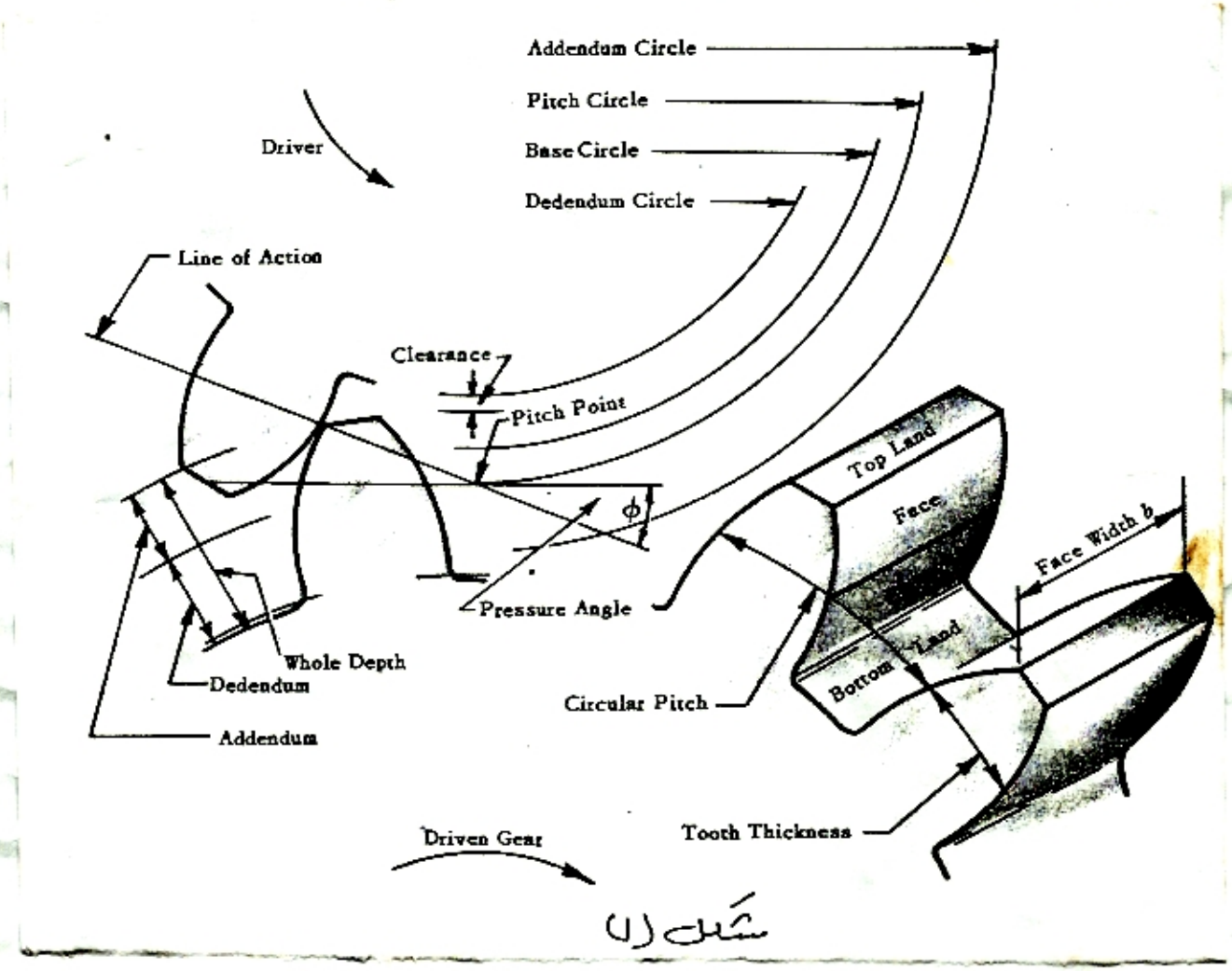
اعداد الأستاذ/ أسامة محمود الملرضي

التروس العدلة (Spur Gears)

تعتبر التروس العدلة ينقل الحركة بين الأعمدة المتوازية بنسبة سرعة زاوية ثابتة. نسبة السرعة هي نفس التي يتم الحصول عليها بواسطة أسطوانتين يتم الضغط عليهما وبدورانه يحدث إنزلاق عند خط التلامس.

مصطلحات سنة الترس :- (Gear tooth terminology)

الأجزاء الرئيسية لأسنان الترس يتم ترميزها كما موضح في الشكل أدناه.



شكل (1)

تعريفات :- (Definitions)

الخطوة الدائرية (Circular pitch) P_c: هي البعد من نقطة على أحد الأسنان إلى النقطة المناظرة على سنة مجاورة مقاسة على دائرة الخطوة.

$$P_c = \pi D/N = \frac{\text{محيط دائرة الخطوة}}{\text{عدد الأسنان}}$$

حيث D = قطر دائرة الخطوة، و N = عدد الأسنان على الترس.

المديول أو المتن أو الوحدة (module) (m) :- هي قطر دائرة الخطوة بالـ mm مقسوماً على عدد الأسنان.

(2)

$m = D/N$,

$P_c/m = \pi$ لاحظ أن:

خط العمل (Line of action) :- هو خط متعامد مع نوج من الأسنان المتشابهة عند نقطة تلامسهما.

زاوية الضغط (pressure angle) ϕ :- هي الزاوية المحصورة بين خط العمل والمماس المشترك لدوائر الخطوة.

نقطة الخطوة (pitch point) :- هي نقطة التماس لدوائر الخطوة.

نسبة السرعة الزاوية (أو نسبة النقل) {Angular velocity ratio (or transmission ratio)}
هي نسبة السرعة الزاوية للبنيون (الترس الصغير) إلى السرعة الزاوية للترس المشترك معه. وهي تتناسب عكسياً مع عدد الأسنان على الترسين، وللتروس العادية تكون أيضاً متناسبة عكسياً لأقطار الخطوة.

نسبة السرعة الزاوية $= \frac{N_g}{N_p} = \frac{D_g}{D_p}$

مقاسات أسنان الترس المعيارية :-

PROPORTIONS OF STANDARD GEAR TEETH

	$14\frac{1}{2}°$ Composite	$14\frac{1}{2}°$ Full Depth Involute	20° Full Depth Involute	20° Stub Involute
Addendum	m	m	m	0.8m
Minimum dedendum	1.157m	1.157m	1.157m	m
Whole depth	2.157m	2.157m	2.157m	1.8m
Clearance	0.157m	0.157m	0.157m	0.2m

STANDARD MODULES. Standard modules taken from ISO/R54 are:
Preferred 1, 1.25, 1.5, 2, 2.5, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 16, 20, 25, 32, 40, 50
Second Choice 1.125, 1.375, 1.75, 2.25, 2.75, 3.5, 4.5, 5.5, 7, 9, 11, 14, 18, 22, 28, 36, 45

أهداف التصميم :- (Design objectives)

يتضمن تصميم سنة الترس أساساً على تحديد الخطوة وعرض وجه الترس المناسبة لمتانة كافية، ديمومة في الاستخدام، واقتصاد في التصنيع.

متانة أسنان الترس – معادلة لويس :-

(Strength of Gear teeth – Lewis equation)

عند بداية العمل يجب نعج مدأ أسنان الترس ، فإن متانة جانب السنة (Flank) الصائدة يلامس طرف (tip) السنة المتعادة . يتجاهل الإحتكاك ، فإن الحمل الكلي W_n يكون متعامداً مع المقطع الجانبي للسنة ويفترض أن يكون الحمل محمولاً بواسطة السنة الواحدة . W مكونة الحمل W_n المتعامدة مع خط المنتصف للسنة تنتج إجهاداً للإنحناء عند قاعدة السنة . يتم تجاهل المكونة نصف القطرية W_r . القطع المكافئ (parabola) المضلع في الشكل أدناه يقطع لماسة ذات متانة متساوية . بالتالي فإن المقطع الأضعف لسنة الترس هو عند المقطع A–A حيث يكون المقطع المكافئ مماساً لخط أطار السنة .

يتم إفتراض أن الحمل يكون موزعاً بانتظام عبر وجه الترس .

إجهاد الإنحناء الناتج هو ،

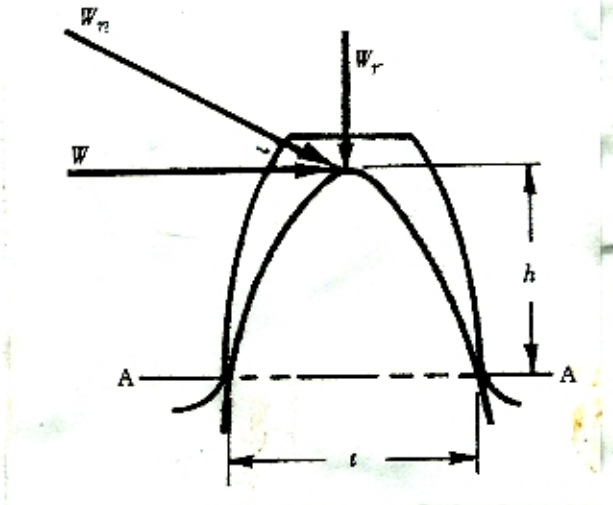
$$S = \frac{Mc}{I} = \frac{6M}{bt^2} = \frac{6wh}{bt^2}$$

و

$$W = Sb(t^2/6h) = Sb(t^2/6hP_c)P_c$$

حيث $c = t/2$, $I = bt^3/12$, and $M = wh$

النسبة $t^2/6hP_c$ هي كمية لابعدية تسمى بعامل الشكل لـ (form factor) . عامل الشكل لـ هو دالة في شكل السنة ، التي تعتمد أساسياً على نظام السنة وعدد الأسنان على الترس .



للحسابات يتم تعويض W بالقوة المنتقلة F ، التي يتم تصريفها بالعزم مقسوماً على نصف قطر الخطوة ، عليه ، عوض F بدلاً عن W و لـ بدلاً عن $t^2/6hP_c$ ، نحصل على الصيغة المعتادة لمعادلة لويس

$$F = SbP_cY$$

لشروط تصميم عادي ، يكون عرض الوجه b محدداً كحد أقصى بأربعة أضعاف الخطوة الدائرية .

أو جعل $b = kP_c$ ، حيث $k \leq 4$

(4) $F = S P_c^2 k y = S \Pi^2 k y \, m^2$

في تصميم ترس للمتانة، يكون قطر الخطوة إما معلوماً أو غير معلوم. وإذا كان قطر الخطوة معلوماً، فإن الشكل التالي لمعادلة لويس يكون أيسر استخداماً

$$\frac{1}{m^2 y} = S k \Pi^2 / F$$

حيث :- S = الإجهاد المسموح به ؛ k = 4 ، المعدل الأعلى ؛ F = القوة المنتقلة ، $2Mt/D$. بالتالي فإن التعبير عاليه يعطي قيمة عددية مسموح بها للنسبة $\frac{1}{m^2 y}$ التي تسيطر على التصميم، بما أنها مؤسسة على إجهاد مسموح به.

إذا كان قطر الخطوة غير معلوم، فيكون استخدام الشكل التالي لمعادلة لويس :

$$S = \frac{2Mt}{m^3 k \Pi^2 y N}$$

حيث S = الإجهاد $\leq$ الإجهاد المسموح به ؛ Mt = عزم الالتواء على الترس الأضعف، k = المعدل الأعلى ؛ N = عدد الأسنان على الترس الأضعف . هذا التعبير يعطي قيمة للإجهاد المنتج بدلالات المعديل . عدد الأسنان الأدنى، N ، يكون عادة محدوداً بـ 15 .

في كلا المعادلتين أعلاه، فإن المعديل الأصغر المحتمل سيعطي التصميم الاقتصادي الجيد . عموماً، حينما تكون الأقطار معلومة فإن التصميم للعدد الأدنى للأسنان يكون ممكناً ؛ وحينما تكون الأقطار غير معلومة، فإن التصميم لأقطار الخطوة الأصغر يكون ممكناً .

إجهادات السنة المسموح بها :- (Allowable tooth stresses)

الإجهاد المسموح به لتصميم سنة الترس يعتمد على المادة المختارة وسرعة خط الخطوة . للتروس العدلة، تكون معادلة باث (Barths eqn) في وحدات SI كالآتي، الإجهاد المسموح به allowable $S = S_o \left(\frac{3}{3+V}\right)$ for V less than 10 m/s

$= S_o \left(\frac{6}{6+V}\right)$ for V 10 to 20 m/s

$= S_o \left(\frac{5.6}{5.6+\sqrt{V}}\right)$ for V greater than 20 m/s

حيث S_o هي متانة التحمل لتحميل مختلف يتم تصحيحها لقيم تركيز إجهاد متوسطة لمادة الترس، Pa ، و V هي سرعة خط الخطوة، m/s .

قيم S_o لمواد ترس متباينة يتم وضعها في شكل جداول في نشرات اتحاد (5) المصنعين الأمريكيين للتروس، وفي الدلائل الهندسية المختلفة (Handbooks) ومعظم كتب التصميم. قيم S_o للصديد الزهر والبرونز هي $83\ MN/m^2$ و $55\ MN/m^2$ على الترتيب. للفولاذ الكربوني تتراوح من حوالي 70 إلى $350\ MN/m^2$ معتمدة على المحتوى الكربوني ومعالجة الحرارية. عموماً، يمكن أخذ S_o تقريباً كـ $\frac{1}{3}$ من الطاقة القصوى للمادة.

التصميم القاعدي على الترس الأضعف :- (Base Design on weaker Gear)

مقدار القوة التي يمكن نقلها إلى سنة ترس تلوي دالة في حاصل ضرب S_y كما هو واضح بمعادلة لويس. لترسين مصنوعين، فإن الأضعف سيملك قيمة S_y الأصغر.

عندما يتم تصنيع الترسين المتزاوجين (المصنوعين) من نفس المادة، فإن الترس الأصغر (البينيون) سيكون الأضعف وسيتحكم في التصميم.

أحمال السنة الديناميكية :- (Dynamic tooth loads)

معادلة بكنغهام (معادلة بكنغهام)

عدم الدقة للمقاطع الجانبية للسنة (tooth profile)، الفراغات، اللامحاذاة في التركيب، وانحراف السنة تحت الحمل ينتج عنها تغييرات في السرعة والتي بدورها ينتج عنها قوى ديناميكية على الأسنان تكون أكبر من القوة المنقولة.

تكون معادلة بكنغهام كما يلي :-

$$F_d = \frac{21V(bC+F)}{21V+\sqrt{bC+F}} + F$$

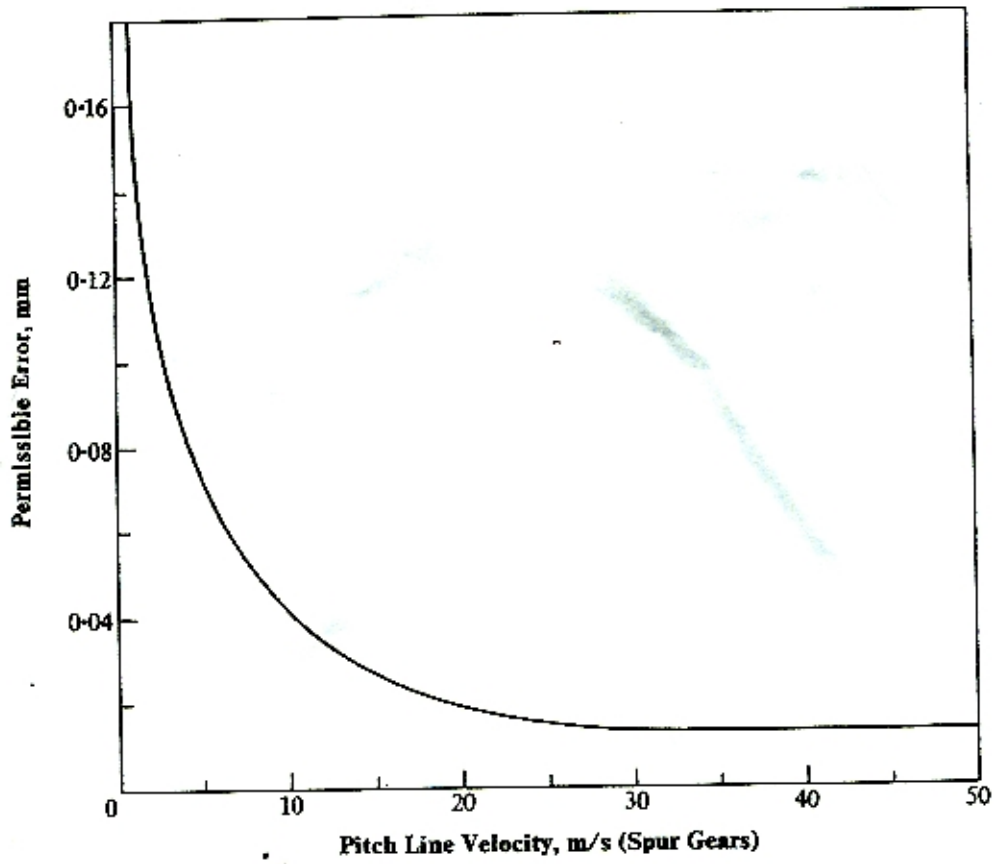
حيث، الحمل الديناميكي
F_d = dynamic load, N

V = سرعة خط الخطوة، m/s

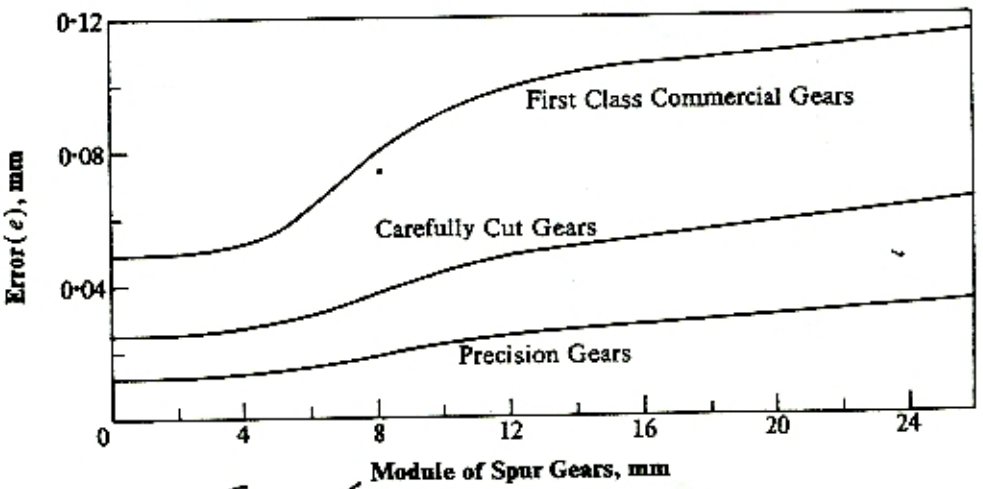
b = عرض الوجه، m

F = عزم الترس / نصف قطر الخطوة للترس $= 2M_t/D$

C = ثابت بالـ N/m، يعتمد على شكل السنة، المادة، ودقة الدقة التي يتم بها قطع السنة. بعض قيم C يتم حسابها في الجدول II. المنحنيات التي توضح علاقة الانحراف في المقاطع الجانبية للسنة ضد سرعة خط الخطوة والمعدلات يتم تصحيحها في الأشكال أدناه.



(شكل رقم (2)) **Fig. 18-3**



(شكل رقم (3)) **Fig. 18-4**

يجب أن تكون F_d أقل من حمل التحمل المسموح به F_o ، حيث $F_o = S_o b y P_c$.
في هذه المعادلة ، S_o تكون معتمدة على متوسط قيم تركيز الإجهاد.

أ حمال تآكل أو بلى السنة :- (Wear tooth loads) معادلة بكنجهام

لحساب إستدامة الإستخدام لزوج التروس ، فإن الأشكال الجانبية للسنة يجب أن تحتمل إجهاد تلامس زائد كما يحدده حمل البلى F_w ،

$$F_w = D_p b K Q$$

(7) حيث D_p = قطر الخطوة للترس الأصغر (البنيون) m .

b = عرض الوجه للترس m .

K = عامل الإجهاد للكلال N/m^2 .

$Q = 2N_g/(N_p+N_g)$

N_g = عدد الأسنان على الترس

N_p = " " " البنيون

و $$K = \frac{S_{es}^2 (\sin\phi)(1/E_p + 1/E_g)}{1.4}$$

حيث ،

S_{es} = حد التحمل السطحي لزوج التروس N/m^2

E_p = معامل المرونة لمادة البنيون N/m^2

E_g = " " " الترس N/m^2

ϕ = زاوية الضغط .

يتم تحديد أو تقدير حد التحمل السطحي من المعادلة ،

$$S_{es} = (2.75(BHN) - 70)\ MN/m^2$$

يمثل تقدير BHN برقم صلادة بريينل المتوسط للترس والبنيون حتى BHN حوالي 350 للفولاذ .

حمل التلي F_w هو حمل مسموح به ويجب أن يكون أكبر من الحمل الديناميكي F_d .

قيم عديدة لـ K لمواد متباينة ولأشكال سنة متباينة يتم جدولتها في الجدول III .

(8)

TABLE I – Form Factors y – for use in Lewis strength equation.

Number of Teeth	14½° Full-Depth Involute or Composite	20° Full-Depth Involute	20° Stub Involute
12	0.067	0.078	0.099
13	0.071	0.083	0.103
14	0.075	0.088	0.108
15	0.078	0.092	0.111
16	0.081	0.094	0.115
17	0.084	0.096	0.117
18	0.086	0.098	0.120
19	0.088	0.100	0.123
20	0.090	0.102	0.125
21	0.092	0.104	0.127
23	0.094	0.106	0.130
25	0.097	0.108	0.133
27	0.099	0.111	0.136
30	0.101	0.114	0.139
34	0.104	0.118	0.142
38	0.106	0.122	0.145
43	0.108	0.126	0.147
50	0.110	0.130	0.151
60	0.113	0.134	0.154
75	0.115	0.138	0.158
100	0.117	0.142	0.161
150	0.119	0.146	0.165
300	0.122	0.150	0.170
Rack	0.124	0.154	0.175

TABLE II – Values of Deformation Factor C in kN/m – for dynamic load check

Materials		Involute tooth form	Tooth Error – mm				
Pinion	Gear		0.01	0.02	0.04	0.06	0.08
cast iron	cast iron	14½°	55	110	220	330	440
steel	cast iron	14½°	76	152	304	456	608
steel	steel	14½°	110	220	440	660	880
cast iron	cast iron	20° full depth	57	114	228	342	456
steel	cast iron	20° full depth	79	158	316	474	632
steel	steel	20° full depth	114	228	456	684	912
cast iron	cast iron	20° stub	59	118	236	354	472
steel	cast iron	20° stub	81	162	324	486	648
steel	steel	20° stub	119	238	476	714	952

(9)

TABLE III

Values for s_{es} as used in the wear load equation depend upon a combination of the gear and pinion materials. Some values for various materials for both s_{es} and K are tabulated.

Average Brinell Hardness Number of steel pinion and steel gear		Surface Endurance Limit s_{es}(MN/m^2)	Stress Fatigue Factor K(kN/m^2)	
			$14\frac{1}{2}°$	20°
150		342	206	282
200		480	405	555
250		618	673	919
300		755	1004	1372
400		1030	1869	2553
Brinnel Hardness Number, BHN				
Steel pinion	Gear			
150	C.I.	342	303	414
200	C.I.	480	600	820
250	C.I.	618	1000	1310
150	Phosphor Bronze	342	317	427
200	Phosphor Bronze	445	503	689
C.I. Pinion	C.I. Gear	549	1050	1420
C.I. Pinion	C.I. Gear	618	1330	1960

مسائل محلولة

١/ تصنع عدد التروس العدلة المستقيمة لزوايا أسنان بعمق كامل $14\frac{1}{2}°$ بمديول 10. قطر دائرة الخطوة للترس الأصغر 160mm. إذا كانت نسبة النقل 3:2، أحسب :-

a/ عدد الأسنان لكل ترس ؛ b/ الإرتفاع الكلي (addendum) ؛ c/ العمق الكامل ؛ d/ الخلوص ؛ e/ الأقطار الخارجية ؛ f/ أقطار الجذر ؛ g/ جهد السنة (dedendum) ؛ h/ أقطار دائرة الأساس، و (i) فحص التداخل (check for interference).

الحل :-

$D_p = 160\text{mm}$ ، $D_g = 160 \times \frac{3}{2} = \underline{240\text{mm}}$ (a)

المديول $m = \frac{D}{N}$ ؛ $m = \frac{D_p}{N_p} = \frac{D_g}{N_g} = 10$

$m = \frac{D_p}{N_p}$ ∴ $N_p = \frac{D_p}{m} = \frac{160}{10} = \underline{\underline{16 \text{ teeth}}}$.

∵ $\frac{D_g}{D_p} = \frac{3}{2}$ ∴ $N_g = 16 \times \frac{3}{2} = \underline{\underline{24 \text{ teeth}}}$

(10)

b/ الارتفاع العلوي، addendum

addendum = m = 10mm

c/ العمق الكامل،

whole depth = 2.157(m) = 2.157×10 = 21.57 mm (مم الصمامات)

d/ الخلوص،

clearance = 0.157(m) = 0.157×10 = 1.57 mm

e/

outside diameter = pitch diameter + 2× addendum

outside diameter of pinion = 160 + 2×10 = 180mm

" " " Gear = 240 + 2×10 = 260mm

f/

Root diameter = outside diameter − 2× whole depth

Root diameter of pinion = 180 − 2×21.57 = 136.86mm

" " " Gear = 260 − 2×21.57 = 216.86mm

g/ حذر السنة،

dedendum = 1.157(m) = 1.157×10 = 11.57 mm

h/ نصف قطر دائرة الأساس = نصف قطر دائرة الخطوة × $\cos 14\frac{1}{2}^\circ$

Radius of base circle = pitch radius × $\cos 14\frac{1}{2}^\circ$ قطر دائرة الأساس

للبنيون :- $R_b = (160/2)\cos 14.5^\circ = 77.45mm$, $d_b = 154.90mm$

للترس :- $R_b = (240/2)\cos 14.5^\circ = 116.18mm$, $d_b = 232.36mm$

i/ يتم تفادي التداخل إذا كان نصف قطر الارتفاع العلوي للترس

$$\text{addendum} \leq \sqrt{(\text{base circle radius})^2 + (\text{center distance})^2 (\sin\phi)^2}$$

$$= \sqrt{(116.18)^2 + \left[\tfrac{1}{2}(160+240)\right]^2 (\sin 14.5^\circ)^2}$$

$$= 126.51 \text{ mm}$$

بما أن نصف قطر الارتفاع العلوي للترس = $\frac{260}{2}$ = 130mm سنكون صانك تداخلاً وبالتالي يجب عمل بعض التعديلات في التصميم. تخفيض المديول إلى 8 وزيادة قطر دائرة الخطوة للبنيون إلى 192 سنكون بالكاد كافياً لتفادي التداخل.

(11)

2/ بينيون عدل من الصلب ($S_o = 83 MN/m^2$) يدور بسرعة 600rev/min. يدير ترس عدل من الصلب السبائكي ($S_o = 103 MN/m^2$) بنسبة نقل 4.81:1 للبينيون 16 سنة بالمواصفات التالية: زاوية ضغط 20° عمق كامل التخانى (Full depth Involute) بموديول 8. عرض الوجه لكلا الترسين هو 90mm. احسب القدرة التى يحملها نظريا من وجهة نظر المتانة.

الحل:- من الضرورى أولاً تحديد أيهما أضعف الترس أم البينيون.

	Number of teeth	S_o	Form factor y	$S_o y$
Pinion	16	83×10^6	0.094	7.8×10^6
Gear	64	103×10^6	0.135	13.9×10^6

بما أن قيمة $S_o y$ للبينيون أصغر، فإنه البينيون يعتبر الأضعف.

يتم تحديدها تالياً لكى يتم إختيار عامل سرعة مرحلة الحظة (pitch line velocity) السرعة الصحيح المطلوب لحساب الأحمال المسموح به:

$$V = \left(\frac{600 \times 2\pi}{60}\right)\left(\frac{1}{2} \times 16 \times \frac{8}{1000}\right) = \underline{4.02\ m/s}$$

حيث $V = \omega r = \omega \frac{D}{2}$, $D = mN$

$$\therefore V = \omega\left(\frac{1}{2} mN\right)$$

بما أن V تقريباً أقل من 10m/s،

$$\text{allowable } S = S_o\left(\frac{3}{3+V}\right) = 83 \times 10^6\left(\frac{3}{3+4.02}\right) = \underline{35.5 MN/m^2}$$

بالتالى، فإن مقدار القوة التى يحملها نظريا طبقاً لمعادلة لويس هى

$$F = S b y p_c = (35.5 \times 10^6)(0.09)(0.094)(\pi \times 8/1000) = \underline{7.54 kN}$$

القدرة التى يحملها نظريا،

$$\text{Power} = FV = 7542 \times 4.02 = \underline{30.3\ kW}$$

3/ بينيون عدل من الصلب السبائكي ($S_o = 140 MN/m^2$) يدير ترساً عدلاً من الحديد الزهر ($S_o = 55 MN/m^2$). تقريبا نسبة النقل مساوية لـ $2\frac{1}{3}$: 1.

يقدر قطر البينيون مساوياً لـ 105mm ويتم نقل 20kW بسرعة مقدارها 900rev/min. للبينيون. تقريبا الأسنان بالمواصفات التالية:- زاوية ضغط 20° عمق كامل لتشكل التخانى (Full depth involute form). مصمم للعدد الأكبر من الأسنان. حدد الموديول الضرورى وعرض الوجه للترسان للمتانة فقط

(12)

الحل :- في البداية نحدد الترس الأضعف المصمم عند الترسيه بإستراضي النسبة $2\frac{1}{3}$ أو $\frac{7}{3}$ والتي تحقق مجموعة إعتبارية من أسنان الترس مثل 30 و 70.

عند البنيون :- $S_{oy} = 140\times10^6 \times 0.114 = 15.96\times10^6$

والترس :- $S_{oy} = 55\times10^6 \times 0.137 = 7.54\times10^6$

$7.54\times10^6 < 15.96\times10^6$ يكون الترس هو الأضعف المصمم بما أنه

$D_p = 105mm$, $D_g = 105\times\frac{7}{3} = 245mm$

بما أن الأقطار معلومة نستخدم الشكل التالي (الصورة التالية) لمعادلة لويس :-

$$\frac{1}{m^2y} = Sk\pi^2/F$$

عزم الانتقال بواسطة البنيون $M_t = \frac{20,000\times60}{900\times2\pi} = 212\ N\cdot m$

القوة المنتقلة $F = \frac{M_t}{r} = \frac{212}{0.0525} = 4040\ N$

سرعة خط الخطوة $V = r\omega = 0.0525(900\times2\pi/60) = 4.95\ m/s$

بما أن $V < 10$ ، الإجهاد المسموح به $S(allowable) = 55\times10^6\left(\frac{3}{3+4.95}\right)$

$= 20.8\ MN/m^2$

$1/m^2y = 20.8\times10^6(4)\pi^2/4040 = 203\times10^3$ allowable

نختار من $y = 0.1$ ، حاول $m = 7.02$. بالتالي : $m = 7$

$N_g = \frac{D_g}{m} = \frac{245}{7} = 35$ teeth , $y = 0.119$ (من الجدول) و $\frac{1}{m^2y} = 171.5\times10^3$

يكون الترس مقبولاً .

للجدول 6، 8 أو 9 لاحظ استخدام نتيجة لنسبة السرعة المطلوبة .

الجدول S يعطي ترساً مضغوطاً جيداً . بالتالي نخفض قيمة k إلى

$k = 4(171.5)/(202.8) = 3.383.$

$b = 3.383\times7\pi = 74.4\ mm$ بالتالي ،

نستخدم $b = 75mm$ ، $m = 7$ ، $N_p = 15$ ، $N_g = 35$

نحن نراقب لتحديد الأضعف من الترسيه معتمداً على عدد الأسنان المختار :

البنيون :- $S_{oy} = 140\times10^6 \times 0.092 = 12.88\times10^6$

الترس :- (الأضعف) $S_{oy} = 55\times10^6 \times 0.119 = 6.545\times10^6$

(13) ترس عدل من البرونز ($S_o = 83\ MN/m^2$) يدير بنيون من الفولاذ الطرى ($S_o = 103\ MN/m^2$). تكون نسبة السرعة الزاوية مساوية لـ $3\frac{1}{2}:1$. تكون زاوية الضغط مساوية لـ $14\frac{1}{2}^\circ$. عدد التروس ذات القطر الأصغر التى تكون لها تحدارا وعرض الوجه العنزوى لنقل SKW عند سرعة مقدارها 1800rev/min للبنيون صمم للمتانة فقط. لو تم استخدام عدد من الأسنان أقل من 15 على أعلى من الترس.

الحل :-

عدد أسنان ترس البنيون $N_p = 16\ teeth$ لنسبة سرعة زاوية $= 3\frac{1}{2}$.

بالتالى $N_g = 16 \times (3\frac{1}{2}) = 56\ teeth$.

للترس :- $S_{dy} = 83\times10^6 (0.112) = 9.30\times10^6$.

للبنيون :- $S_{dy} = 103\times10^6 (0.081) = 8.34\times10^6$

بالتالى متانة البنيون هى الأضعف.

عزم الدوران $M_t = \frac{5{,}000\times60}{1800\times2\pi} = 26.5\ N.m$

بما أن الأبعاد غير معلومة، نكون الإجهاد الناتج،

$S = 2M_t / m^3 k\pi^2 y N = .2\times26.5 / m^3 \times 4\pi^2 (0.081)16 = 1.037/m^3$

لنعرف إجهاد مسموح به،

$S = \frac{1}{2} S_o = \frac{1}{2}(103\times10^6) = 51.5\ MN/m^2$

يسمح هذا الافتراض بتحديد معدل تقريبى. بالتالى،

$m^3 = 1.037/51.5\times10^6$; $m = 2.72\ mm$

حاول، $m = 2.5$، بالتالى $D_p = 16\times2.5 = 40mm$، $V = 0.02\left(\frac{1800\times2\pi}{60}\right) = 3.77 m/s$.

allowable $S = 103\times10^6\left(\frac{3}{3+3.77}\right) = 57.4\ MN/m^2$، Induced S (أو S المنتجة)

المنتجة $S = 1.037/(0.0025)^3 = 66.4\ MN/m^2$.

نكون البنيون ضعيف بما أن $57.4 < 66.4$

حاول سنة أقوى، بالتالى : $m = 3$، $D_p = 16\times3 = 48mm$،

allowable $S = 103\times10^6\left(\frac{3}{3+4.52}\right) = 41.1\ MN/m^2$، $V = 0.024\left(\frac{1800\times2\pi}{60}\right) = 4.52\ m/s$

(14) والإجهاد المنتج Induced $S = 1.037/(0.003)^3 = \underline{38.4}\ MN/m^2$.
الآمن، لكونه البنيونه تقريباً.

بالتالي، خفض k بـ $4(38.4/41.1) = \underline{3.74}$ ؛ بالتالي نهاية

عرض الوجه b، $b = mk\pi = 3 \times 3.74\pi = \underline{35.2}mm$

استخدم $m = \underline{3}$، $b = \underline{35}mm$، $D_p = \underline{48}mm$، $D_g = 48 \times 3.5 = \underline{168}mm$

S/ بنيونه من الفولاذ السبائكي ($S_o = 103\ MN/m^2$) يدور بسرعة 900 rev/min.
ويقرن بأداة ترس من الحديد الزهر ($S_o = 55\ MN/m^2$) بسرعة 144 rev/min. للأسنان
زاوية منضط مقدارها 20° (stub Inudule profiles) والقدرة المصدر التي يتم نقلها
هي 25kW. حدد المعديل المناسب، عدد الأسنان، وعرض الوجه لزوج
التروس من وجهة نظر المتانة، الحمل الديناميكي، والبلى. يتم تصليد سطح
البنيونه إلى BHN 250.

الحل :- أعطاء التروس غير معلومة، سيتم اختيار من عدد أسنان التروس،
بالبدء بعدد أسنان لا تقل عن 15 للبنيونه. لاحظ أثر العدد الأدنى للأسنان
التي عليه أن يتقلل البنيونه عدد 16 حتى يتم تحقيق نسبة النقل المطلوبة؛
ستكون عدد أسنان الترس $= 16(900/144) = \underline{100}\ teeth$.

للبنيونه، $S_oy = 103 \times 10^6 (0.115) = \underline{11.85}\ MN/m^2$

للترس، $S_oy = 55 \times 10^6 (0.161) = \underline{8.86}\ MN/m^2$

يكون الترس هو الأضعف بما أن $8.86 < 11.85$. بما أن الأعطاء غير معلومة،
فإنه يمكن أو صيغة معادلة لويس بدلالة العزم حيث يتم استخدامها وسيكون
التصميم مؤسساً على الترس.

$$N_t = \frac{25{,}000 \times 60}{144 \times 2\pi} = \underline{1658}\ N.m.$$

لمعادلة التصميم الأولى، دائماً اجعل $k = 4$. بالتالي فإن الإجهاد المنتج هو
$$S = 2N_t/m^3 k\pi^2 y N_g = 2 \times 1658/m^3 4\pi^2 (0.161)(100) = \underline{5.217/m^3}$$

افترض إجهاد مسموح به،
$$S(allowable) = S = \tfrac{1}{2} S_o = \tfrac{1}{2}(55) = \underline{27}\ MN/m^2.$$

بالتالي $m^3 = \frac{5.217}{27.5 \times 10^6}$ ∴ ، $m = 5.75$ هذه وجهة نظر الاقتصاد،

(15) من الأفضل (من المرغوب فيه) استخدام الموديول الأصغر الممكن؛ بالتالي نجرب 6 ومن المحتمل 5.

لـ $m = \underline{6}$ ، $D_g = 100 \times 6 = \underline{600}\,mm$ ، $V = 0.3\left(\frac{144 \times 2\pi}{60}\right) = \underline{4.524}\,m/s$

الإجهاد المسموح به، $S(allowable) = 55\times10^6\left(\frac{3}{3+4.524}\right) = \underline{21.93}\,MN/m^2$

والإجهاد المنتج $S(induced) = 5.217/(0.006)^3 = 24.15\,MN/m^2$. يفشل الترس ضعيفاً جداً بما أنه $24.15 > 21.93$. بالتالي نحاول السنة المحيطية التالية بموديول مقداره 7. بالمعادلات كما في سابقه، لـ $m = \underline{7}$ ، $D_g = \underline{700}\,mm$ ، $V = \underline{5.278}\,m/s$ ، $S(allowable) = 19.93\,MN/m^2$ ، $S(induced) = 15.21\,MN/m^2$.

عليه لـ $m = 7$ سيفشل الترس أيضاً بسبب الضغوط. بتخفيض k إلى $4.(15.21)/(19.93) = 3.053$. عرض الوجه المطلوب $b = kp_c = 7(3.053)\pi = \underline{67.13}\,mm$.

بالتالي سوف نستخدم $m = 7$ ، $b = 68\,mm$.

سوف نقوم بتصميم التصميم البديل (tentative design) من ناحية نظر التحمل الديناميكي (dynamic load) وتأثيرات البلى (wear effects) نظر التحمل. تحمل التحمل F_o (endurance load) وتحمل البلى F_w هي قيم ذات سماحية.

$$F_o = S_o\,b\,y\,p_c = 55\times10^6(0.068)(0.161)(0.007\pi) = \underline{13.24}\,kN$$

$$F_w = D_p\,b\,K\,Q = (0.122)(0.068)(1310\times10^3)(1.724) = \underline{17.20}\,kN$$

حيث، $K = 1310\,kN/m^2$ from table III ، $D_p = 700(144/900) = \underline{112}\,mm$

$$Q = 2N_g/(N_g+N_p) = 2(100)/(100+16) = \underline{1.724}$$

F_o و F_w يجب أن تفشل كلٌ منهما أكبر من F_d.

$$F_d = \frac{21V(bc+F)}{21V+\sqrt{bc+F}} + F$$

حيث، $V = \underline{5.28}\,m/s$ ، $b = 68\,mm$ ، $F = M_t/(\frac{1}{2}D) = 1658/0.350$

$$= \underline{4737}\,N$$

من منحنى سرعة خط الخطوة ضد الخطأ المسموح به، نجد أنه ولـ $V = 5.28\,m/s$ يفشل السماح بخطأ مقداره $0.08\,mm$ من وجهة نظر التصنيع. بالرجوع للشكل الذي يوضح موديول التروس العدلة ضد الخطأ، نجرب ترساً تجارياً من الدرجة الأولى (first class commercial gear) بخطأ مقداره $0.07\,mm$ لـ $m = 7$. بالتالي من الجدول

(16) $F_d = 20.15kN$ ، بتعويض القيم في المعادلة عالية ، $C = 590 kN/m$ ، Π

i.e. عليه سيكون التصميم غير مقنع من كل من وجهتي نظر إستدامة الإستخدام والمتانة.

بالتالي يجب إختيار ترس يتم قطعه بعناية ، مثل بخطأ مقداره 0.035mm كما موضح في الشكل رقم (3) ؛ هذا يعطي C قيمة مقدارها 283 kN/m .

بإعادة حساب F_d لـ $C = 283$ ، نجد $F_d = 14.74 kN$. الآن $F_w = 17.20 > 14.74$

و $F_o = 13.24 \approx 14.74$ (في حدود 10%) وسيكون التصميم مقنعاً بوجه الرجوع لقطع دقيق للترس.

6/ مبنيه من الصلاذ بقطر 80mm ($S_o = 140 MN/m^2$) يدير ترساً من الحديد الزهري (Gray iron) بقطر 240mm ($S_o = 85 MN/m^2$) . يشتغل المبنيه بسرعة 1200 rev/min. وينقل قدرة مقدارها 5kW . تكون الأسنان 20° stub. حدد العدد الأدنى من الأسنان (الذي يعطي تشغيلاً ناعماً ومزاولة أخف) وعرض الوجه الضروري . أسس التصميم على معادلة لويس للمتانة. سيتم إتباع الحل بجدل بديل.

الحل :- بوجه معرفة أيهما الأضعف ، سنصمم للترس ونعمل محصناً أخيراً لمعرفة ما إذا كان الترس هو الأضعف بعد تأسيس الحل. سنقوم بمعادلة حمل التحمل المسموح به المؤسس على معادلة لويس بالحمل الديناميكي الفعلي التقريبي باستخدام عامل السرعة لبابث (Barth velocity factor).

تأييد الحمل المسموح به F_o ،

$$F_o = S_o b \pi y m = 85 \times 10^6 (4\pi m) y m \pi$$
$$= 3.355 \times 10^9 y m^2$$

بالحمل الفعلي التقريبي ،

$$F_d = \frac{F}{\text{عامل السرعة}} = \frac{995}{3/(3+5.03)} = 2663 N$$

إذا تم تقريب لا يعطي 0.1 ، $m = \sqrt{2663/(0.1)(3.355 \times 10^9)} = 2.817 mm$

جرب $m = 2.5$: $N_g = 96$ ، $y = 0.161$ و $F_o = 3.355 \times 10^6 (0.161)(0.0025)^2$

$= 3376 N$ (آمن جداً)

جرب ترساً أصغر ، $m = 2$ ، $N_g = 120$ ، $y = 0.162$

و (صغير جداً) $F_o = 2174 N$.

يلي ستخدم حيازاً ثانياً $m = 2.25$ كبيرة غير محكمة بما أنه لا حاجة تحقيق لسمة الترس

(17)

$F_o = 3376\ N$ معطياً $m = 2.5$ عليه يجب استخدام

بالتالي إما فحص،

S_{oy} (للبنيون) $= 140\times10^6(0.148) = \underline{20.72\times10^6}$

S_{oy} (للترس) $= 85\times10^6(0.162) = \underline{13.77\times10^6}$

(أضعف كما تم افتراضه ابتدائياً).

فحص k لـ

$4(2663)/(3376) = \underline{3.155}$

$\therefore b = 3.155\pi(2.5) = \underline{24.78}\ mm$

استخدم $b = \underline{25}\ mm$

7/ صناكل تطبيقاً بديلاً لمعادلات التصميم سيتم استخدامه لحل المسألة (4).

الحل :- العدد الأدنى من الأسنان على البنيون $= \underline{16}$ لنسبة سرعة $3\frac{1}{2}$.

سنكون بالتالي عدد أسنان الترس $16\times3\frac{1}{2} = \underline{56}\ teeth$.

افحص أيهما الأضعف في الترسان :-

للترس، $S_{oy} = 83\times10^6(0.112) = \underline{9.30\times10^6}$

للبنيون، $S_{oy} = 103\times10^6(0.81) = \underline{8.34\times10^6}$ (weaker)

العزم على البنيون $= \dfrac{5{,}000\times60}{1800\times2\pi} = \underline{26.53}\ N\cdot m$

تحليل التصميم عن معادلة لويس بدلالات العزم،

$F_R = S_o b \pi y R m = M_t$.

العزم المسموح به، باستخدام متانة التحمل ضد

$M_o = S_o b \pi y R m = \dfrac{S_o b \pi y N_p m^2}{2}$

$= 103\times10^6(4\pi m)\pi(0.081)(16)\dfrac{m^2}{2} = \underline{2.635\times10^9\ m^3}$

العزم الديناميكي الفعلي، $M_d = \dfrac{F_R}{\text{عامل السرعة}} = \dfrac{M_t}{\text{عامل السرعة}} = \dfrac{26.53}{\text{عامل السرعة}}$

إذا تم تقريب عامل السرعة لـ $\frac{1}{2}$، بالتالي،

$2.635\times10^9\ m^3 = \dfrac{26.53}{1/2}$، $m = \underline{2.72}\ mm$

جرب $m = 2.5$: $D_p = 16\times2.5 = 40\ mm$، $V = 0.02\left(\dfrac{1800\times2\pi}{60}\right) = 3.77\ m/s$؛

بالتالي،

$M_o = 2.635\times10^9(0.0025)^3 = \underline{41.17}\ N\cdot m$

و $M_d = \dfrac{26.53}{3/(3+3.77)} = \underline{59.87}\ N$

والتي تشير إلى أنه $m = 2.5$ ضعيفة.

(18)

$\therefore V = 0.024\left(\frac{1800 \times 2\pi}{60}\right) = 4.52 \text{ m/s}$ ، $D_p = 16 \times 3 = 48 \text{ mm}$: $m = 3$ میرے

پاس ہے ،

$$M_o = 2.635 \times 10^9 (0.003)^3 = \underline{71.15 \text{ N-m}}$$

و $M_d = \frac{26.53}{3/(3+4.52)} = \underline{66.50 \text{ N-m}}$

والی نسبت ہے اس لئے $m = 3$ مقرر ہے .

k کی قیمت

$$\therefore 4\left(\frac{66.50}{71.15}\right) = 3.74$$

$$\therefore b = k\pi m = 3.74 \times \pi \times 3 = \underline{\underline{35.23 \text{ mm}}}$$

$b = \underline{\underline{35 \text{ mm}}}$ استعمال کرتے ہیں

SUPPLEMENTARY PROBLEMS

8. A spur steel pinion ($s_o = 200\text{MN/m}^2$) is to drive a spur steel gear ($s_o = 140\text{MN/m}^2$). The diameter of the pinion is to be 100mm and the center distance 200mm. The pinion is to transmit 5kW at 900rev/min. The teeth are to be 20° full depth. Determine the necessary module and width of face to give the greatest number of teeth. Design for strength only, using the Lewis equation.
Ans. $m = 2, b = 21.2\text{mm}$ (use 22mm)

9. Two spur gears are to be used for a rock crusher drive and are to be of minimum size. The gears are to be designed for the following requirements: power to be transmitted 18kW, speed of pinion 1200rev/min, angular velocity ratio 3.5 to 1, tooth profile 20° stub, s_o value for pinion 100MN/m^2, s_o value for gear 70MN/m^2. Determine the necessary face width and module for strength requirements only, using the Lewis equation.
Ans. $m = 5, b = 57\text{mm}$

10. A pair of spur gears transmitting power from a motor to a pump impeller shaft is to be designed with as small a center distance as possible. The forged steel pinion ($s_o = 160\text{MN/m}^2$) is to transmit 4kW at 600rev/min to a cast steel gear ($s_o = 100\text{MN/m}^2$) with a transmission ratio of $4\frac{1}{2}$ to 1, and 20° full depth involute teeth are to be used. Determine the necessary face width and module for strength only, using the Lewis equation. *Ans.* $m = 3, b = 30.9\text{mm}$ (use 31mm)

11. A pair of spur gears for a crane hoist drive is to be made to the following specifications: 20° full depth teeth; s_o pinion = 80MN/m^2, s_o gear = 55MN/m^2, $N_p = 20$ teeth, $N_g = 80$ teeth. The pinion is to transmit 5kW at 200rev/min.
(*a*) What standard module and width of face will satisfy these conditions with a minimum center distance? Use the Lewis equation.
(*b*) If the dynamic load for this pair is computed to be 3.8kN, determine whether or not the design is safe from the standpoint of strength.
(*c*) Check the design for wear or surface fatigue if the fatigue constant $K = 1350\text{kN/m}^2$.
Ans. (*a*) $m = 5, b = 53.6\text{mm}$ (use 54mm)
(*b*) $F_o = 6485\text{N}$ (satisfactory)
(*c*) $F_w = 11{,}660\text{N}$ (satisfactory)

12. A cast steel 24 tooth spur pinion operating at 1150rev/min transmits 3kW to a cast steel 56 tooth spur gear. The gears have the following specifications: module of 3, s_o value of 100MN/m^2, face width of 35mm, $14\frac{1}{2}$° tooth profile, C factor of 350kN/m for dynamic load, K factor of 280kN/m^2 for wear load. Determine (*a*) induced stress in weaker gear, (*b*) dynamic load, (*c*) wear load, (*d*) allowable static load.
Ans. 22.0MN/m^2, 6445N, 988N, 3150N
Unsatisfactory from the standpoint of wear and dynamics effects.

13. In the layout of the drive for a packaging machine, a pair of 20° full depth spur gears is to transmit $3\frac{1}{2}$kW at a transmission ratio of 2.5 to 1. The pinion operates at 1200rev/min. For initial design, a forged steel pinion ($s_o = 100\text{MN/m}^2$) and a semi-steel gear ($s_o = 60\text{MN/m}^2$) have been selected. The gears are to be carefully cut and from data tables the C factor for dynamic load is160kN/m and the K factor for wear is 1100kN/m^2.
(*a*) Determine diameters, face width and tooth numbers for minimum size gears of adequate strength, using the Lewis equation.
(*b*) Solve for dynamic and wear loads, stating whether the gears are satisfactory or not.
(*c*) If the gears are not satisfactory from the standpoint of wear and strength, state what changes should be made.
Ans. (*a*) $D_p = 48\text{mm}, D_g = 120\text{mm}, b = 33.2$ (say 34mm), $N_p = 16, N_g = 40$
(*b*) $F_d = 4105\text{N}, F_w = 2565\text{N}, F_o = 2348\text{N}$
(*c*) Thegears are not satisfactory from the standpoint of strength and wear because F_d is greater than the allowable values F_o and F_w. One or more of the following changes would be required: decrease the tooth error, decrease the module, increase the face width, or case harden.