\right]+\left(\frac{a}{h}\right)^2Q_1^{/}(i,j)\quad\rightarrow(D.4)$$

$$\rho_\Psi(i,j)=0.25\left\{\frac{1}{2\Delta x}\left[M_6^{/}(i+1,j)+M_6^{/}(i-1,j\right]\right\}$$

$$+\frac{1}{2\Delta y}\left[M_2^{/}(i,j+1)+M_2^{/}(i,j-1)\right]+\left(\frac{a}{h}\right)^2Q_2^{/}(i,j)\quad\rightarrow(D.5)$$

حيث

$$N_1^{\prime}(i,j) = \frac{1}{\Delta x}(A_{11} + A_{16}) + \frac{1}{\Delta y}(A_{12} + A_{16}) + \frac{4}{\Delta x^2} B_{11} +$$

$$\frac{4}{\Delta y^2} B_{12} + \frac{2}{\Delta x \Delta y} B_{16} + A_{11} L_1 + A_{12} L_2 + A_{16} L_3$$

$$N_2^{\prime}(i,j) = \frac{1}{\Delta x}(A_{12} + A_{26}) + \frac{1}{\Delta y}(A_{22} + A_{26}) + \frac{4}{\Delta x^2} B_{12} +$$

$$\frac{4}{\Delta y^2} B_{22} + \frac{2}{\Delta x \Delta y} B_{26} + A_{12} L_1 + A_{22} L_2 + A_{26} L_3$$

$$N_6^{\prime}(i,j) = \frac{1}{\Delta x}(A_{16} + A_{66}) + \frac{1}{\Delta y}(A_{26} + A_{66}) + \frac{4}{\Delta x^2} B_{16} +$$

$$\frac{4}{\Delta y^2} B_{26} + \frac{2}{\Delta x \Delta y} B_{66} + A_{16} L_1 + A_{26} L_2 + A_{66} L_3$$

$$M_1^{\prime}(i,j) = \frac{1}{\Delta x}(B_{11} + B_{16}) + \frac{1}{\Delta y}(B_{12} + B_{16}) + \frac{4}{\Delta x^2} D_{11} +$$

$$\frac{4}{\Delta y^2} D_{12} + \frac{2}{\Delta x \Delta y} D_{16} + B_{11} L_1 + B_{12} L_2 + B_{16} L_3$$

$$M_2^{\prime}(i,j) = \frac{1}{\Delta x}(B_{12} + B_{26}) + \frac{1}{\Delta y}(B_{22} + B_{26}) + \frac{4}{\Delta x^2} D_{12} +$$

$$\frac{4}{\Delta y^2} D_{22} + \frac{2}{\Delta x \Delta y} D_{26} + B_{12} L_1 + B_{22} L_2 + B_{26} L_3$$

$$M_6^{\prime}(i,j) = \frac{1}{\Delta x}(B_{16} + B_{66}) + \frac{1}{\Delta y}(B_{26} + B_{66}) + \frac{4}{\Delta x^2} D_{16} +$$

$$\frac{4}{\Delta y^2} D_{26} + \frac{2}{\Delta x \Delta y} D_{66} + B_{16} L_1 + B_{26} L_2 + B_{66} L_3$$

$$Q_1(i,j) = A_{45}\left(\frac{1}{\Delta y} + 1\right) + A_{55}\left(\frac{1}{\Delta x} + 1\right)$$

$$Q_2(i,j) = A_{44}\left(\frac{1}{\Delta y} + 1\right) + A_{45}\left(\frac{1}{\Delta x} + 1\right)$$

ويتم حساب L_1 ، L_2 ، L_3 كما يلي :

$$L_1 = \frac{1}{2\Delta x^2}\left|w(i+1, j) - w(i-1, j)\right|$$

$$L_2 = \frac{1}{2\Delta y^2}\left|w(i, j+1) - w(i, j-1)\right|$$

$$L_3 = \frac{1}{2\Delta x \Delta y}\left[\left|w(i+1, j) - w(i-1, j)\right| + \left|w(i, j+1) - w(i, j-1)\right|\right]$$

```
C***                          APPENDIX(E)

C***********************************************************C
C***  A FORTRAN PROGRAM BASED ON A NON-LINEAR DR METHOD ***C
C***********************************************************C


C***  NON-LINEAR ANALYSIS OF RECTANGULAR LAMINATED PLATES UNDER STATIC
C***  LATERAL LOADING USING FIRST ORDER SHEAR DEFORMATION THEORY

C***  DIMENSIONS OF THE PLATE:-

C     A=LENGTH OF THE PLATE IN THE DIRECTION OF THE X-COORDINATE
C     B=BREATH OF THE PLATE IN THE DIRECTION OF THE Y-COORDINATE
C     NEX=NUMBER OF ELEMENTS IN THE X-DIRECTION
C     NEY=NUMBER OF ELEMENTS IN THE Y-DIRECTION
C     LAMBDA=PLATE SIDE TO THICKNESS RATIO (i.e. a/h)
C     h=PLATE THICKNESS
C     ZK,ZK1=DISTANCE OF UPPER AND LOWER SURFACES OF THE LAMINA
C     FROM THE PLATE MID-PLANE
C     X,Y,Z=CARTEZIAN COORDINATES

C***  QL=NON-DIMENSIONALIZED LATERAL LOAD

C***  ELASTIC PROPERTIES OF THE PLATE:-

C     NU12=POISSON'S RATIO IN THE X-DIRECTION WHEN STRESSED IN THE Y-
C     DIRECTION
C     NU21=POISSON'S RATIO IN THE Y-DIRECTION WHEN STRESSED IN THE X-
C     DIRECTION
C     E1=MODULUS OF ELASTICITY IN THE X-DIRECTION
C     E2=MODULUS OF ELASTICITY IN THE Y-DIRECTION
C     G12=MODULUS OF RIGIDITY IN THE X-Y PLANE
C     G13=MODULUS OF RIGIDITY IN THE X-Z PLANE
C     G23=MODULUS OF RIGIDITY IN THE Y-Z PLANE

C***  TERMINOLOGIES OF LAMINATION:-

C     THETA(I)=ANGLE OF LAMINATION
C     NOL=NUMBER OF LAYERS

C***  SCF=SHEAR CORRECTION FACTOR

C***  TERMINOLOGIES USED IN THE DR METHOD

C     KU,KV,KW,KPHI,KPSI=DAMPING COEFFICIENTS
C     RHOU,RHOV,RHOW,RHOP,RHOS=INERTIA COEFFICIENTS
C     DT=TIME INCREMENT
C     UT,VT,WT,PHIT,PSIT=VELOCITIES OF THE PLATE ELEMENTS
C     U,V,W,PHI,PSI=DISPLACEMENTS OF THE PLATE ELEMENTS
C     N1,N2,N6,Q1,Q2,M1,M2,M6=STRESS RESULTANTS AND COUPLES
C     N1=NX,(STRESS RESULTANT IN THE X-COORDINATE)
C     N2=NY,(STRESS RESULTANT IN THE Y-COORDINATE)
C     N6=NXY,(STRESS RESULTANT IN THE X-Y PLANE)
C     Q1=QX,(TRANSVERSE SHEAR RESULTANT IN THE X-COORDINATE)
C     Q2=QY,(TRANSVERSE SHEAR RESULTANT IN THE Y-COORDINATE)
```

```
C      M1=MX,(STRESS COUPLES IN THE X-COORDINATE)
C      M2=MY,(STRESS COUPLES IN THE Y-COORDINATE)
C      M6=MXY,(STRESS COUPLES IN THE X-Y PLANE)
C      EPSIN1,EPSIN2,EPSIN6=EXTENSIONAL AND SHEAR STRAIN COMPONENTS OF
C      PLATE MID-PLANE
C      EPSIN4,EPSIN5=TRANSVERSE SHEAR STRAIN COMPONENTS OF PLATE
C      MID-PLANE
C      CHIN1,CHIN2,CHIN6=CURVATURE AND TWIST COMPONENTS OF PLATE
C      MID-PLANE

C***   OTHER TERMINOLOGIES

C      Aij=PLATE IN-PLANE STIFFNESSES, WHERE (i,j=1,2,6)
C      Aij=PLATE TRANSVERSE SHEAR STIFFNESSES, WHERE (i,j=4,5)
C      Bij=PLATE COUPLING STIFFNESSES, WHERE (i,j=1,2,6)
C      Dij=PLATE FLECTURAL STIFFNESSES, WHERE (i,j=1,2,6)

       INTEGER QX1,QY1,QX2,QY2

       REAL KU,KV,KW,KP,KS,KSU,KSV,KSW,KSP,KSS,LAMBDA,N1,N2,N6,M1,M2,M6,
      +NU12,L1,L2,L3,NB1,NB2,NB6,MB1,MB2,MB6,NU21,NBB1,NBB2,NBB6,MBB1,
      +MBB2,MBB6

       PARAMETER (M=18)

       DIMENSION U(-2:M,-2:M),V(-2:M,-2:M),W(-2:M,-2:M),
      +PHI(-2:M,-2:M),PSI(-2:M,-2:M),UT(-2:M,-2:M),
      +VT(-2:M,-2:M),WT(-2:M,-2:M),PHIT(-2:M,-2:M),
      +PSIT(-2:M,-2:M),Q1(-2:M,-2:M),Q2(-2:M,-2:M),
      +N1(-2:M,-2:M),N2(-2:M,-2:M),N6(-2:M,-2:M),
      +M1(-2:M,-2:M),M2(-2:M,-2:M),M6(-2:M,-2:M),
      +NB1(-2:M,-2:M),NB2(-2:M,-2:M),NB6(-2:M,-2:M),
      +MB1(-2:M,-2:M),MB2(-2:M,-2:M),MB6(-2:M,-2:M),
      +QB1(-2:M,-2:M),QB2(-2:M,-2:M)

       DIMENSION RHOU(-2:M,-2:M),RHOV(-2:M,-2:M),
      +RHOW(-2:M,-2:M),RHOP(-2:M,-2:M),RHOS(-2:M,-2:M)

       DIMENSION THETA(20)

       OPEN(UNIT=5,FILE='DR.DAT',STATUS='OLD')
       OPEN(UNIT=6,FILE='DR.OUT',STATUS='UNKNOWN')

C***   READ STATEMENTS

       READ(5,*) KU,KV,KW,KP,KS
       READ(5,*) DT,NMAX,NEX,NEY,SCF
       READ(5,*) NX1,NXY1,QX1,MX1,MXY1
       READ(5,*) NX2,NXY2,QX2,MX2,MXY2
       READ(5,*) NY1,NYX1,QY1,MY1,MYX1
       READ(5,*) NY2,NYX2,QY2,MY2,MYX2
       READ(5,*) A,B,LAMBDA,QL,NOL
       READ(5,*) (THETA(I),I=1,NOL)
       READ(5,*) E1,E2,G12,G13,G23,NU12

C***   FORMAT STATEMENTS
```

```
   10 FORMAT(1X,'W(I,J)')
   15 FORMAT(11(1X,F8.4))
   20 FORMAT(2X,'KU=',F8.2,2X,'KV=',F8.2,2X,'KW=',F8.2,2X,'KP=',F8.2,
     +2X,'KS=',F8.2)
   30 FORMAT(2X,'DT=',F3.2,2X,'NMAX =',I5,2X,'NEX=',I2,2X,'NEY=',I2,
     +2X,'SCF=',F7.4)
   40 FORMAT(2X,'A=',F4.2,2X,'B=',F4.2,2X,'LAMBDA=',F7.3,2X,'QL=',F10.4,
     +2X,'NOL=',I2)
   50 FORMAT(2X,'THETA(I)=',16(2X,F5.1))
   60 FORMAT(2X,'E1=',F7.4,2X,'E2=',F5.3,2X,'G12=',F6.4,2X,'G13=',F6.4,
     +2X,'G23=',F6.4,2X,'NU12=',F4.3)
   70 FORMAT(2X,'NX1=',I1,2X,'NXY1=',I1,2X,'QX1=',I1,2X,'MX1=',I1,2X,
     +'MXY1=',I1)
   80 FORMAT(2X,'NX2=',I1,2X,'NXY2=',I1,2X,'QX2=',I1,2X,'MX2=',I1,2X,
     +'MXY2=',I1)
   90 FORMAT(2X,'NY1=',I1,2X,'NYX1=',I1,2X,'QY1=',I1,2X,'MY1=',I1,2X,
     +'MYX1=',I1)
  100 FORMAT(2X,'NY2=',I1,2X,'NYX2=',I1,2X,'QY2=',I1,2X,'MY2=',I1,2X,
     +'MYX2=',I1)

C***  WRITE STATEMENTS

      WRITE(6,20) KU,KV,KW,KP,KS
      WRITE(6,30) DT,NMAX,NEX,NEY,SCF
      WRITE(6,40) A,B,LAMBDA,QL,NOL
      WRITE(6,50) (THETA(I),I=1,NOL)
      WRITE(6,60) E1,E2,G12,G13,G23,NU12
      WRITE(6,70) NX1,NXY1,QX1,MX1,MXY1
      WRITE(6,80) NX2,NXY2,QX2,MX2,MXY2
      WRITE(6,90) NY1,NYX1,QY1,MY1,MYX1
      WRITE(6,100) NY2,NYX2,QY2,MY2,MYX2

      PI=22.0/7.0

      DO 110 I=1,NOL
      THETA(I)=THETA(I)*PI/180.0
  110 CONTINUE

      DX=A/FLOAT(NEX)
      DY=B/FLOAT(NEY)

      A11=0.0
      A12=0.0
      A13=0.0
      A16=0.0
      A22=0.0
      A23=0.0
      A26=0.0
      A33=0.0
      A44=0.0
      A45=0.0
      A55=0.0
      A66=0.0
      B11=0.0
      B12=0.0
      B16=0.0
      B22=0.0
```

```
      B26=0.0
      B66=0.0
      D11=0.0
      D12=0.0
      D16=0.0
      D22=0.0
      D26=0.0
      D66=0.0

      NU21=NU12*E2/E1
      CB11=E1/(1.0-NU12*NU21)
      CB12=E2*NU12/(1.0-NU12*NU21)
      CB13=0.0
      CB16=0.0
      CB22=E2/(1.0-NU12*NU21)
      CB23=0.0
      CB26=0.0
      CB33=0.0
      CB36=0.0
      CB44=G23
      CB45=0.0
      CB55=G13
      CB66=G12


      DO 120 I=1,NOL
      COT=COS(THETA(I))
      SIT=SIN(THETA(I))
      C11=CB11*COT**4+2.0*COT**2*SIT**2*(CB12+2.0*CB66)+CB22*SIT**4-
     +4.0*COT*SIT*(CB16*COT**2+CB26*SIT**2)
      C12=COT**2*SIT**2*(CB11+CB22-4.0*CB66)+CB12*(COT**4+SIT**4)+2.0
     +*COT*SIT*(COT**2-SIT**2)*(CB16-CB26)
      C13=CB13*COT**2+CB23*SIT**2
      C16=COT*SIT*(CB11*COT**2-CB22*SIT**2-(CB12+2.0*CB66)*
     +(COT**2-SIT**2))+COT**2*(COT**2-3.0*SIT**2)*CB16+SIT**2*(3.0*COT
     +**2-SIT**2)*CB26
      C22=CB11*SIT**4+2.0*COT**2*SIT**2*(CB12+2.0*CB66)+CB22*COT**4+4.0
     +*COT*SIT*(CB26*COT**2+CB16*SIT**2)
      C23=CB13*SIT**2+CB23*COT**2
      C26=COT*SIT*(CB11*SIT**2-CB22*COT**2+(CB12+2.0*CB66)*
     +(COT**2-SIT**2))+COT**2*(COT**2-3.0*SIT**2)*CB26+SIT**2*(3.0*COT
     +**2-SIT**2)*CB16
      C33=CB33
      C36=(CB23-CB13)*COT*SIT
      C44=CB44*COT**2+CB55*SIT**2+2.0*COT*SIT*CB45
      C45=(COT**2-SIT**2)*CB45-(CB44-CB55)*COT*SIT
      C55=CB44*SIT**2+CB55*COT**2-2.0*COT*SIT*CB45
      C66=(CB11+CB22-2.0*CB12)*COT**2*SIT**2+CB66*(COT**2-SIT**2)**2
     +-2.0*COT*SIT*(COT**2-SIT**2)*(CB26-CB16)


      ZK=-0.5+(FLOAT(I)-1.0)/FLOAT(NOL)
      ZK1=-0.5+FLOAT(I)/FLOAT(NOL)

      A11=A11+C11*(ZK1-ZK)
      A12=A12+C12*(ZK1-ZK)
      A16=A16+C16*(ZK1-ZK)
```

```
      A22=A22+C22*(ZK1-ZK)
      A26=A26+C26*(ZK1-ZK)
      A66=A66+C66*(ZK1-ZK)
      A44=A44+SCF*C44*(ZK1-ZK)
      A45=A45+SCF*C45*(ZK1-ZK)
      A55=A55+SCF*C55*(ZK1-ZK)

      B11=B11+C11*(ZK1**2-ZK**2)/2.0
      B12=B12+C12*(ZK1**2-ZK**2)/2.0
      B16=B16+C16*(ZK1**2-ZK**2)/2.0
      B22=B22+C22*(ZK1**2-ZK**2)/2.0
      B26=B26+C26*(ZK1**2-ZK**2)/2.0
      B66=B66+C66*(ZK1**2-ZK**2)/2.0

      D11=D11+C11*(ZK1**3-ZK**3)/3.0
      D12=D12+C12*(ZK1**3-ZK**3)/3.0
      D16=D16+C16*(ZK1**3-ZK**3)/3.0
      D22=D22+C22*(ZK1**3-ZK**3)/3.0
      D26=D26+C26*(ZK1**3-ZK**3)/3.0
      D66=D66+C66*(ZK1**3-ZK**3)/3.0
  120 CONTINUE

C***  SET INITIAL VALUES FOR STRESSES

      DO 130 I=0,NEX
      DO 130 J=0,NEY
      N1(I,J)=0.0
      N2(I,J)=0.0
      N6(I,J)=0.0
      Q1(I,J)=0.0
      Q2(I,J)=0.0
      M1(I,J)=0.0
      M2(I,J)=0.0
      M6(I,J)=0.0
  130 CONTINUE

C***  SET INITIAL VALUES FOR VELOCITIES

      DO 140 I=0,NEX
      DO 140 J=0,NEY
      UT(I,J)=0.0
      VT(I,J)=0.0
      WT(I,J)=0.0
      PHIT(I,J)=0.0
      PSIT(I,J)=0.0
  140 CONTINUE

C***  SET INITIAL VALUES FOR DISPLACEMENTS

      DO 150 I=0,NEX
      DO 150 J=0,NEY
      U(I,J)=0.0
      V(I,J)=0.0
      W(I,J)=0.0
      PHI(I,J)=0.0
      PSI(I,J)=0.0
  150 CONTINUE
```

```
      NBB1=(A11+A16)/DX+(A12+A16)/DY+4.0*ABS(B11)/DX**2+4.0*ABS(B12)/
     +DY**2+2.0*ABS(B16)/(DX*DY)
      NBB2=(A12+A26)/DX+(A22+A26)/DY+4.0*ABS(B12)/DX**2+4.0*ABS(B22)/
     +DY**2+2.0*ABS(B26)/(DX*DY)
      NBB6=(A16+A66)/DX+(A26+A66)/DY+4.0*ABS(B16)/DX**2+4.0*ABS(B26)/
     +DY**2+2.0*ABS(B66)/(DX*DY)
      QBB1=A45*((1.0/DY)+1.0)+A55*((1.0/DX)+1.0)
      QBB2=A44*((1.0/DY)+1.0)+A45*((1.0/DX)+1.0)
      MBB1=(ABS(B11)+ABS(B16))/DX+(ABS(B12)+ABS(B16))/DY+4.0*D11/DX**2+
     +4.0*D12/DY**2+2.0*D16/(DX*DY)
      MBB2=(ABS(B12)+ABS(B26))/DX+(ABS(B22)+ABS(B26))/DY+4.0*D12/DX**2+
     +4.0*D22/DY**2+2.0*D26/(DX*DY)
      MBB6=(ABS(B16)+ABS(B66))/DX+(ABS(B26)+ABS(B66))/DY+4.0*D16/DX**2+
     +4.0*D26/DY**2+2.0*D66/(DX*DY)

C***  BEGINNING OF THE ITERAIONS

      DO 160 N=1,NMAX

C***  COMPUTES FICTITIOUS DENSITIES

      DO 170 I=0,NEX
      DO 170 J=0,NEY
      L1=ABS(W(I+1,J)-W(I-1,J))/(2.0*DX**2)
      L2=ABS(W(I,J+1)-W(I,J-1))/(2.0*DY**2)
      L3=(ABS(W(I+1,J)-W(I-1,J))+ABS(W(I,J+1)-W(I,J-1)))/(2.0*DX*DY)

      NB1(I,J)=NBB1+A11*L1+A12*L2+A16*L3
      NB2(I,J)=NBB2+A12*L1+A22*L2+A26*L3
      NB6(I,J)=NBB6+A16*L1+A26*L2+A66*L3
      QB1(I,J)=QBB1
      QB2(I,J)=QBB2
      MB1(I,J)=MBB1+ABS(B11)*L1+ABS(B12)*L2+ABS(B16)*L3
      MB2(I,J)=MBB2+ABS(B12)*L1+ABS(B22)*L2+ABS(B26)*L3
      MB6(I,J)=NBB6+ABS(B16)*L1+ABS(B26)*L2+ABS(B66)*L3
  170 CONTINUE

      DO 171 I=0,NEX
      DO 171 J=0,NEY
      PNBX1=(NB1(I+1,J)+NB1(I-1,J))/(2.0*DX)
      PNBY6=(NB6(I,J+1)+NB6(I,J-1))/(2.0*DY)
      PNBX6=(NB6(I+1,J)+NB6(I-1,J))/(2.0*DX)
      PNBY2=(NB2(I,J+1)+NB2(I,J-1))/(2.0*DY)
      PWSXS=(W(I+1,J)-2.0*W(I,J)+W(I-1,J))/DX**2
      PWSYS=(W(I,J+1)-2.0*W(I,J)+W(I,J-1))/DY**2
      PWSXYS=(W(I+1,J+1)-W(I-1,J+1)+W(I-1,J-1)-W(I+1,J-1))/(2.0*DX*DY)
      PMBX1=(MB1(I+1,J)+MB1(I-1,J))/(2.0*DX)
      PMBY6=(MB6(I,J+1)+MB6(I,J-1))/(2.0*DY)
      PMBX6=(MB6(I+1,J)+MB6(I-1,J))/(2.0*DX)
      PMBY2=(MB2(I,J+1)+MB2(I,J-1))/(2.0*DY)

      RHOU(I,J)=0.25*(PNBX1+PNBY6)
      RHOV(I,J)=0.25*(PNBX6+PNBY2)
      RHOW(I,J)=0.25*(LAMBDA**2*(QB1(I,J)/DX+QB2(I,J)/DY)+(4.0/DY**2)*
     +ABS(N2(I,J))+(4.0/DX**2)*ABS(N1(I,J))+(2.0/(DX*DY))*ABS(N6(I,J))+
     +NB1(I,J)*ABS(PWSXS)+NB2(I,J)*ABS(PWSYS)+NB6(I,J)*ABS(PWSXYS))
```

```
      RHOP(I,J)=0.25*(PMBX1+PMBY6+LAMBDA**2*QB1(I,J))
      RHOS(I,J)=0.25*(PMBX6+PMBY2+LAMBDA**2*QB2(I,J))
  171 CONTINUE

      DO 180 I=0,NEX
      DO 180 J=0,NEY
      KSU=KU*DT/(2.0*RHOU(I,J))
      KSV=KV*DT/(2.0*RHOV(I,J))
      KSW=KW*DT/(2.0*RHOW(I,J))
      KSP=KP*DT/(2.0*RHOP(I,J))
      KSS=KS*DT/(2.0*RHOS(I,J))

      PNX1=(N1(I+1,J)-N1(I-1,J))/(2.0*DX)
      PNY6=(N6(I,J+1)-N6(I,J-1))/(2.0*DY)
      PNX6=(N6(I+1,J)-N6(I-1,J))/(2.0*DX)
      PNY2=(N2(I,J+1)-N2(I,J-1))/(2.0*DY)
      PWSX=(W(I+1,J)-2.0*W(I,J)+W(I-1,J))/(DX**2)
      PWSXY=(W(I+1,J+1)-W(I+1,J-1)-W(I-1,J+1)+W(I-1,J-1))/(4.0*DX*DY)
      PWSY=(W(I,J+1)-2.0*W(I,J)+W(I,J-1))/(DY**2)
      PQX1=(Q1(I+1,J)-Q1(I-1,J))/(2.0*DX)
      PQY2=(Q2(I,J+1)-Q2(I,J-1))/(2.0*DY)
      PMX1=(M1(I+1,J)-M1(I-1,J))/(2.0*DX)
      PMY6=(M6(I,J+1)-M6(I,J-1))/(2.0*DY)
      PMX6=(M6(I+1,J)-M6(I-1,J))/(2.0*DX)
      PMY2=(M2(I,J+1)-M2(I,J-1))/(2.0*DY)

      F1=PNX1+PNY6
      F2=PNX6+PNY2
      F3=N1(I,J)*PWSX+2.0*N6(I,J)*PWSXY+N2(I,J)*PWSY+LAMBDA**2*(PQX1+
     +PQY2)+QL
      F4=PMX1+PMY6-LAMBDA**2*Q1(I,J)
      F5=PMX6+PMY2-LAMBDA**2*Q2(I,J)

      UT(I,J)=((1.0-KSU)*UT(I,J)+F1*DT/RHOU(I,J))/(1.0+KSU)
      VT(I,J)=((1.0-KSV)*VT(I,J)+F2*DT/RHOV(I,J))/(1.0+KSV)
      WT(I,J)=((1.0-KSW)*WT(I,J)+F3*DT/RHOW(I,J))/(1.0+KSW)
      PHIT(I,J)=((1.0-KSP)*PHIT(I,J)+F4*DT/RHOP(I,J))/(1.0+KSP)
      PSIT(I,J)=((1.0-KSS)*PSIT(I,J)+F5*DT/RHOS(I,J))/(1.0+KSS)
  180 CONTINUE

C***  COMPUTE DISPLACEMENTS

      DO 190 I=0,NEX
      DO 190 J=0,NEY
      U(I,J)=U(I,J)+UT(I,J)*DT
      V(I,J)=V(I,J)+VT(I,J)*DT
      W(I,J)=W(I,J)+WT(I,J)*DT
      PHI(I,J)=PHI(I,J)+PHIT(I,J)*DT
      PSI(I,J)=PSI(I,J)+PSIT(I,J)*DT
  190 CONTINUE

C***  BOUNDARY CONDITIONS FOR DISPLACEMENTS

      DO 200 J=0,NEY
      IF(NX1.GT.0) U(0,J)=0.0
      IF(NX2.GT.0) U(NEX,J)=0.0
      IF(NXY1.GT.0) V(0,J)=0.0
```

```
      IF(NXY2.GT.0) V(NEX,J)=0.0
      IF(QX1.GT.0) W(0,J)=0.0
      IF(QX2.GT.0) W(NEX,J)=0.0
      IF(MX1.GT.0) PHI(0,J)=0.0
      IF(MX2.GT.0) PHI(NEX,J)=0.0
      IF(MXY1.GT.0) PSI(0,J)=0.0
      IF(MXY2.GT.0) PSI(NEX,J)=0.0
  200 CONTINUE

      DO 201 I=0,NEX
      IF(NY1.GT.0) V(I,0)=0.0
      IF(NY2.GT.0) V(I,NEY)=0.0
      IF(NYX1.GT.0) U(I,0)=0.0
      IF(NYX2.GT.0) U(I,NEY)=0.0
      IF(QY1.GT.0) W(I,0)=0.0
      IF(QY2.GT.0) W(I,NEY)=0.0
      IF(MY1.GT.0) PSI(I,0)=0.0
      IF(MY2.GT.0) PSI(I,NEY)=0.0
      IF(MYX1.GT.0) PHI(I,0)=0.0
      IF(MYX2.GT.0) PHI(I,NEY)=0.0
  201 CONTINUE

C***  FICTITIOUS VALUES FOR DISPLACEMENTS

      DO 210 J=0,NEY
      U(-1,J)=3.0*U(0,J)-3.0*U(1,J)+U(2,J)
      U(NEX+1,J)=3.0*U(NEX,J)-3.0*U(NEX-1,J)+U(NEX-2,J)
      V(-1,J)=3.0*V(0,J)-3.0*V(1,J)+V(2,J)
      V(NEX+1,J)=3.0*V(NEX,J)-3.0*V(NEX-1,J)+V(NEX-2,J)
      W(-1,J)=3.0*W(0,J)-3.0*W(1,J)+W(2,J)
      W(NEX+1,J)=3.0*W(NEX,J)-3.0*W(NEX-1,J)+W(NEX-2,J)
      PHI(-1,J)=3.0*PHI(0,J)-3.0*PHI(1,J)+PHI(2,J)
      PHI(NEX+1,J)=3.0*PHI(NEX,J)-3.0*PHI(NEX-1,J)+PHI(NEX-2,J)
      PSI(-1,J)=3.0*PSI(0,J)-3.0*PSI(1,J)+PSI(2,J)
      PSI(NEX+1,J)=3.0*PSI(NEX,J)-3.0*PSI(NEX-1,J)+PSI(NEX-2,J)
  210 CONTINUE

      DO 211 I=0,NEX
      U(I,-1)=3.0*U(I,0)-3.0*U(I,1)+U(I,2)
      U(I,NEY+1)=3.0*U(I,NEY)-3.0*U(I,NEY-1)+U(I,NEY-2)
      V(I,-1)=3.0*V(I,0)-3.0*V(I,1)+V(I,2)
      V(I,NEY+1)=3.0*V(I,NEY)-3.0*V(I,NEY-1)+V(I,NEY-2)
      W(I,-1)=3.0*W(I,0)-3.0*W(I,1)+W(I,2)
      W(I,NEY+1)=3.0*W(I,NEY)-3.0*W(I,NEY-1)+W(I,NEY-2)
      PHI(I,-1)=3.0*PHI(I,0)-3.0*PHI(I,1)+PHI(I,2)
      PHI(I,NEY+1)=3.0*PHI(I,NEY)-3.0*PHI(I,NEY-1)+PHI(I,NEY-2)
      PSI(I,-1)=3.0*PSI(I,0)-3.0*PSI(I,1)+PSI(I,2)
      PSI(I,NEY+1)=3.0*PSI(I,NEY)-3.0*PSI(I,NEY-1)+PSI(I,NEY-2)
  211 CONTINUE

C***  COMPUTE STRESS RESULTANTS AND STRESS COUPLES

      DO 220 I=0,NEX
      DO 220 J=0,NEY
      PUX=(U(I+1,J)-U(I-1,J))/(2.0*DX)
      PWX=(W(I+1,J)-W(I-1,J))/(2.0*DX)
      PVY=(V(I,J+1)-V(I,J-1))/(2.0*DY)
```

```
      PWY=(W(I,J+1)-W(I,J-1))/(2.0*DY)
      PUY=(U(I,J+1)-U(I,J-1))/(2.0*DY)
      PVX=(V(I+1,J)-V(I-1,J))/(2.0*DX)
      PPHIX=(PHI(I+1,J)-PHI(I-1,J))/(2.0*DX)
      PPSIY=(PSI(I,J+1)-PSI(I,J-1))/(2.0*DY)
      PPHIY=(PHI(I,J+1)-PHI(I,J-1))/(2.0*DY)
      PPSIX=(PSI(I+1,J)-PSI(I-1,J))/(2.0*DX)

      EPSIN1=PUX+0.5*PWX**2
      EPSIN2=PVY+0.5*PWY**2
      EPSIN4=PWY+PSI(I,J)
      EPSIN5=PWX+PHI(I,J)
      EPSIN6=PUY+PVX+PWX*PWY
      CHIN1=PPHIX
      CHIN2=PPSIY
      CHIN6=PPHIY+PPSIX

      N1(I,J)=A11*EPSIN1+A12*EPSIN2+A16*EPSIN6+B11*CHIN1+B12*CHIN2+
     +B16*CHIN6
      N2(I,J)=A12*EPSIN1+A22*EPSIN2+A26*EPSIN6+B12*CHIN1+B22*CHIN2+
     +B26*CHIN6
      N6(I,J)=A16*EPSIN1+A26*EPSIN2+A66*EPSIN6+B16*CHIN1+B26*CHIN2+
     +B66*CHIN6
      M1(I,J)=B11*EPSIN1+B12*EPSIN2+B16*EPSIN6+D11*CHIN1+D12*CHIN2+
     +D16*CHIN6
      M2(I,J)=B12*EPSIN1+B22*EPSIN2+B26*EPSIN6+D12*CHIN1+D22*CHIN2+
     +D26*CHIN6
      M6(I,J)=B16*EPSIN1+B26*EPSIN2+B66*EPSIN6+D16*CHIN1+D26*CHIN2+
     +D66*CHIN6
      Q1(I,J)=A45*EPSIN4+A55*EPSIN5
      Q2(I,J)=A44*EPSIN4+A45*EPSIN5
  220 CONTINUE

C***  BOUNDARY CONDITIONS FOR STRESS RESULTANTS AND STRESS COUPLES

      DO 230 J=0,NEY
      IF(NX1.EQ.0) N1(0,J)=0.0
      IF(NX2.EQ.0) N1(NEX,J)=0.0
      IF(NXY1.EQ.0) N6(0,J)=0.0
      IF(NXY2.EQ.0) N6(NEX,J)=0.0
      IF(QX1.EQ.0) Q1(0,J)=0.0
      IF(QX2.EQ.0) Q1(NEX,J)=0.0
      IF(MX1.EQ.0) M1(0,J)=0.0
      IF(MX2.EQ.0) M1(NEX,J)=0.0
      IF(MXY1.EQ.0) M6(0,J)=0.0
      IF(MXY2.EQ.0) M6(NEX,J)=0.0
  230 CONTINUE

      DO 231 I=0,NEX
      IF(NY1.EQ.0) N2(I,0)=0.0
      IF(NY2.EQ.0) N2(I,NEY)=0.0
      IF(NYX1.EQ.0) N6(I,0)=0.0
      IF(NYX2.EQ.0) N6(I,NEY)=0.0
      IF(QY1.EQ.0) Q2(I,0)=0.0
      IF(QY2.EQ.0) Q2(I,NEY)=0.0
      IF(MY1.EQ.0) M2(I,0)=0.0
      IF(MY2.EQ.0) M2(I,NEY)=0.0
```

```
      IF(MYX1.EQ.0) M6(I,0)=0.0
      IF(MYX2.EQ.0) M6(I,NEY)=0.0
  231 CONTINUE

C**   FICTITIOUS VALUES FOR STRESS RESULTANTS AND COUPLES

      DO 240 J=0,NEY
      N1(-1,J)=3.0*N1(0,J)-3.0*N1(1,J)+N1(2,J)
      N1(NEX+1,J)=3.0*N1(NEX,J)-3.0*N1(NEX-1,J)+N1(NEX-2,J)
      N2(-1,J)=3.0*N2(0,J)-3.0*N2(1,J)+N2(2,J)
      N2(NEX+1,J)=3.0*N2(NEX,J)-3.0*N2(NEX-1,J)+N2(NEX-2,J)
      N6(-1,J)=3.0*N6(0,J)-3.0*N6(1,J)+N6(2,J)
      N6(NEX+1,J)=3.0*N6(NEX,J)-3.0*N6(NEX-1,J)+N6(NEX-2,J)
      Q1(-1,J)=3.0*Q1(0,J)-3.0*Q1(1,J)+Q1(2,J)
      Q1(NEX+1,J)=3.0*Q1(NEX,J)-3.0*Q1(NEX-1,J)+Q1(NEX-2,J)
      Q2(-1,J)=3.0*Q2(0,J)-3.0*Q2(1,J)+Q2(2,J)
      Q2(NEX+1,J)=3.0*Q2(NEX,J)-3.0*Q2(NEX-1,J)+Q2(NEX-2,J)
      M1(-1,J)=3.0*M1(0,J)-3.0*M1(1,J)+M1(2,J)
      M1(NEX+1,J)=3.0*M1(NEX,J)-3.0*M1(NEX-1,J)+M1(NEX-2,J)
      M2(-1,J)=3.0*M2(0,J)-3.0*M2(1,J)+M2(2,J)
      M2(NEX+1,J)=3.0*M2(NEX,J)-3.0*M2(NEX-1,J)+M2(NEX-2,J)
      M6(-1,J)=3.0*M6(0,J)-3.0*M6(1,J)+M6(2,J)
      M6(NEX+1,J)=3.0*M6(NEX,J)-3.0*M6(NEX-1,J)+M6(NEX-2,J)
  240 CONTINUE

      DO 241 I=0,NEX
      N1(I,-1)=3.0*N1(I,0)-3.0*N1(I,1)+N1(I,2)
      N1(I,NEY+1)=3.0*N1(I,NEY)-3.0*N1(I,NEY-1)+N1(I,NEY-2)
      N2(I,-1)=3.0*N2(I,0)-3.0*N2(I,1)+N2(I,2)
      N2(I,NEY+1)=3.0*N2(I,NEY)-3.0*N2(I,NEY-1)+N2(I,NEY-2)
      N6(I,-1)=3.0*N6(I,0)-3.0*N6(I,1)+N6(I,2)
      N6(I,NEY+1)=3.0*N6(I,NEY)-3.0*N6(I,NEY-1)+N6(I,NEY-2)
      Q1(I,-1)=3.0*Q1(I,0)-3.0*Q1(I,1)+Q1(I,2)
      Q1(I,NEY+1)=3.0*Q1(I,NEY)-3.0*Q1(I,NEY-1)+Q1(I,NEY-2)
      Q2(I,-1)=3.0*Q2(I,0)-3.0*Q2(I,1)+Q2(I,2)
      Q2(I,NEY+1)=3.0*Q2(I,NEY)-3.0*Q2(I,NEY-1)+Q2(I,NEY-2)
      M1(I,-1)=3.0*M1(I,0)-3.0*M1(I,1)+M1(I,2)
      M1(I,NEY+1)=3.0*M1(I,NEY)-3.0*M1(I,NEY-1)+M1(I,NEY-2)
      M2(I,-1)=3.0*M2(I,0)-3.0*M2(I,1)+M2(I,2)
      M2(I,NEY+1)=3.0*M2(I,NEY)-3.0*M2(I,NEY-1)+M2(I,NEY-2)
      M6(I,-1)=3.0*M6(I,0)-3.0*M6(I,1)+M6(I,2)
      M6(I,NEY+1)=3.0*M6(I,NEY)-3.0*M6(I,NEY-1)+M6(I,NEY-2)
  241 CONTINUE

C***  CHECK INSTABILITY

      NL=0
      IF(ABS(W(NEX/2,NEY/2)).GT.10.0) THEN
      NL=1
      GO TO 250
      ENDIF

C***  CONVERGENCE CRITERION

      LL=0
      DO 260 I=1,NEX-1
      DO 260 J=1,NEY-1
```

```
      IF(UT(I,J).GT.0.000001) LL=LL+1
      IF(VT(I,J).GT.0.000001) LL=LL+1
      IF(WT(I,J).GT.0.000001) LL=LL+1
      IF(PHIT(I,J).GT.0.000001) LL=LL+1
      IF(PSIT(I,J).GT.0.000001) LL=LL+1
  260 CONTINUE

      IF(LL.GT.0) THEN
      GO TO 160
      ELSE
      GO TO 270
      ENDIF
  160 CONTINUE

  270 WRITE(6,*) 'NUMBER OF ITERATIONS=',N
      WRITE(6,10)
      DO 280 I=0,NEX/2
      WRITE(6,15) (W(I,J),J=0,NEY/2)
  280 CONTINUE

  250 IF(NL.EQ.1) WRITE(6,*) 'NUMERICAL INSTABILITY IS EXPERIENCED'
      STOP
      END
```